



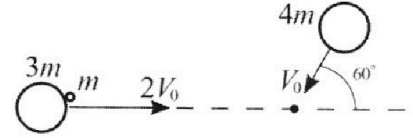
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 11-07



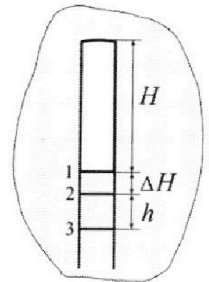
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Две небольшие шайбы скользят по гладкой горизонтальной поверхности так, как показано на рисунке, после чего происходит их столкновение. Масса первой шайбы $3m$, скорость $2V_0$, масса второй шайбы $4m$, скорость V_0 . Угол между направлениями скоростей 60° . К первой шайбе прикреплен кусочек пластилина массы m .



- 1) Найдите скорость шайб, если после столкновения они приклеились друг к другу.
 - 2) На какую величину E_0 увеличится внутренняя энергия системы после такого столкновения?
 - 3) Известно, что произошел такой удар, что шайбы не слиплись, а пластилин полностью прилип к правой шайбе. При этом внутренняя энергия системы увеличилась на величину $2E_0/5$ (см. предыдущий пункт задачи). Найдите модуль скорости одной шайбы относительно другой после такого удара.
- Движения шайб до и после удара поступательные. В ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

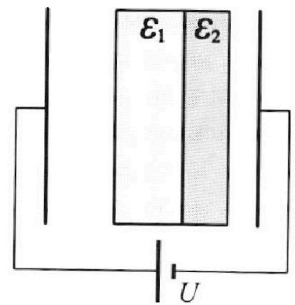
2. В воде на некоторой глубине удерживают пробирку в вертикальном положении, обращенную открытым концом вниз (см. рис.). Столб влажного воздуха имеет длину $H = 30$ см, температура установилась $t_1 = 17^\circ\text{C}$, в таком состоянии пробирка находилась достаточно долго. В некоторый момент температуру системы резко поднимают до температуры $t_2 = 77^\circ\text{C}$, сохраняя прежнее давление. При этом вода в пробирке быстро опустилась с уровня 1 до уровня 2. После этого уровень воды начал медленно двигаться до уровня 3, опустившись на $h = 10$ см. Изменением гидростатического давления на границе «воздух – вода» в пробирке можно пренебречь.



- 1) Найти расстояние ΔH между первым и вторым уровнями.
- 2) Найти давление в пробирке P_0 . Ответ дать в мм. рт. ст.

Примечание: давление насыщенного пара воды при температуре t_1 равно $P_1 = 15$ мм. рт. ст., при температуре t_2 равно $P_2 = 305$ мм. рт. ст.

3. В плоский конденсатор с площадью обкладок S и расстоянием между ними d помещены параллельно обкладкам и напротив них две соприкасающиеся пластины (см. рис.). У одной пластины диэлектрическая проницаемость $\epsilon_1 = 3$, толщина $d/2$, у другой пластины $\epsilon_2 = 4$, толщина $d/3$. У обеих пластин площадь каждой из двух поверхностей равна S . Конденсатор подключен к источнику с напряжением U .



- 1) Найти напряженность электрического поля E в левом воздушном зазоре конденсатора.
- 2) Найти заряд Q положительно заряженной обкладки конденсатора.
- 3) Найти связанный (поляризационный) заряд q на границе соприкосновения пластин.

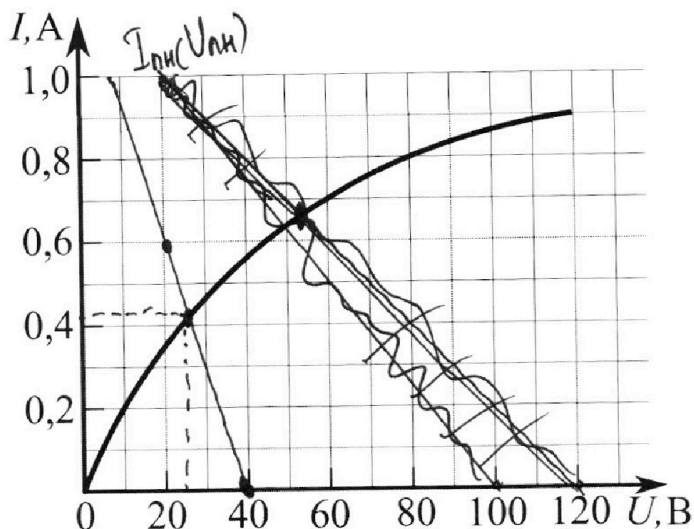
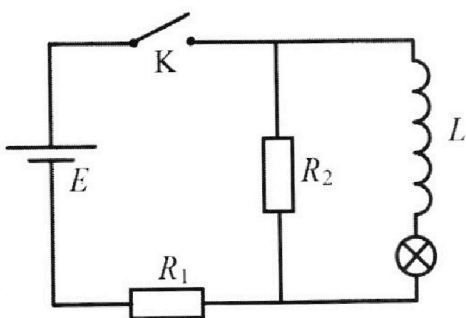
Ответы давать с числовыми коэффициентами в виде обыкновенных дробей.

Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

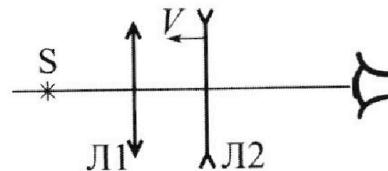
Вариант 11-07

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. В цепи (см. рис.) катушка индуктивности и источник идеальные, $L = 0,25$ Гн, $E = 120$ В, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 50$ Ом. Вольт-амперная характеристика лампочки накаливания приведена на рисунке. Ключ К замыкают.
- 1) Найти ток I_{10} через R_1 сразу после замыкания ключа.
 - 2) Найти скорость возрастания тока через катушку сразу после замыкания ключа.
 - 3) Найти ток через лампочку в установившемся режиме после замыкания ключа.



5. Главные оптические оси двух тонких линз совпадают. У линзы Л1 фокусное расстояние $F_1 = 20$ см, у линзы Л2 фокусное расстояние $F_2 = -10$ см. Неподвижный точечный источник света S расположен на расстоянии $d = 10$ см от неподвижной линзы Л1. Линза Л2 приближается к Л1 с постоянной скоростью $V = 1$ см/с. Изображение источника рассматривают со стороны линзы Л2 (см. рис.).



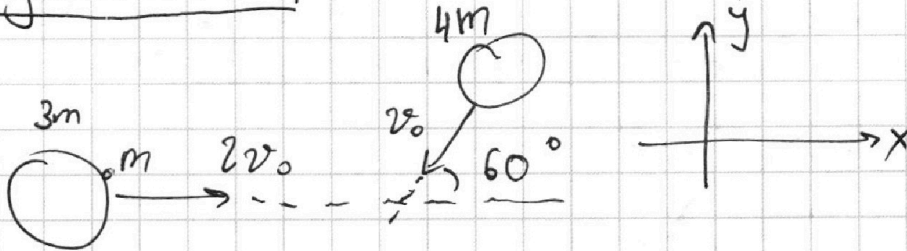
- 1) На каком расстоянии x_0 от линз будет изображение, когда Л2 приблизится вплотную к Л1?
- 2) На каком расстоянии x от линзы Л2 будет изображение, когда расстояние между линзами станет $L = 20$ см?
- 3) Найти скорость U (по модулю) изображения, когда расстояние между линзами станет $L = 20$ см.



- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1



До столкновения.

Поскольку в т.ч. в силу того, что поверхность гладкая, на шарики не действует никаких внешних горизонтальных сил, то можно воспользоваться законом сохранения импульса (далее - ЗСИ).

Введем ось Ox , направленную вправо и параллельную скорости шара $3m$ с осью Oy , перпендикулярную оси Ox и направленной вверх (см. рисунок).

Запишем ЗСИ по Ox : $(3m+m)2v_0 + 4m(-v_0 \cos 60^\circ) = (3m+m+4m)v_x$, где v_x - скорость всей системы "шар + пластина" по оси Ox (при этом v_x не обязательно > 0) после абсолютно неупругого удара (по условию, т.к. шары приклеились).
 ЗСИ по Oy : $(3m+m) \cdot 0 + 4m(-v_0 \sin 60^\circ) = (3m+m+4m)v_y$, где v_y - скорость всей системы "шар + пластина" после удара (v_y не обязательно > 0)

~~Получаем систему $(3m+m)2v_0 + 4m(-v_0 \cos 60^\circ) = (3m+m+4m)v_x$ и $(3m+m) \cdot 0 + 4m(-v_0 \sin 60^\circ) = (3m+m+4m)v_y$~~

$$\begin{cases} (3m+m)2v_0 + 4m(-v_0 \cos 60^\circ) = (3m+m+4m)v_x \\ (3m+m) \cdot 0 + 4m(-v_0 \sin 60^\circ) = (3m+m+4m)v_y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8mv_0 - 4mv_0 \cos 60^\circ = 8mv_x \\ -4mv_0 \sin 60^\circ = 8mv_y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8mv_0 - 4mv_0 \cdot 1/2 = 8mv_x \\ -4mv_0 \cdot \sqrt{3}/2 = 8mv_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6mv_0 = 8mv_x \\ -2\sqrt{3}mv_0 = 8mv_y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3v_0 = 4v_x \\ -\sqrt{3}v_0 = 4v_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = 0,75v_0 \\ v_y = -(\sqrt{3}/4)v_0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

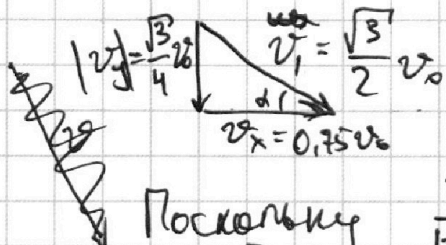
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По теореме Пифагора модуль вектора скорости системы ~~после~~ после удара равен:

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(3/4)v_0^2 + (3/4)v_0^2} = \frac{2\sqrt{3}}{4}v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0.$$

Таким образом, скорость направлена след. образом:



Поскольку $\frac{v_1}{(v_y)} = 2$, то $\alpha = 30^\circ$ (см. рисунок; α - угол между \vec{v}_x и \vec{v}_1 , \Rightarrow угол между Ox и \vec{v}_1).

