

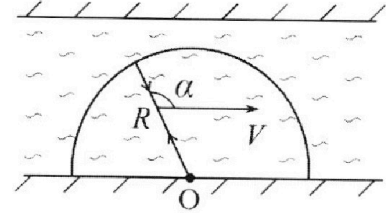


Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023



Вариант 09-04

1. На реке отведена зона для безопасного плавания. Граница зоны – половина окружности радиуса $R = 60$ м, центр в точке O (см. рис.). Скорость течения реки $V = 0,8$ м/с. В ходе заплывов по реке пловец каждый раз стартует в точке O , плывет по прямой до границы зоны, а затем по той же прямой возвращается в точку старта. В системе отсчета, связанной с водой, скорость \vec{U} пловца одинакова по модулю при движении в любом направлении.

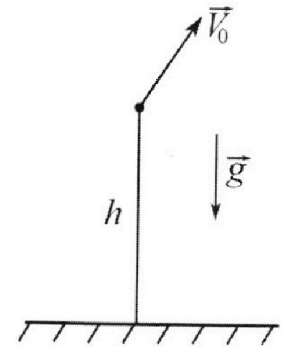


В первом заплыве пловец проплывает 60 м против течения ($\vec{U} \uparrow \vec{V}$) и возвращается ($-\vec{U} \uparrow \vec{V}$) в точку старта. Время движения на первой половине дистанции в 9 раз больше, чем на второй.

- 1) Найдите скорость U пловца в системе отсчета, связанной с водой.
- 2) Найдите продолжительность T заплыва, в котором вектор скорости реки образует угол $\alpha = 120^\circ$ с прямой, по которой движется пловец (см. рис.).
- 3) За какое наибольшее время T_{MAX} пловец после старта в точке O может доплыть до границы зоны и вернуться в точку старта?

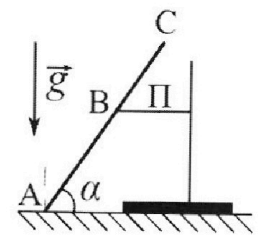
2. Мяч брошен с башни высотой $h = 14$ м под углом к горизонту (см. рис.). Начальная скорость мяча $V_0 = 13$ м/с, продолжительность полета мяча $T = 2,8$ с.

- 1) Найдите наибольшую высоту H , на которой мяч находился в полете. Все высоты отсчитываются от горизонтальной поверхности.
- 2) На каком расстоянии d от точки старта мяч упадет на горизонтальную поверхность? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.



3. Однородный стержень опирается на горизонтальный шероховатый пол и гладкую горизонтальную пластинку Π (см. рис.). В серии опытов при фиксированном отношении AB/AC (B – точка касания стержня и пластинки во всех опытах), перемещая пластинку по вертикали, а подставку по горизонтали, изменяют угол α , который стержень образует с горизонтальной плоскостью. Во всех опытах стержень остается в покое.

- 1) При каком угле α сила трения наибольшая по модулю?
- 2) Если коэффициент трения скольжения стержня по горизонтальной поверхности $\mu = 0,5$, то при каких значениях отношения AB/AC стержень будет оставаться в покое при найденном α ?



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-04



4. Брусок массой $M = 1$ кг изготовлен из материала, удельная теплоемкость c которого зависит от температуры t по закону, представленному на графике к задаче.

1) Какое количество Q теплоты следует отвести от бруска, чтобы температура бруска уменьшилась от $t_0 = 100$ °С до $t_1 = 80$ °С?

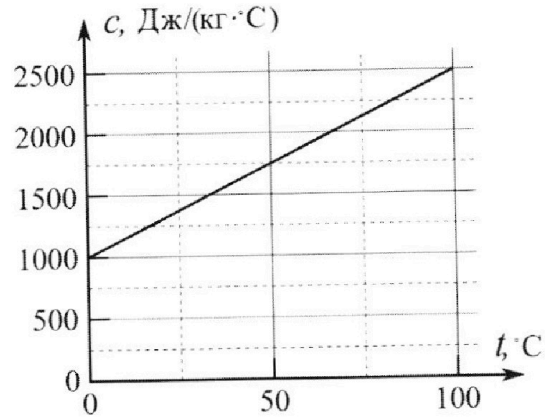
Этот брусок помещают в калориметр, содержащий глицерин при температуре $t_2 = 19$ °С. Температура бруска $t_1 = 80$ °С, масса глицерина $m = 0,4$ кг.

