



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-03



Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Снаряд летит по вертикали и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, летящих во всевозможных направлениях с равными по модулю скоростями. Через $t_1 = 0,4$ с после разрыва все осколки находятся в полете, один из осколков движется горизонтально, его импульс $P_1 = 30$ кг·м/с. Масса снаряда $M = 10$ кг.

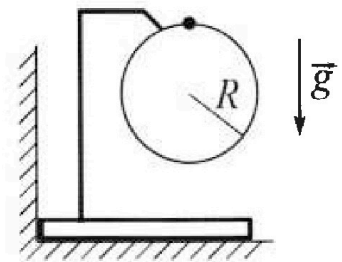
1) Найди те модуль P_2 суммарного импульса \vec{P}_2 всех остальных осколков в этот момент времени. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

2) Найдите угол α между векторами \vec{P}_2 и \vec{g} в этот момент времени. В ответе укажите значение тригонометрической функции угла α : $\sin \alpha$ или $\operatorname{tg} \alpha$.

Наибольшее расстояние от точки разрыва до точки падения осколков на горизонтальную поверхность оказалось $d = 80$ м.

3) Найдите продолжительность T полета таких осколков. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Брусок установлен вплотную к вертикальной стенке (см. рис.). На бруске закреплено в вертикальной плоскости кольцо радиуса $R = 1$ м, на которое надет шарик. Массы бруска и шарика одинаковы. Кольцо и держатель легкие. Трения нет. Из верхней точки кольца шарик скользит с пренебрежимо малой начальной скоростью.



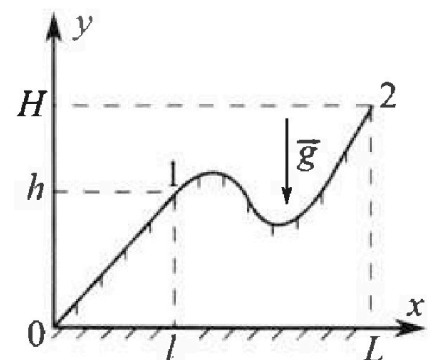
1) Найдите ускорение \vec{a} шарика в тот момент, когда сила, с которой брусок действует на вертикальную стенку, обращается в ноль. В ответе укажите модуль и направление вектора \vec{a} .

2) Найдите вертикальное перемещение h шарика к этому моменту времени.

3) Найдите наибольшую скорость V бруска.

Все перемещения происходят в одной вертикальной плоскости. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². В процессе движения брусок не отрывается от гладкой горизонтальной плоскости.

3. Школьник втаскивает санки на горку. Профиль горки в вертикальной плоскости показан на рисунке к задаче. Для того, чтобы, двигаясь по прямой, медленно втащить санки массой $m = 5$ кг, из точки 0 в точку 1, прикладывая силу вдоль плоской поверхности горки, необходимо совершить работу $A_1 = 300$ Дж. В точке 1 школьник отпускает санки. Вертикальная координата точки старта $h = 4,6$ м, начальная скорость санок нулевая. Коэффициент трения скольжения санок по горке одинаков на всей поверхности горки. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) Найдите скорость V санок у основания горки в точке 0.

2) Какую работу A_2 следует совершить, чтобы медленно переместить санки по горке из точки 1 в точку 2? В точке 2 вертикальная координата $H = 10$ м, $L = 4l$. На каждом элементарном перемещении вектор силы, которую школьник прикладывает к санкам, и вектор перемещения санок лежат на одной прямой. Все перемещения происходят в одной вертикальной плоскости.

Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

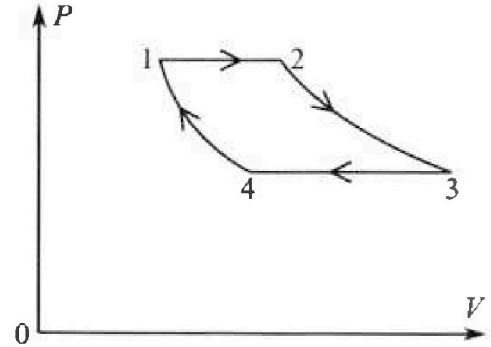
Вариант 10-03

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

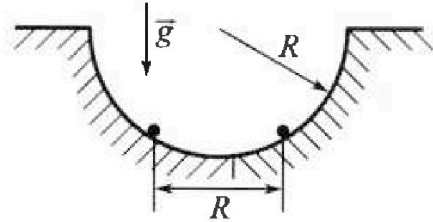


4. В цикле 1-2-3-4-1 тепловой машины две изобары и две изотермы (см. рис). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ. В процессе изобарного расширения до удвоения объема газ совершает работу A . Такую же работу A совершает газ при изотермическом расширении.