Таким образом, $v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$, v_1 направлена вправо вниз под углом 30° к Ox .

Работа энергии E_0 в начальном и конечном состояниях E_0 будет равна — разности кинетической энергии шаров в 2 состояниях, поскольку ~~потенциальная энергия~~ $(i.e. пружину по отв. к этой работе)$

Иными словами, в первом (начальном) состоянии суммарная кинетическая энергия $E_{k1} =$

$$= (3m + m) \cdot (2v_0)^2 + \frac{4m \cdot v_0^2}{2} = \frac{4m \cdot 4v_0^2}{2} + \frac{4m \cdot v_0^2}{2} = 8m v_0^2 + 2m v_0^2 = 10m v_0^2;$$

во втором (после столкновения) состоянии суммарная кинетическая энергия $E_{k2} = \frac{(3m + m + 4m) \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2}v_0)^2}{2} = \frac{8m \cdot (3/4)v_0^2}{2} = 3m v_0^2$

$$\text{Таким образом, } E_0 = - (E_{k2} - E_{k1}) = - (3m v_0^2 - 10m v_0^2) = 7m v_0^2.$$

(Т.к. по ЗЭЭ (здесь и далее — закону сохранения энергии $E_{k1} = E_{k2} + E_0$, т.е. выделяющаяся в результате взаимодействия кинетической энергии пойдет на две — работу внешней энергии)

Для решения п. 3 задачи перейдем в систему отсчета центра масс системы шаров + пластины. До столкновения приведенная масса системы равна $\mu_1 = \frac{1}{\frac{1}{4m} + \frac{1}{3m+m}} = 2m$, относительная скорость шаров ~~шаров~~ ~~относит.~~ друг друга равна v_{10TH} .

стр-2/13

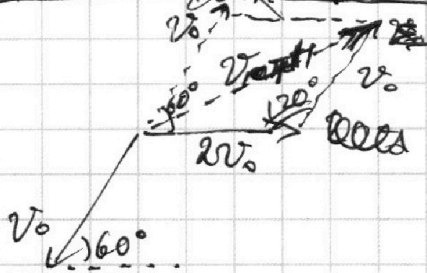
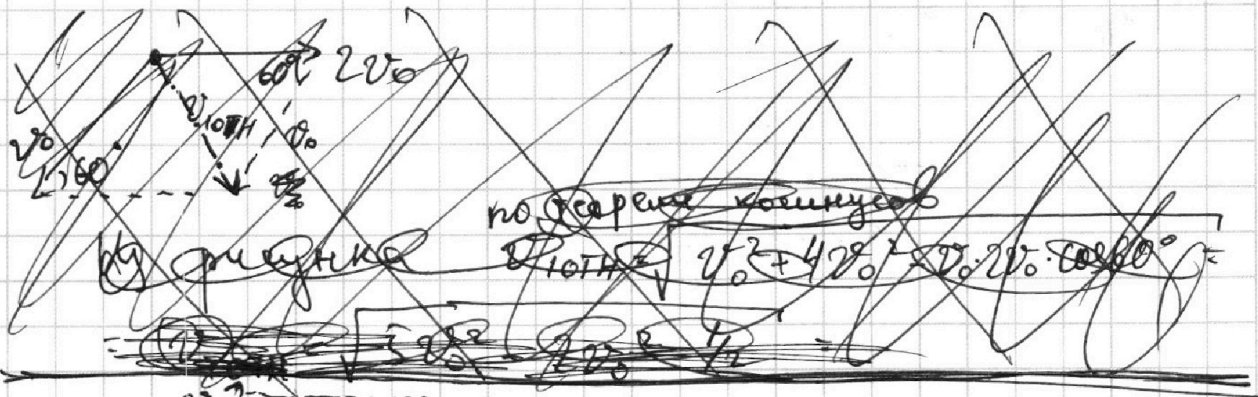
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



По т. косинусов из рисунка выше

$$v_{отн} = \sqrt{4v_0^2 + v_0^2 - 2 \cdot v_0 \cdot 2v_0 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{5v_0^2 + 4v_0^2} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{7} v_0.$$

~~Вектор скорости центра масс~~ После столкновения

приведенная масса $\mu_2 = 1 / (\frac{1}{3m} + \frac{1}{4m+m}) = \frac{1}{\frac{1}{3m} + \frac{1}{5m}} = \frac{1}{\frac{5m+3}{15m}} = \frac{15m}{8}$

Пусть $v_{отн}$ - искомая скорость шара относительно друг друга после столкновения. Тогда по закону сохранения энергии:

$$\frac{\mu_1 \cdot v_{отн}^2}{2} = \frac{\mu_2 \cdot v_{отн}^2}{2} + 2E_0/5.$$

$$\frac{2m \cdot 7v_0^2}{2} = \frac{(15m/8) \cdot v_{отн}^2}{2} + 7mv_0^2 \cdot \frac{2}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$7m v_0^2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{15m}{16} \cdot v_{20TH}^2$$

$$7m v_0^2 = \frac{15m}{16} \cdot \frac{5}{3} \cdot v_{20TH}^2$$

$$7m v_0^2 = \cancel{15m} \cdot \frac{25}{16} v_{20TH}^2$$

$$\frac{7 \cdot 16}{25} v_0^2 = v_{20TH}^2$$

$$v_{20TH} = \frac{4\sqrt{7}}{5} v_0$$

Ответ:

1) $v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$

2) $E_0 = 7m v_0^2$

3) $v_{20TH} = \frac{4\sqrt{7}}{5} v_0$



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

Выраши температуры t_1 и t_2 в Кельвинах где
 $t_1 = 17^\circ\text{C} \approx (17 + 273)\text{K} = 290\text{K}$
 $t_2 = 77^\circ\text{C} \approx (77 + 273)\text{K} = 350\text{K}$

~~Выводим уравнение состояния идеального газа в равновесии~~

Примем за S площадь основания цилиндра.
 Зададим: 1 состояние = вода на уровне 1;
 2 состояние = вода на уровне 2;
 3 состояние = вода на уровне 3;

Примем за p_{1n} - давление водяного пара в сос. 1,
 p_{1B} - давление остальных газов в сос. 1;
 p_{2n} - давление водяного пара в сос. 2;
 p_{2B} - давление остальных газов в сос. 2;
 p_{3n} - давление водяного пара в сос. 3;
 p_{3B} - давление остальных газов в сос. 3.

По условию давление при переходе из сос. 1 в сос. 2 не изменилось \Rightarrow по закону Дальтона
 $p_0 = p_{1B} + p_{1n} = p_{2B} + p_{2n}$
 По уравнению Менделеева - Клапейрона и закону Дальтона для состояний 1-3:

$$(p_{1B} + p_{1n}) H S = \nu_{12} R t_1$$

$$(p_{2B} + p_{2n}) (H + \Delta H) S = \nu_{12} R t_2$$

$$(p_{3B} + p_{3n}) (H + \Delta H + h) S = \nu_{12} R t_2$$

(т.к. темп. изменились быстро то пар не успевает конденсироваться, $\nu = \text{const}$ для перехода 1-2) Кроме этого, в переходе 1-2 часть воды не только успевает испариться.

т.к. изменился гидростатическое давление можно прийти к выводу и по условию давление во всех 3 сос. одинаково и равно $p_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow p_0 = p_{1B} + p_{1n} = p_{2B} + p_{2n} = p_{3B} + p_{3n}$$

то есть, получаем:

$$\begin{cases} p_0 H S = \nu_{12} R t_1 \\ p_0 (H + \Delta H) S = \nu_{12} R t_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{H}{H + \Delta H} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow t_1 (H + \Delta H) = H t_2 \Rightarrow t_1 H + t_2 H = t_1 \Delta H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta H = H \frac{t_2 - t_1}{t_1} = 30 \text{ см} \cdot \frac{350\text{K} - 290\text{K}}{290\text{K}} = 30 \text{ см} \cdot \frac{60\text{K}}{290\text{K}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta H = \frac{180}{29} \text{ см}$$

[ср. 5/13]

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По условию давление постоянно \Rightarrow в переходе между состояниями 2-3 объем увеличивается за счет испарения в водной пар воды. При этом когда объем прибавать перестал (объем = объем газа + газом), то в состоянии 3 водной пар насыщает и $p_{3n} = p_2 = 305$ мм рт.ст.

Поскольку до перехода между состояниями 1-2 влажный воздух находился достаточно долго, то в состоянии 1 пар также насыщен, то есть $p_{1n} = p_1 = 15$ мм рт.ст.

В переходе 1-2 предельное давление сохраняется \Rightarrow процесс 1-2 изобарный и для водного пара, и для смеси газов. Отсюда $p_{1n} = p_{2n}$ и $p_{1B} = p_{2B}$. Теперь примем за V_{12n} количество водного пара в состоянии 1 и 2, за V_{3n} количество водного пара в состоянии 3, за V_B количество остальных газов во всех трех состояниях (оно, очевидно, постоянно).

Тогда по уравнению Менг.-Кл.:

$$\begin{aligned} p_{1B} H S &= \nu_B R t_1 & p_{1n} H S &= \nu_{12n} R t_1 \\ p_{2B} (H + \Delta H) S &= \nu_B R t_2 & p_{2n} (H + \Delta H) S &= \nu_{12n} R t_2 \\ p_{3B} (H + \Delta H + h) S &= \nu_B R t_3 & p_{3n} (H + \Delta H + h) S &= \nu_{3n} R t_3 \end{aligned}$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} p_{1B} H S &= \nu_B R t_1 & p_{1n} H S &= \nu_{12n} R t_1 \\ p_{1B} (H + \Delta H) S &= \nu_B R t_2 & p_{1n} (H + \Delta H) S &= \nu_{12n} R t_2 \\ p_{3B} (H + \Delta H + h) S &= \nu_B R t_3 & p_{2n} (H + \Delta H + h) S &= \nu_{3n} R t_3 \end{aligned}$$

Следовательно:

$$\frac{p_1 (H + \Delta H) S}{p_2 (H + \Delta H + h) S} = \frac{\nu_{12n} R t_2}{\nu_{3n} R t_2} \Rightarrow \frac{\nu_{3n}}{\nu_{12n}} = \frac{p_2 (H + \Delta H + h)}{p_1 (H + \Delta H)}$$