В калориметре устанавливается тепловое равновесие.

2) Найдите температуру t_3 в калориметре в равновесном состоянии.

В рассматриваемом диапазоне температур удельная теплоемкость глицерина

$c_{\Gamma} = 2,5 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°С). Потери теплоты и теплоемкость калориметра считайте пренебрежимо малыми.

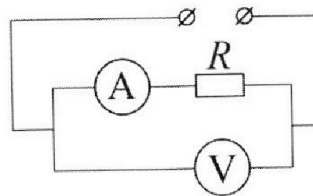
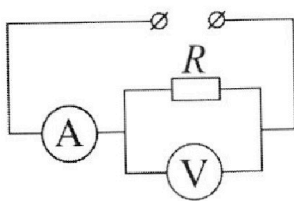


5. На рисунках к задаче приведены два варианта подключения амперметра и вольтметра для измерения силы тока через резистор сопротивлением R и напряжения на этом резисторе. При неизменном напряжении U источника показания вольтметра отличаются в 1,5 раза, а амперметра – вдвое.

1) Найдите сопротивление r_A амперметра.

2) В какой именно из двух цепей источник развивает большую мощность? Ответ подкрепите соответствующими вычислениями.

3) Найдите эту мощность P_{MAX} .



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



В первом заходе скорость плавца против течения (в неподвижной системе отсчета) равна $u-v$, а по течению: $u+v$. Имеем:

$$\frac{60}{u-v} = 9 \frac{60}{u+v}, \text{ откуда } u = 1,25 \text{ и } v = 1 \text{ м/с}$$

Для ответа на пункты 2, 3 рассчитаем время движения плавца для произвольного α . Пусть u_x и u_y - проекции скорости плавца относительно воды на оси Ox и Oy , параллельно и перпендикулярно течению соответственно. Пусть t_α - время движения до границы круга. Заметим, что t_α равно времени движения до границы под углом $180^\circ - \alpha$ (одинаковое отношение перемещений по Ox и Oy , но разное направление течения). Следовательно общее время захода равно $t_\alpha + t_{180-\alpha}$.

Запишем проекции перемещения плавца на Ox и Oy : $u_x t_\alpha + v t_\alpha = R \cos \alpha$; $u_y t_\alpha = R \sin \alpha$, или $u_x = \frac{R \cos \alpha}{t_\alpha} - v$; $u_y = \frac{R \sin \alpha}{t_\alpha}$. По теореме Пифагора: $u_x^2 + u_y^2 = u^2$, или $u^2 = \frac{R^2}{t_\alpha^2} + v^2 - \frac{2vR \cos \alpha}{t_\alpha}$. Допустив на t_α^2 нулем квадратное уравнение, решив которое найдем: $t_\alpha = \frac{2vR \cos \alpha + \sqrt{u^2 - \sin^2 \alpha} v^2}{2(u^2 - v^2)}$.

Для пункта 2 найдем значение суммарного времени при $\alpha = 120^\circ$

$$= \frac{200\sqrt{3}}{2} \approx 240 \text{ с.} = T$$

Минимального значения (*) достигает при $\alpha = 24^\circ 50'$ и имеет $\frac{2vR \sqrt{u^2 - \sin^2 \alpha} v^2}{u^2 - v^2} = 2 \cdot 60 \sqrt{1 - 0,64} = 200 \text{ с.}$

Максимального значения (*) достигает при $\alpha = 0^\circ (180^\circ)$

$$\text{Имеем } \frac{2vR \sqrt{u^2 - \sin^2 \alpha} v^2}{u^2 - v^2} = \frac{2 \cdot 60 \sqrt{1 - 0,64}}{1 - 0,64} \approx 333 \text{ с.} = T_{\max}$$

Ответ: 1) $u = 1 \text{ м/с}$ 2) $T = \frac{200\sqrt{3}}{3} \approx 240 \text{ с.}$ 3) $T_{\max} \approx 333 \text{ с.}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть α - угол броска относительно горизонта.
Запишем уравнение перемещения в проекции
на вертикальную ось OY: $h = \frac{gT^2}{2} - v_0 \sin \alpha T$

$$\sin \alpha = \frac{gT}{2v_0} - \frac{h}{v_0 T} = \frac{9}{13}, \text{ соответственно } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{88}}{13}$$