- 1) Найди те количество $Q_{\text{подв}}$ теплоты, подведенной к газу в процессах 1-2-3.
- 2) Найдите количество Q_{34} теплоты, отведенной от газа в процессе изобарического сжатия ($Q_{34} > 0$).
- 3) Найдите КПД η цикла.



5. В гладкой горизонтальной плоскости сделана полусферическая лунка радиуса R , в которой на одном горизонтальном уровне удерживаются два заряженных шарика. Масса каждого шарика m , расстояние между шариками R . Шарика одновременно отпускают, и они вылетают из лунки. Отсчитанная от края лунки максимальная высота, на которую поднимается в полете каждый шарик, равна R . Шарика отрываются от гладких стенок лунки у краев.



- 1) С какой скоростью V движется каждый шарик за мгновение до отрыва от края лунки?
- 2) Найдите заряд Q каждого шарика.

3) Найдите наибольшую скорость U , с которой растёт расстояние между шариками после вылета из лунки. Соударения шариков с горизонтальной плоскостью абсолютно упругие. Ускорение свободного падения g . Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ



- 1 2 3 4 5 6 7

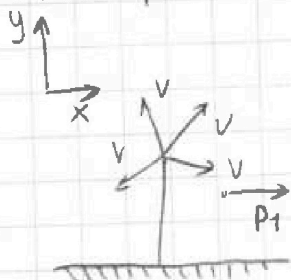
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

1) Т.к. шарик разбивается в наивысшей точке $v_{cm} = 0$ - искривить систему.

Наибольший импульс = конечный импульс = 0 через $t \rightarrow 0$ после взрыва.

2) На систему осколков по оси x не действуют никакие силы, по оси y действует $F_T = \text{const} = Mg$



3) Импульсы системы через t_1

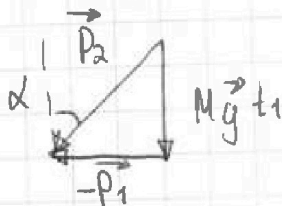
$$\vec{P}_n + \Delta \vec{P} = \vec{P}_c \quad \vec{P}_n = 0$$

$$\vec{P}_c = Mg \vec{t}_1 \quad \Delta \vec{P} = Mg \vec{t}_1$$

По оси x импульсы системы = 0

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_c$$

$$\vec{P}_2 = \vec{P}_c - \vec{P}_1$$



По теореме Пифагора:

$$P_2 = \sqrt{(Mg t_1)^2 + P_1^2} = \sqrt{40 + 900} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} = \sqrt{940} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

$$\sin \alpha = \frac{P_1}{P_2} = \frac{30}{\sqrt{940}} = \frac{3}{94} \sqrt{940}$$

4) По ЗСЭ:

$$\frac{\Delta m v^2}{2} + \Delta m g H = \frac{\Delta m v_k}{2}$$

$$v^2 + 2gH = v_k$$

$$v^2 \cos^2 \beta + v^2 \sin^2 \beta + 2gH = v_k \cos \beta + v_y$$

$$v \cos \beta = v_k \cos \beta \quad \sum F_x = 0$$

5) $\frac{gT^2}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

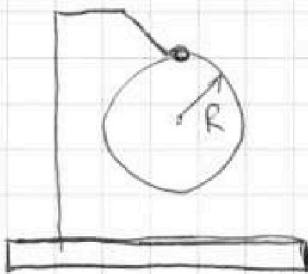
- 1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

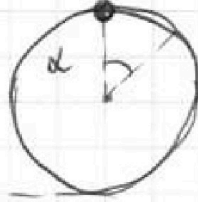
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача N^o 2

Решение:



1)