При этом мы имеем, что $(p_{2B} + p_{2n})(H + \Delta H) S = \nu_{12} R t_2$
 $(p_{3B} + p_{3n})(H + \Delta H + h) S = \nu_{3n} R t_2$, то

$$\frac{H + \Delta H}{H + \Delta H + h} = \frac{\nu_{12}}{\nu_3} = \frac{\nu_B + \nu_{12n}}{\nu_B + \nu_{3n}}$$

Получаем систему: $(p_1 (H + \Delta H) \nu_{3n} = p_2 (H + \Delta H + h) \nu_{12n}$
 $(\nu_B (H + \Delta H) + \nu_{3n} (H + \Delta H)) = \nu_B (H + \Delta H + h) + \nu_{12n} (H + \Delta H + h)$
 $\Rightarrow \nu_B (H + \Delta H) + \nu_{12n} \frac{p_2 (H + \Delta H + h)}{(H + \Delta H) p_1} (H + \Delta H) = \nu_B (H + \Delta H + h) + \nu_{12n} (H + \Delta H + h)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \nu_{12n} P_2 (H + \Delta H + h) \cdot \frac{1}{P_1} = \nu_B h + \nu_{12n} (H + \Delta H + h) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu_{12n} \frac{P_2}{P_1} (H + \Delta H + h) - \nu_{12n} (H + \Delta H + h) = \nu_B h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu_{12n} (H + \Delta H + h) \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right) = \nu_B h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu_B = \nu_{12n} \frac{H + \Delta H + h}{h} \cdot \frac{P_2 - P_1}{P_1}$$

Из уравнений:
$$\begin{cases} P_0 H S = (\nu_{12n} + \nu_B) R L_1 \\ P_1 H S = \nu_{12n} R L_1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_0}{P_1} = \frac{\nu_{12n} + \nu_B}{\nu_{12n}} = \frac{\nu_{12n} \left(1 + \frac{H + \Delta H + h}{h} \cdot \frac{P_2 - P_1}{P_1} \right)}{\nu_{12n}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_0 = P_1 \cdot \left(1 + \frac{H + \Delta H + h}{h} \cdot \frac{P_2 - P_1}{P_1} \right) =$$

$$= 15 \text{ мм рт. ст.} \cdot \left(1 + \frac{30 \text{ см} + \frac{180}{29} \text{ см} + 10 \text{ см}}{10 \text{ см}} \cdot \frac{305 \text{ мм рт. ст.} - 15 \text{ мм рт. ст.}}{15 \text{ мм рт. ст.}} \right) =$$

$$= 15 \text{ мм рт. ст.} \cdot \left(1 + \frac{40 \cdot 29 + 180}{290} \cdot \frac{290}{15} \right) =$$

$$= 15 \text{ мм рт. ст.} \cdot \left(1 + \frac{40 \cdot 29 + 180}{15} \right) =$$

$$= 15 \text{ мм рт. ст.} \cdot \frac{205 + 40 \cdot 29}{15} =$$

$$= (205 + 40 \cdot 29) \text{ мм рт. ст.} = (205 + 360 + 800) \text{ мм рт. ст.} =$$

$$= (1005 + 360) \text{ мм рт. ст.} \Rightarrow P_0 = 1365 \text{ мм рт. ст.}$$

Ответ: 1) $\Delta H = \frac{180}{29} \text{ см}$

2) $P_0 = 1365 \text{ мм рт. ст.}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

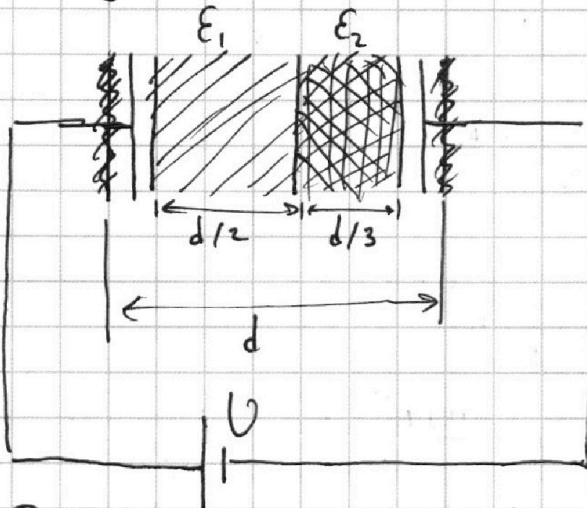
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

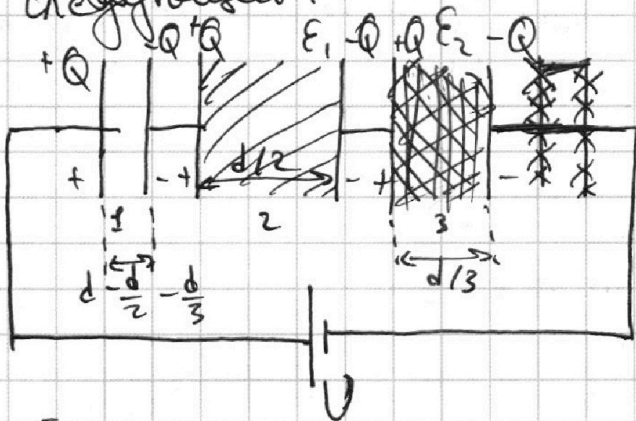
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №3



~~Данная схема эквивалентна следующей:~~
Данная схема эквивалентна следующей:



Емкость конденсатора 1 равна $C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d - \frac{d}{2} - \frac{d}{3}} = \frac{6\epsilon_0 S}{d}$;

Емкость конденсатора 2 равна $C_2 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d/2} = \frac{2 \cdot 3\epsilon_0 S}{d} = \frac{6\epsilon_0 S}{d}$.