Максимальная высота подъема брошен-
ного тела вычисляется по формуле $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$
 $= \frac{81}{20} = 4,05$ м. Высота же над уровнем горизонта
равна $H = h + \Delta H = 18,05$ м

Перемещение тела вдоль оси OX, параллель-
ной горизонту, равно $d = v_0 \cos \alpha T = 13 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{88}}{13} \cdot 2,8 \text{ с} \approx 26,32$ м

Ответ: 1) $H = 18,05$ м 2) $d = 26,32$ м

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В изображенной конфигурации на стержень действуют следующие силы: сила тяжести mg , сила взаимодействия N_1 пластины N_1 , сила взаимодействия реакции поверхности N_2 и сила трения $F_{тр}$. Запишем равенство моментов сил относительно точки A .

Пусть l — длина стержня $k = \frac{AB}{AC}$, учитывая, что сила тяжести прилагается к центру масс однородного стержня, а N_1 сила взаимодействия пластинки перпендикулярна стержню, запишем: $mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \alpha = N_1 \cdot l \cdot k$

$N_1 = \frac{mg \cos \alpha}{2k}$. Также запишем условие равновесия стержня в проекции на ось Ox , параллельную горизонту: $F_{тр} - N_1 \sin \alpha = 0$ $F_{тр} = \frac{mg \cos \alpha \sin \alpha}{2k} = \frac{mg \sin 2\alpha}{4k}$

Для пункта 1) заметим, что $\sin 2\alpha$ не принимает максимальное значение при $\alpha = 45^\circ$ (сл. $F_{тр} = \frac{mg}{4k}$) следовательно при таком угле сила трения максимальна по модулю.

Для пункта 2) заметим, что $F_{тр} \leq \mu mg$ N_2

запишем уравнение статичности в проекции на Oy : $N_2 - mg + N_1 \cos \alpha = 0$ или $N_2 = mg + \frac{mg \cos^2 \alpha}{2k}$

при $\alpha = 45^\circ$ (сл. п. 1) $N_2 = mg \frac{4k-1}{4k}$ $F_{тр} = \frac{mg}{4k}$

$\frac{mg}{4k} \leq \mu mg \frac{4k-1}{4k}$ $k \geq \frac{\mu}{4\mu+1} \frac{\mu+1}{4\mu} = 0,45$. Кроме этого.

учтем, что при $k \leq 0,5$ стержень перевернется и этот так как центр тяжести окажется за точкой опоры. Поэтому $0,5 \leq \frac{AB}{AC} \leq 0,75$

Ответ: 1) $\alpha = 45^\circ$ 2) $0,5 \leq k \frac{AB}{AC} \leq 0,75$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Составим уравнение зависимости с от t :

$$c(t) = 1000 + 15t.$$

Для пункта 1) найдем Q по формуле $Q = M \int_{t_0}^{t_1} c dt$

$$= M (1000t + 7,5t^2) \Big|_{100}^{80} = 1 \cdot (80 \cdot 1000 + 48 \cdot 1000 - 100 \cdot 1000 - 75 \cdot 1000) = -47 \text{ кДж}$$

(знак - означает, что тепло отводилось).

Для пункта 2) запишем условие энергетического баланса $Q_1 = Q_2$ $Q_1 = (t_3 - t_2) \cdot m \cdot c_2$

$$Q_2 = M (1000t + 7,5t^2) \Big|_{t_3}^{t_1} = M (1000(t_3 - t_1 - t_2) + 7,5(t_1^2 - t_2^2))$$

$$7,5t_3^2 M + t_3 (1000M + m \cdot c_2) - 1000M t_1 - 7,5M t_1^2 - m c_2 t_2 = 0$$

Подставив все данные, и решив данное квадратное уравнение относительно t_3

(и это учитывая $19^\circ < t_3 < 80^\circ$), получим $t_3 = 60^\circ$

Ответ: 1) $Q = 47 \text{ кДж}$ 2) $t_3 = 60^\circ \text{C}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть r_a - сопротивление амперметра
 r_b - сопротивление вольтметра.