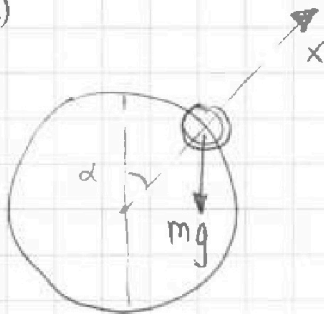


ЗСЭ:

$$2mgR = \frac{mv^2}{2} + (R + R \cos \alpha)mg$$

$$2gR = \frac{v^2}{2} + R(1 + \cos \alpha)g$$

2)



По II-му закону Ньютона: $-\frac{mv^2}{R} = -mg \cos \alpha + N_x$

$$v^2 = 4gR - 2R(1 + \cos \alpha)g = 2Rg - 2R \cos \alpha g$$

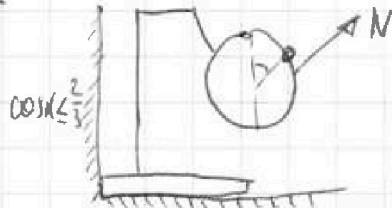
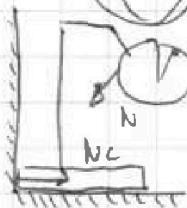
$$N_x(\alpha) = -m(2g - 2 \cos \alpha g) + mg \cos \alpha = -2mg + 3mg \cos \alpha$$



$N_x(\alpha) > 0$ сила реакции на кольцо направлена внутрь (прижимает к стене)

$N_x(\alpha) \leq 0$ - брусок оторвется от стены

силы на кольцо $\cos \alpha > \frac{2}{3}$

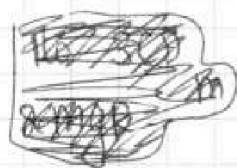


$N_x = 0$

$\cos \alpha = \frac{2}{3}$ - предельный случай

$N_c = 0$ сила реакции опоры стенки

3)

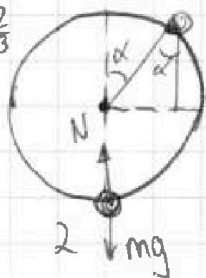


$$ma = -\frac{2}{3}mg - 2mg + 2mg = -\frac{2}{3}mg$$

$|a| = \frac{2}{3}g$ - ускорение шарика (в центр кольца)

$h = R - \frac{2}{3}R = \frac{1}{3}R$ - вертикальное перемещение

4) $\cos \alpha = \frac{2}{3}$



В нижней половине кольца сила реакции на шарик всегда направлена вверх (внутрь) \Rightarrow На участке 1, 2 - брусок отъезжает от стены \Rightarrow ускоряется

После точки 2 брусок замедляется

5) ~~Решение~~ В точке 2 $F_{рез}$ на кольцо = 0 \Rightarrow достигается макс. скорость



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6) По ЗСМ для бруска и шарика:

$$-U \cdot \sin \alpha \cdot m = 0 + v_{\text{шарика}} m$$

$$|v_{\text{шарика}}| = U \cdot \sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{3} g R} \cdot \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{9} g R} = \sqrt{\frac{10}{27} g R}$$

Ещё одно пояснение для 2-ого пункта решения:
Брусок опирается от стены т.к. сила реакции со стороны шарика будет действовать от стены.

Ответ: 1) $a = \frac{2}{3} g$

2) $h = \frac{1}{3} R$

3) $U = \sqrt{\frac{10}{27} g R}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

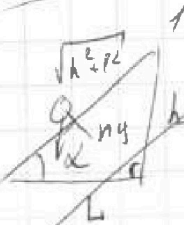
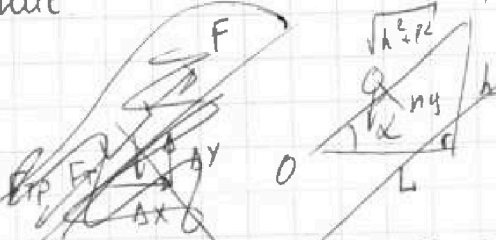
Задача №3

Дано:

$m = 5 \text{ кг}$ $h = 10$
 $A_1 = 300 \text{ Дж}$ $L = 4 \text{ м}$

$h = 4,6 \text{ м}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $\mu = \text{const}$
 $v = ?$
 $A_2 = ?$

Решение:



~~Рассмотрим движение закрепленного конца на AX и OY.~~

~~1) Угловой момент от прямой, длина участка $L = \sqrt{h^2 + p^2}$~~

~~по ЗСД: $A_{Fтр} = \mu N L$~~

~~$A_{Fтр} + A_1 + 0 = mgh$ $N = mg \cos \alpha = mg \cdot \frac{p}{\sqrt{h^2 + p^2}}$~~

~~$A_1 - mgh = mg \frac{p}{\sqrt{h^2 + p^2}}$~~

~~$\frac{A_1 - mgh}{mg} = \frac{p}{\sqrt{h^2 + p^2}}$~~

~~$p^2 = \frac{(A_1 - mgh)^2}{mg^2} \cdot \frac{h^2}{(A_1 - mgh)^2}$~~

~~$= \frac{(300 - 5 \cdot 10 \cdot 4,6)^2}{5^2 \cdot 10^2} \cdot 4,6^2 = \frac{(16 - 4,6)^2 \cdot 4,6^2}{1 - (6 - 4,6)^2}$~~

1) Угловой момент 0-1 - прямой $\Rightarrow F_{тр} = \text{const}$, м.к. $N = \text{const}$
 по ЗСД:

1) $0 + A_1 - A_{Fтр} = mgh$ $- A_{Fтр} = mgh - A_1$

2) $mgh - A_{Fтр} = \frac{mv^2}{2}$ $\frac{mv^2}{2} = 2mgh - A_1$

$v = \sqrt{4gh - \frac{2A_1}{m}} = \sqrt{4 \cdot 10 \cdot 4,6 - \frac{2 \cdot 300}{5}}$

$v = \sqrt{4 \cdot 10 \cdot 4,6 - 2 \cdot \frac{300}{5}} \text{ м/с} = \sqrt{46 \cdot 4 - 120} \text{ м/с} = \sqrt{184 - 120} \text{ м/с} = 8 \text{ м/с}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

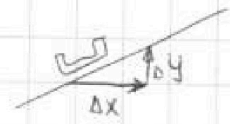
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Рассмотрим малое перемещение на Δx и Δy , участок можно считать прямым.

$$\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \Delta S$$



$$\Delta A_{тр} = \mu N \Delta S$$

в ЗСЭ: (0" потому, энергии всегда берем в месте старта)

$$0 + \Delta A - \mu N \Delta S = mg \Delta y$$

$$N = mg \cos \alpha = mg \frac{\Delta x}{\Delta S}$$

$$\Delta A = \mu mg \Delta x + mg \Delta y \rightarrow \sum \text{про суммируем}$$

$$A_{полн} = \mu mg (x_k - x_n) + mg (y_k - y_n)$$

4) Для участка 0-1:

$$A_1 = \mu mg (l-0) + mg (h-0) = \mu mg l + mgh$$

Для участка 1-2

$$\mu mg l = A_1 - mgh$$

$$A_2 = \mu mg (L-l) + mg (H-h) = \mu mg 3l + mg (H-h)$$

$$A_2 = 3A_1 - 3mgh + mg(H-h) = (3 \cdot 300 - 3 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 4,6 + 5 \cdot 10 \cdot 5,4) \text{ Дж}$$

$$= (900 - 46 \cdot 15 + 54 \cdot 5) \text{ Дж} = (210 + 270) \text{ Дж} = 480 \text{ Дж}$$

$\begin{array}{r} +3 \\ \times 46 \\ 15 \\ \hline 230 \\ 46 \\ \hline 690 \end{array}$

Ответ: 1) 2 м/с
2) 480 Дж

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

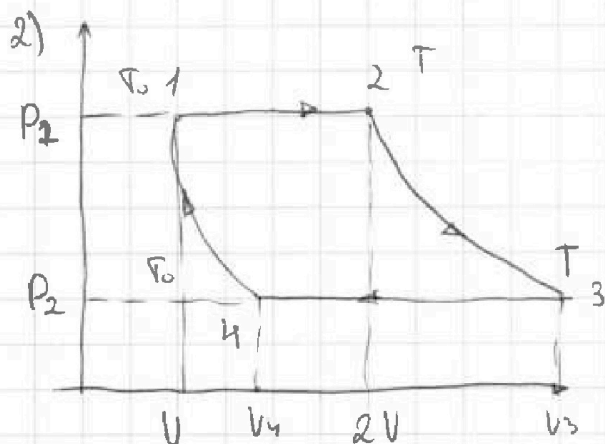
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4 $i=3$