Емкость конденсатора 3 равна $C_3 = \frac{\epsilon_0 S}{d/3} = \frac{3\epsilon_0 S}{d} = \frac{12\epsilon_0 S}{4d}$.

~~Общая емкость~~ C_2 - общая емкость этих 3 конденсаторов

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{d}{6\epsilon_0 S} + \frac{d}{6\epsilon_0 S} + \frac{d}{12\epsilon_0 S} = \frac{5d}{12\epsilon_0 S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{12\epsilon_0 S}{5d}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~Заряд конденсаторов q_1, q_2, q_3 и потенциалы.~~

Заряд на таком "одном" конденсаторе
будет равен $q_\varepsilon = C_\varepsilon U = \frac{12\varepsilon_0 S U}{5d}$.

Напряженность поля в левом зазоре ~~будет~~
равна напряженности внутри конденсатора, в
эквивалентной схеме, то есть:

$$E = \frac{q_\varepsilon}{\varepsilon_0 S} = \frac{12\varepsilon_0 S U}{5d} \cdot \frac{1}{\varepsilon_0 S} \Rightarrow E = \frac{12U}{5d}$$

Заряд положительно заряженной (т.е. левой)
обкладки конденсатора по условию будет
равен $Q = q_\varepsilon = \frac{12\varepsilon_0 S U}{5d}$.

Вернемся к исходной ситуации.

Пусть на левой части диэлектрика F_1
заряд q_1 , на ~~правой~~ ^{верхней} обложке заряд q_2 ,
на правой части заряд q_3 .

Тогда по закону сохранения заряда $q_1 + q_2 + q_3 = 0$;

Кроме этого,

$$\frac{q_1}{2\varepsilon_1 \varepsilon_0 S} - \frac{q_2}{2\varepsilon_1 \varepsilon_0 S} = \frac{Q}{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}$$
$$\frac{q_2}{2\varepsilon_2 \varepsilon_0 S} - \frac{q_3}{2\varepsilon_2 \varepsilon_0 S} = \frac{Q}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}$$

То есть:

$$\begin{cases} q_1 + q_2 + q_3 = 0 \\ q_1 - q_2 = 2Q \\ q_2 - q_3 = 2Q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 + q_2 + q_3 = 0 \\ q_1 + q_3 = 4Q \end{cases} \Rightarrow$$

\Rightarrow искомый $q_2 = -4Q \Rightarrow q_2 = -\frac{48\varepsilon_0 S U}{5d}$.

Ответ: 1) $E = \frac{12U}{5d}$; 2) $Q = \frac{12\varepsilon_0 S U}{5d}$;
3) $q = -\frac{48\varepsilon_0 S U}{5d}$.

AP.9/13/

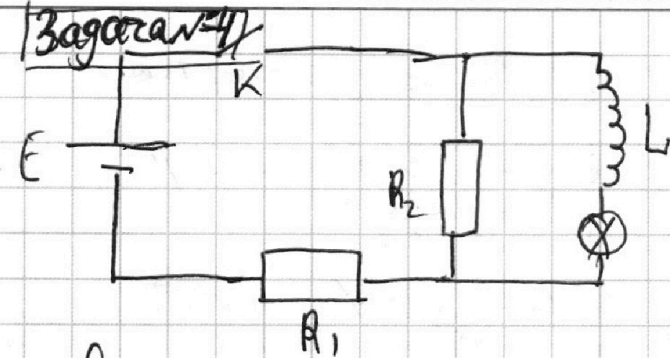
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Сразу после замыкания ключа ток через ветвь с катушкой и лампой не пойдет \Rightarrow
 $\Rightarrow I_{10} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{120 \text{ В}}{100 \text{ Ом} + 50 \text{ Ом}} = 0,8 \text{ А}.$

Сразу после замыкания ключа ток через лампу идет нулевым в силу того, что ток через катушку нулевой \Rightarrow напряжение $U_L = U_{R_2}$ (U_{R_2} - напряж. на резисторе R_2 , U_L - напряж. -ие на катушке).
 $U_L = L \frac{dI}{dt}$, где $\frac{dI}{dt}$ - скорость возраст. тока через катушку

$$U_{R_2} = I_{10} \cdot R_2.$$

$$\text{То есть } L \frac{dI}{dt} = I_{10} R_2 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{I_{10} R_2}{L} = \frac{0,8 \text{ А} \cdot 50 \text{ Ом}}{0,25 \text{ Гн}} = 160 \frac{\text{А}}{\text{с}}.$$

В установившемся режиме после замыкания ключа напряжение на катушке равно нулю (т.к. уменьшение тока на катушке равно нулю и установившегося состояния).