Заметим, что на 2 схеме показания вольтметра равны U , из этого следует, что в 1 схеме его показания равны $\frac{2}{3}U$, а значит напряжение на концах амперметра равно (на первой схеме) $\frac{U}{3}$. Так как в условии не указано, в каком именно случае показания амперметра больше, рассмотрим оба варианта
1) $I_1 = I_2$ $I_1 = \frac{U}{3r_a}$ (показания в 1 случае) $I_2 = \frac{U}{r_a + R}$ (во 2-ом)
 $3r_a = 2r_a + 2R$ $r_a = 2R$. Найдём r_b так как в 1 схеме $2Ua = Ub$, то $2r_a = \frac{r_b R}{r_b + R} = 4R \Rightarrow r_b = -\frac{4}{3}R$, что невозможно. Поэтому данное предположение неверно.

2) $I_1 = 2I_2$ $Ua = r_a + R \Rightarrow r_a = \frac{R}{5}$. Найдём r_b :

(действуем аналогично п. 1) $2r_a = \frac{r_b R}{r_b + R} = \frac{2}{5}R$

$r_b = \frac{2}{3}R$ (что не противоречит действительности).

Значит ответ пункта 1 - $\frac{R}{5}$

Для ответа на пункты 2 и 3 найдём

мощности, выделяемые в обоих случаях:

$$R_1 = r_a + \frac{r_b R}{r_b + R} = \frac{3}{5}R \quad P_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{5U^2}{3R} \quad R_2 = \frac{(R + r_a)r_b}{R + r_a + r_b} = \frac{3}{7}R$$

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{7U^2}{3R} > P_1, \text{ то есть } P_{\max} = P_2 = \frac{7U^2}{3R}$$

Ответ: 1) $r_a = \frac{1}{5}R$ 2) во второй цепи 3) $\frac{7U^2}{3R}$



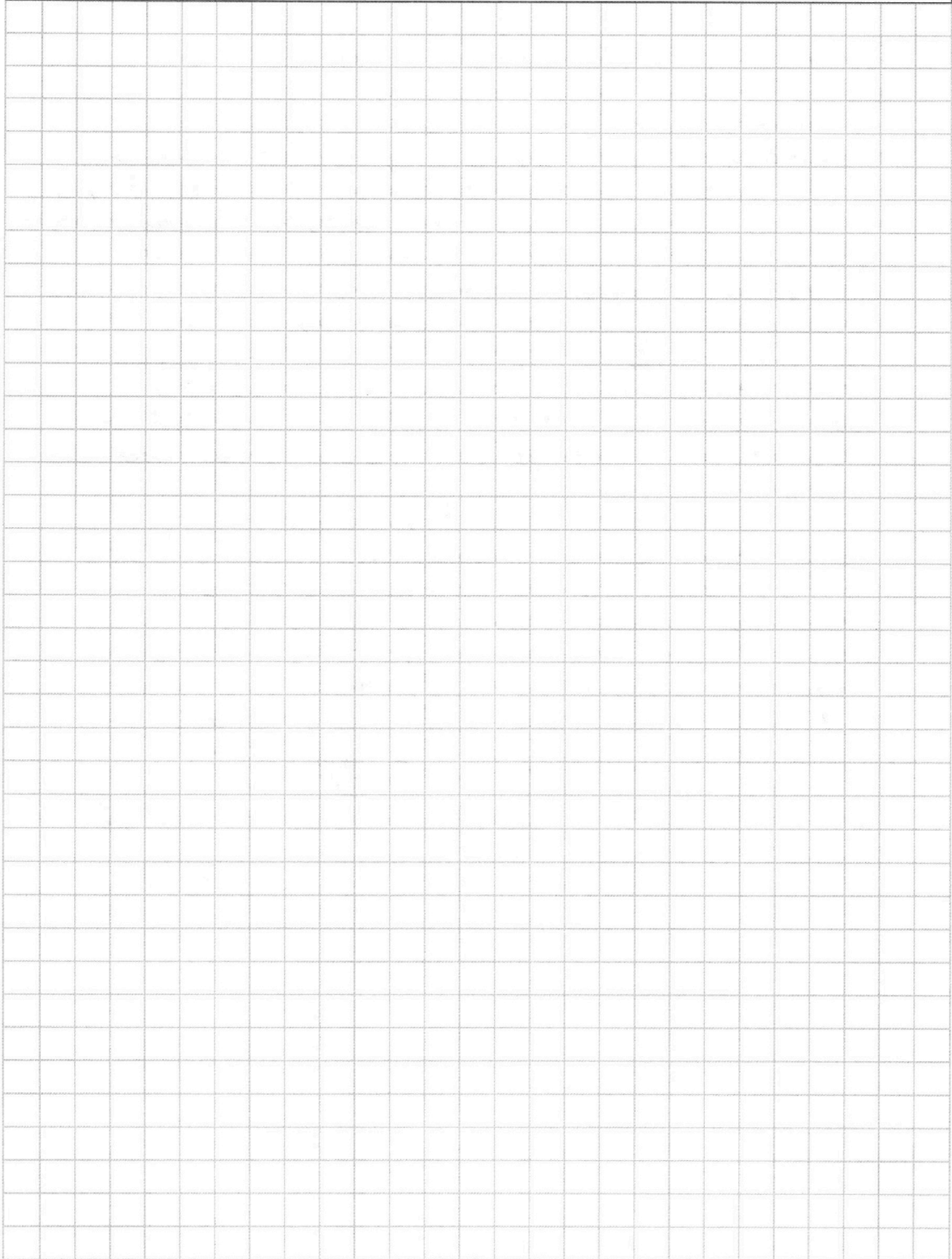
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