1) $T_0 = T_1 = T_4$, $T_2 = T_3 = T$ м.к. лещат на одних изотермах



1-2 $P = \text{const}$

$$A = P \Delta V$$

$$A = P_1 V$$

$$\sqrt{RT_0} = P_1 V = A$$

3) 2-3 $T = \text{const}$

$$P_1 \cdot 2V = \sqrt{RT} = 2A$$

$$\Delta U = 0$$

$$\Delta Q = 0 + A_{\text{газа}} = A$$

4) 1-2

$$\Delta Q = \Delta U + A$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \sqrt{R} (T - T_0) = A \cdot \frac{3}{2}$$

$$\Delta Q = 2A$$

$$5) Q_{\text{погб}} = 2A + A = 3A$$

6) 3-4

$$\Delta Q = \Delta U + A_{\text{газа}}$$

$$3-4 A_{\text{газа}} = P_2 (V_4 - V_3) =$$

$$= -A$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \sqrt{R} (T_0 - T) =$$

$$\Delta Q = -\frac{3}{2} A - A = -\frac{5}{2} A$$

$$Q_{34} = \frac{5}{2} A$$

$$\begin{cases} \sqrt{RT_0} = P_1 V & \sqrt{RT_0} = P_2 V_4 \\ \sqrt{RT} = P_2 V_3 \end{cases}$$

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{T_0}{T} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} P_2 V_4 = \sqrt{RT_0} \\ P_2 V_3 = \sqrt{RT} \end{cases}$$

$$P_1 V = P_2 V_4 = A$$

$$P_1 \cdot 2V = P_2 \cdot V_3 = 2A$$

$$A_{3-4} = -A$$

7) $\Delta Q_{2-3} = A_{\text{газа}} = A$

$$\Delta Q_{4-1} < 0 = -\frac{T_0}{T} A = -\frac{1}{2} A$$

→ работа газа 4-1
⇒ тепло подводимое только в процессах 1-2-3

$$8) \eta = \frac{\sum A}{Q_{\text{погб}}} = \frac{A + A - A - \frac{1}{2} A}{\frac{7}{2} A} = \frac{1}{7}$$

Ответ: 1) $\frac{7}{2} A$ 2) $\frac{5}{2} A$ 3) $\frac{1}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5

Дано:
R, m

g ↓

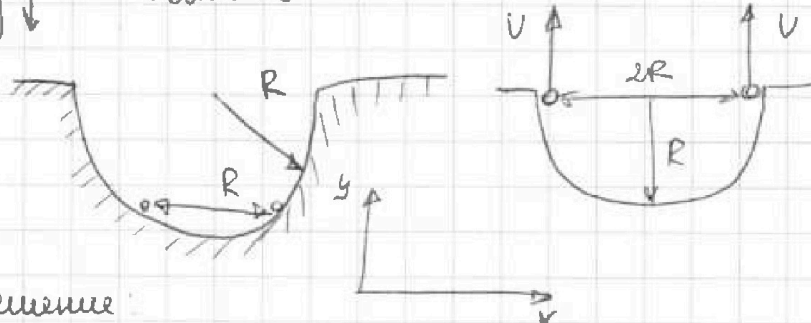
Решение:

v - ?

φ - ?

k, y

u - ?



Решение:

1) По ЗСЭ: Шарики взаимодействуют друг с другом, после отрыва по оси y на каждой шарик не действуют никакие силы, в момент отрыва v - вертикальна (кроме mg)

2) По ЗСЭ mv^2 т.к. движемся по Oy равноускоренно

$$R = \frac{v^2}{2g} \quad v = \sqrt{2gR}$$

Потенц. энергия взаимодей. \Rightarrow т.к. шарик отталкиваются

3) По ЗСЭ: ($N=0$; $N \perp \Delta S$)

$$+\frac{kQ^2}{R} = +\frac{kQ^2}{2R} + \frac{2mv^2}{2} + 2mgR$$

$$+\frac{kQ^2}{2R} = 2gR + 2mgR = 4mgR \quad Q^2 = \frac{8mgR^2}{k}$$

$$kQ^2 = 8mgR^2 \quad Q = \frac{2\sqrt{2mgR}}{\sqrt{k}}$$

4) Сразу после вылета $F_x = \frac{kQ^2}{4R^2} = 4mg \frac{8mgR^2}{4R^2} = 2mg$
сила на каждый шарик по Ox :