Пусть в этом состоянии ток через: $R_2 - I_{R_2H}$;

падение - U_{RH} ;
 напряж. на лампе - U_{LH} СР. 10/13

~~$E = (I_{R_2H} + I_{LH}) R_1 + I_{R_2H} R_2 \Rightarrow I_{R_2H} R_2 = E - (I_{R_2H} + I_{LH}) R_1$
 $I_{R_2H} R_2 = E - I_{R_2H} R_1 - I_{LH} R_1 \Rightarrow I_{R_2H} (R_2 + R_1) = E - I_{LH} R_1$
 $I_{R_2H} = \frac{E - I_{LH} R_1}{R_2 + R_1}$
 $I_{LH} = I_{R_2H} = \frac{E - I_{LH} R_1}{R_2 + R_1}$
 $I_{LH} (R_2 + R_1) = E - I_{LH} R_1$
 $I_{LH} (R_2 + R_1 + R_1) = E$
 $I_{LH} (R_2 + 2R_1) = E$
 $I_{LH} = \frac{E}{R_2 + 2R_1} = \frac{120 \text{ В}}{50 \text{ Ом} + 2 \cdot 100 \text{ Ом}} = \frac{120}{250} = 0,48 \text{ А}$
 $I_{R_2H} = 0,48 \text{ А}$
 $U_{RH} = I_{R_2H} R_2 = 0,48 \text{ А} \cdot 50 \text{ Ом} = 24 \text{ В}$
 $U_{LH} = I_{LH} R_1 = 0,48 \text{ А} \cdot 100 \text{ Ом} = 48 \text{ В}$
 Проверим данные по графику~~



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Точка пересечения данных прямой с графиком
и условия находится в точке $U_{ЛН} = 55 В$, $I_{ЛН} = 0,65 А$
Отсюда $I_{R2H} = \frac{U_{ЛН}}{R_2} = 1,1$~~

Тогда: $E = (I_{ЛН} + I_{R2H}) R_1 + I_{R2H} R_2 = (I_{ЛН} + I_{R2H}) R_1 + U_{ЛН}$

$U_{ЛН} = I_{R2H} R_2$

$I_{R2H} = \frac{U_{ЛН}}{R_2}$

$I_{ЛН} R_1 = E - U_{ЛН} \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right)$

$I_{ЛН} = \frac{E - U_{ЛН} \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right)}{R_1} \Rightarrow I_{ЛН} = \frac{120 - U_{ЛН} (2+1)}{100} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_{ЛН} = 1,2 - 0,03 U_{ЛН}$

При этом ~~наша~~ наша ситуация будет находиться ~~на~~ на графике на пересечении полученных функций $I_{ЛН}(U_{ЛН})$ и ~~на~~ В АХ параллельно ~~и~~ условия; это точка $U_{ЛН} \approx 25 В$; $I_{ЛН} \approx 0,45 А$.

Ответ: 1) $I_{10} = 0,8 А$

2) $\frac{dI}{dt} = 160 \frac{А}{с}$

3) $I_{ЛН} \approx 0,45 А$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №5

Когда Л2 будет находиться вплотную к Л1, то оптическая сила полученной системы линз будет равна ~~какой-то~~ сумме оптич. сил F_1 и F_2 по отдельности, то есть:

$$\frac{1}{F_3} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}, \text{ где } F_3 - \text{ фокусное расстояние}$$

системы линз. $\Rightarrow \frac{1}{F_3} = \frac{F_1 + F_2}{F_1 F_2} \Rightarrow F_3 = \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2}$

По формуле тонкой линзы:

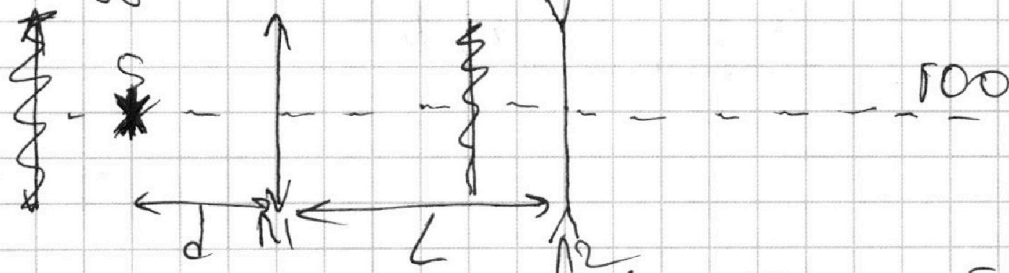
$$\frac{1}{F_3} = \frac{1}{d} + \frac{1}{x_0} \Rightarrow \frac{1}{x_0} = \frac{1}{F_3} - \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{1}{x_0} = \frac{d - F_3}{F_3 d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{F_3 d}{d - F_3} = \frac{F_1 F_2 d}{(F_1 + F_2) \left(d - \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2} \right)} = \frac{20 \text{ см} \cdot (-10 \text{ см}) \cdot 10 \text{ см}}{(20 \text{ см} + 10 \text{ см}) \left(10 \text{ см} - \frac{20 \cdot (-10)}{20 + 10} \text{ см} \right)}$$

$$= \frac{-200 \cdot 10}{10 \cdot \left(10 - \frac{-200}{10} \right)} \text{ см} = \frac{-2000 \text{ см}}{10(10 + 20)} = \frac{-2000}{300} \text{ см} = -\frac{20}{3} \text{ см},$$

т.е. изображение будет на расстоянии $\frac{20}{3}$ см слева от системы линз.