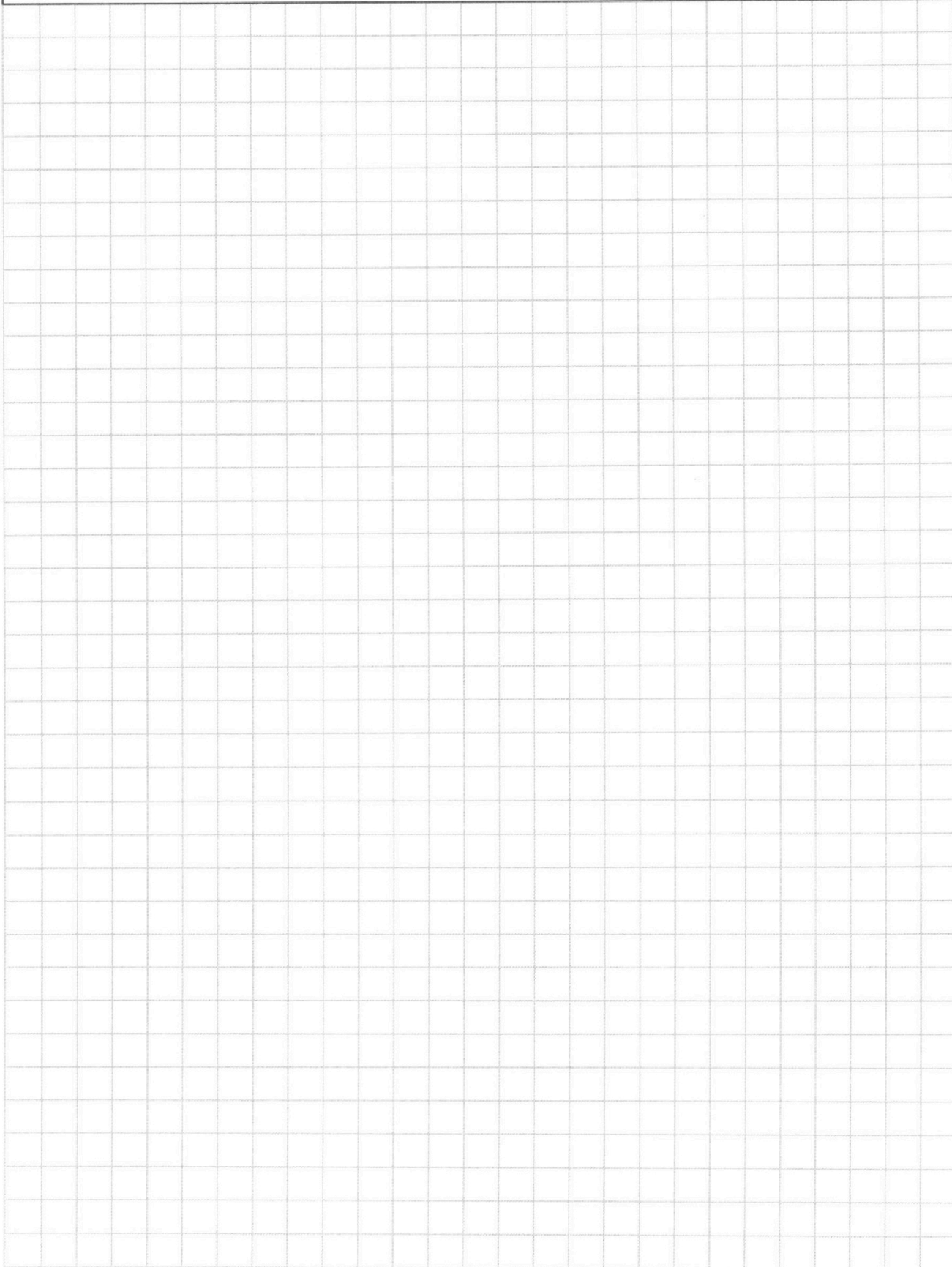
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