5) Когда шарик разлетится на бесконечность $F_x = 0 \Rightarrow E_{пот} = 0$

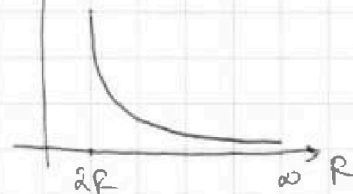
$$a = \frac{F_x}{m} \quad u = \int_0^\infty a dt$$

По ЗСЭ:

$$\frac{kQ^2}{2R} + \frac{2mv^2}{2} = \frac{2mu_0^2}{2}$$

$u_0 = \sqrt{6gR}$ - скорость каждого шарика,

$$8mgR + 4gR = 2mu_0^2 \quad \text{тогда } u = 2\sqrt{6gR} = 2u_0$$



Ответ: $\sqrt{2gR}$; $2\sqrt{2gR}$; $2\sqrt{6gR}$;



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

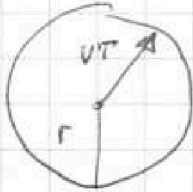
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4) За время T образуется окружность осколков радиуса

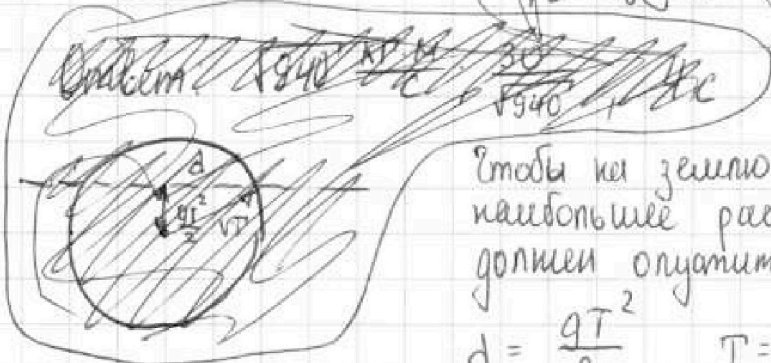
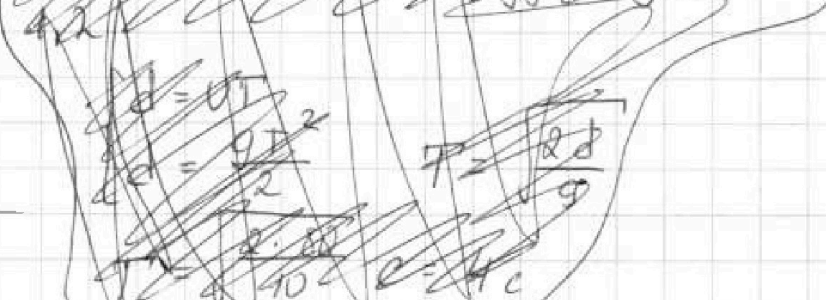
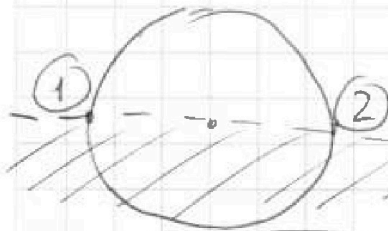
$$r = VT$$



за время T ее центр опускается

$$\text{на } x = \frac{gT^2}{2}$$

~~до земли до земли, так как перепад будет у поверхности~~



Чтобы на землю упали осколки на наибольшее расстояние центр окр-ти должен опуститься на x

$$d = \frac{gT^2}{2} \quad T = \sqrt{\frac{2d}{g}} = 4c$$

Ответ: $\sqrt{940} \frac{\text{кп.м}}{c}$; $\frac{30}{\sqrt{940}}$; $4c$;

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

ЛФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

Задача №1

Дано:

- $t_1 = 0,4 \text{ с}$
- $P_1 = 30 \text{ кН}$
- $M = 10 \text{ кг}$
- $g = 10 \text{ м/с}^2$
- $r = 20 \text{ м}$
- $P_2 = ?$
- $T = ?$

Решение



шестина = секцион (все)

2) В начальный момент у секцион были 2 вет скорости v_x и v_y

Тк. через t_1 $v_y' = 0$

$v_y = gt_1$ - начальная скорость секцион по Oy

3) Сразу после разрыва шнуров P шестина не изменилось.