Теперь рассмотрим случай, когда расст. между линзами



Изображение источника в собирающей линзе Л1 будет на расстоянии F_1 справа от Л1. По формуле тонкой линзы (для Л1):

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d} + \frac{1}{F_1} \Rightarrow \frac{1}{F_1} = \frac{1}{F_1} - \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{1}{F_1} = \frac{d - F_1}{F_1 d}$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{F_1 d}{d - F_1} = \frac{20 \text{ см} \cdot 10 \text{ см}}{10 \text{ см} - 20 \text{ см}} = \frac{200}{-10} \text{ см} = -20 \text{ см} \Rightarrow \text{изображ.}$$

стр. 12/13

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
 Отметьте крестиком номер задачи,
 решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

меньше минимуме, находится на расстоянии
 $X_1 = 20$ см слева от минимума \Rightarrow на расстоя-
 нии $X_2 = l + X_1 = 40$ см слева от рассеива-
 ющей линзы Λ_2

По формуле тонкой линзы (для Λ_2):

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X} \Rightarrow \frac{1}{X} = \frac{1}{F_2} - \frac{1}{X_2} \Rightarrow \frac{1}{X} = \frac{X_2 - F_2}{X_2 F_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X = \frac{X_2 F_2}{X_2 - F_2} = \frac{40 \text{ см} \cdot (-10 \text{ см})}{40 \text{ см} + 10 \text{ см}} = \frac{-400}{50} \text{ см} = -8 \text{ см} \Rightarrow$$

\Rightarrow изображение в Λ_2 будет находиться слева
 от линзы на расстоянии 8 см.

Пусть скорость изображения в 1-й линзе v_1 .
 Тогда прием направления к изображению от линзы Λ_1 положим u_1 .

$$\text{Тогда для 1-й линзы } \Gamma_1 = \frac{v_1}{u_1} = \frac{v_1}{v} \Rightarrow v_1 = \frac{v \Gamma_1}{1} =$$

$$= \frac{1 \text{ см/с} \cdot (-20 \text{ см})}{10 \text{ см}} = -2 \text{ см/с}.$$

$$\text{Для 2-й линзы } \Gamma_2 = \frac{v_2}{u_2} = \frac{u_2}{v_2} \Rightarrow u_2 = \frac{v_2 \Gamma_2}{1} =$$

$$= \frac{-2 \text{ см/с} \cdot (-8 \text{ см})}{40 \text{ см}} = -2 \text{ см/с} \cdot \left(\frac{1}{5}\right) = +0,4 \text{ см/с}.$$

Ответ:

- 1) $|X_0| = + \frac{20}{3}$ см (слева от линзы)
- 2) $|X| = 8$ см (слева от линзы Λ_2)
- 3) $u = 0,4$ см/с.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$E = (I_1 + I_2)R_1 + I_2 R_2 = (I_1 + I_2)R_1 + U_n$
 $E = \frac{q}{2\epsilon_0 S}$ $E = \frac{120}{10d}$
 $U_n = I_2 R_2$
 $I_2 = \frac{U_n}{R_2} q_1 + q_4 = 0$
 $I_1 R_1 = E - U_n \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right)$
 $I_1 = \frac{E - U_n \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right)}{R_1} = \frac{q}{\epsilon_0 S} = \frac{120}{5d}$
 $E_n = \frac{q_1}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_3}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_4}{2\epsilon_0 S}$
 $E_c = \frac{q_2}{6\epsilon_0 S} + \frac{q_1}{6\epsilon_0 S} - \frac{q_3}{6\epsilon_0 S} - \frac{q_4}{6\epsilon_0 S}$
 $E_n = \frac{q_1}{8\epsilon_0 S} + \frac{q_2}{8\epsilon_0 S} + \frac{q_3}{8\epsilon_0 S} - \frac{q_4}{8\epsilon_0 S}$
 $E_n = \frac{q_1 - q_2 - q_3 - q_4}{8\epsilon_0 S}$
 $E_n = \frac{q_1}{6} + \frac{q_2}{3} + \frac{q_3}{2} + \frac{q_4}{4}$
 $q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 0$
 $q_1 + q_2 = Q$
 $q_3 + q_4 = -Q$
 $q_2 = q_3$
 $q_1 = -q_4$
 $q_6 = -q_7$
 $q_8 = -q_5$
 $q_{10} = -q_{11}$
 $q_9 = -q_{12}$

$q_1 + q_2 = Q$
 $q_3 + q_4 = -Q$
 $q_2 = q_3$
 $q_1 = -q_4$
 $U_n = \frac{120}{0.03}$
 $q_1 + q_2 + q_3 = 0$
 $\frac{q_1}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$
 $\frac{q_2}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_3}{2\epsilon_0 S} = 0$