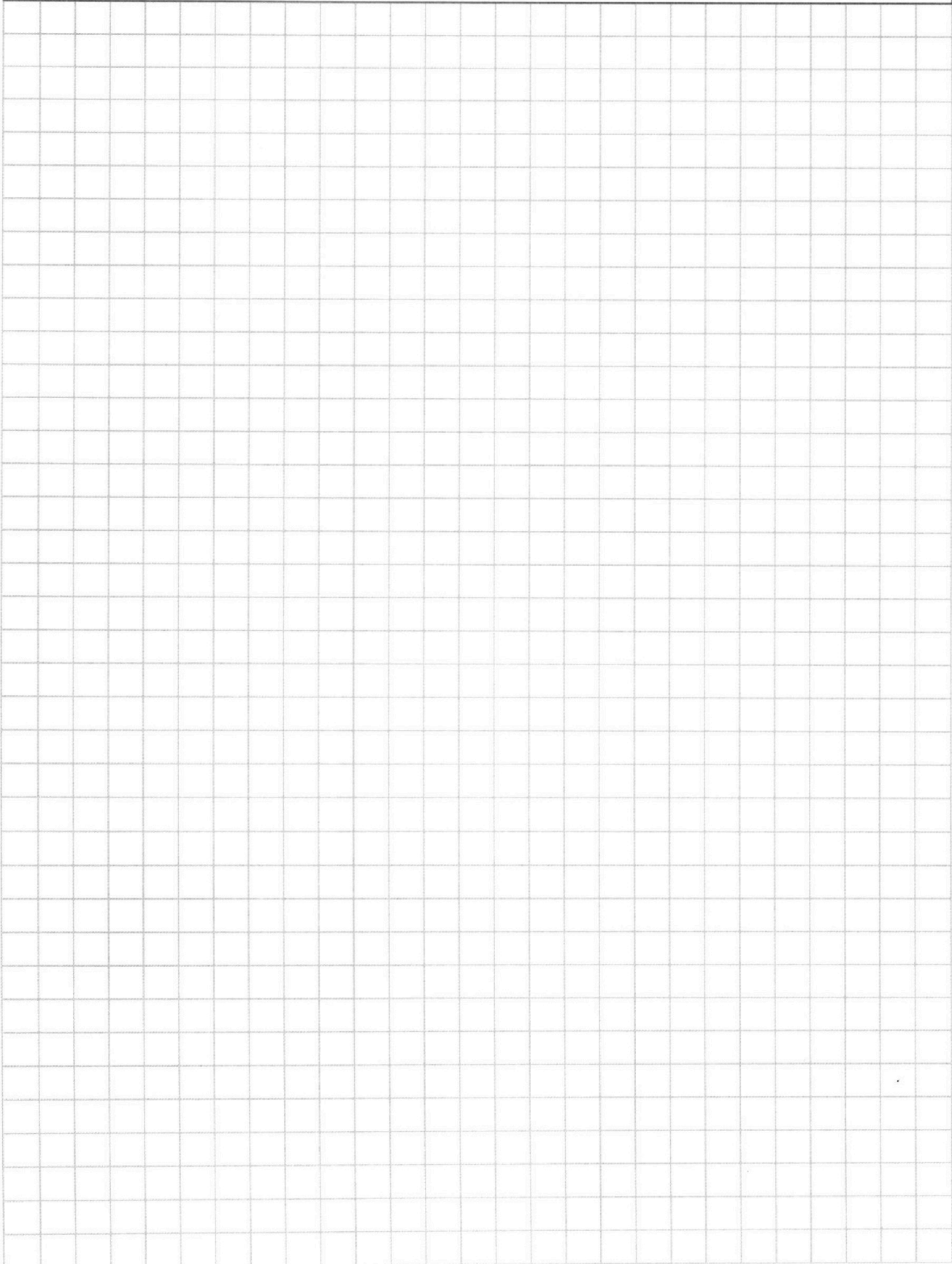
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