По оси x на шестину не действуют силы $\Rightarrow P_x = \text{const}$

По оси y на шестину действует $F_{\text{тяж}} \Rightarrow F_{\text{тяж}} = \text{const} = Mg$

$$F \Delta t = \Delta P_y$$

4) ЗСИ по ox:

В высшей точке скорость шнуров $v = 0 \Rightarrow P_{2y} = F_{\text{тяж}} \Delta t = Mgt_1$
(Начальный шнуров $P_y = 0$)

$$P_1 + P_{2x} = 0$$

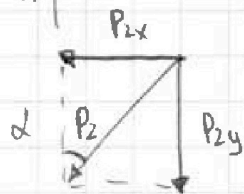
$$P_{2x} = -P_1$$

5) По теореме Пифагора

$$P_2 = \sqrt{P_{2x}^2 + P_{2y}^2} = \sqrt{P_1^2 + (Mgt_1)^2} = \sqrt{900 + 10 \cdot 10 \cdot 0,4^2} = \sqrt{940} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} = 2\sqrt{235} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

940 | 2
470 | 2
235 | 5
47 |

6)

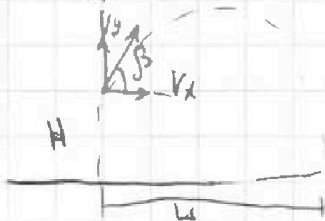


$$\sin \alpha = \frac{P_{2x}}{P_2} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{30}{\sqrt{940}} = \frac{15}{\sqrt{235}} = \frac{3\sqrt{235}}{47}$$

$$L = v \cdot \cos \beta \cdot T_0$$

$$H = \frac{(v \cdot \sin \beta)^2}{2g}$$

7)



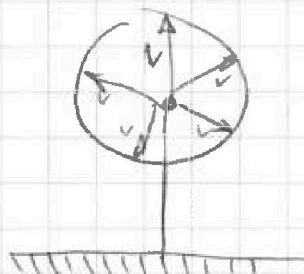
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$v_y = gt_1$ - касательная скорость в точке

$P_{2x} = -P$

$(M = \Delta m) \quad P_{y \cos \alpha} + gt_1 \Delta m = 0$

$P_{y \sin \alpha} = -gt_1 \Delta m$

$P_x = 30 \text{ кг} \cdot \text{м/с} = \Delta m \cdot V_x$

$t_1 = 0,4 \text{ с}$

$P_1 = 30 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$

$M = 10 \text{ кг}$

$\Delta P = \Delta m g t_1$

T

$H = \frac{V^2 \sin^2 \beta}{2g}$

$d = V \cos \beta \cdot T$

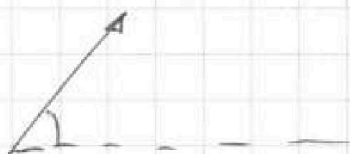
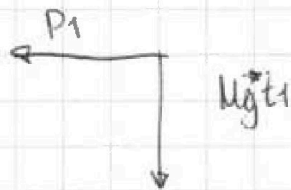
Задача №1

Умножив по оси X все члены сохраним $P_{2x} = -P_1$

$\Delta P_{y \cos \alpha} = Mg t_1$

$P_{2 \text{ макс}} - P_1 = P_{\text{ост}}$

$L = V \cos \beta t$



$L = V \cos \beta \cdot T$

$T = \frac{L}{V \cos \beta}$

$-H = L \tan \beta - \frac{M L^2}{2 V^2 \cos^2 \beta}$

$-H = V \sin \beta t - \frac{g t^2}{2}$

$\frac{g L^2}{2 V^2 \cos^2 \beta} - L \tan \beta - H = 0$

$d = V \cos \beta \cdot T$