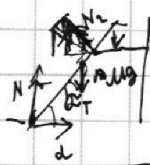
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$N_2 - m \quad m g \frac{1}{2} l \cdot \cos \alpha = k l N_2$$

$$N_2 = \frac{m g \cos \alpha}{2k} \quad \frac{m g \sin 2\alpha}{4k} \quad (\alpha = 45^\circ)$$

$$C = 1000 + 15l$$

$$Q = \mu \int_0^{80} C dl = 1000l + 7,5l^2 \quad \left. \begin{matrix} 80 \\ 100 \end{matrix} \right\}$$

$$\frac{m g \cos \alpha}{2k} = \mu T$$

$$\frac{m g}{4k} \leq m g \mu \quad k \geq \frac{1}{4\mu} \quad \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$(83-19) \cdot 0,4 \cdot 2500 = 1000(80-l_3) - 100000 + 175000 - 100000 + 175000 = -47000$$

$$7,5l_3^2 + 2000l_3 - 147000 = 0$$

$$4000000 + 4410000 = 8410000 \quad \sqrt{841} = 29$$

$$-2000 \pm 100 \sqrt{841} = 2900$$

$$\frac{u}{R+r} + r a = 2 \frac{u}{R+r} \quad \frac{2}{R} + \frac{2}{r} + 2 r a = R + r a$$

$$r a = R - \frac{2}{r} = \frac{R r}{2(R+r)}$$

$$R^2 r^2 = 2R^2 r + 2R^2 r^2 - 4R^2 - 4r^2$$

$$I (5 r a + R) = u \quad r a = R - \frac{2Rr}{R+r} = \frac{R^2 - 2Rr}{R+r}$$

$$2I (r a + \frac{Rr}{r+R}) = u \quad R^2 - Rr = \frac{Rr}{2} \quad 2R^2 = 3Rr$$

$$\frac{2}{5} R + \frac{1}{5} R \quad \frac{6}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} R \quad \sqrt{13} = 3,6 \quad \frac{720}{3} \approx 240 C$$

$$\frac{u}{3 r a} = 2 \frac{u}{r a + R} \quad 6 r a = r a + R \quad r a = R/5$$

$$\frac{3}{5} R \quad \frac{5}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} R \quad 72 \times 600 = 516 \quad 4,7 \cdot 5,6 = 26,32$$

$$3 r a = 2 R a + R \quad r a = 2 R$$

$$92 \times 8400 = 235 \quad 26,32 \quad k R \sin \alpha = \frac{R r a}{R+r} = \frac{2}{5} R; 4 R$$

$$7,5 r^2 + r \cdot 2000 - 147000 = 0 \quad -147000 \quad 80000 \quad -48000 \quad -19000$$

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7} \quad \frac{6}{5} + \frac{2}{3} \quad 4910000 + 2000 \cdot 000 = 100 \sqrt{841} = 290 \frac{0-2000}{15} = 60 \quad 2R = 3r \quad r = \frac{2}{3} R$$

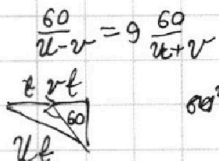
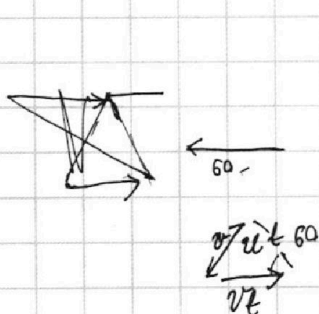
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{60}{u-v} = 9 \frac{60}{u+v} \quad 8u = 10v \quad u = \frac{5}{4}v = 1 \text{ м/с}$$

$$R^2 = u^2 + (vt)^2 + 2uv \cos \alpha = (u \cdot t)^2$$

$$3600 + 0,64t^2 + 48t = t^2$$

$$0,36t^2 - 48t + 3600 = 0$$

$$\sqrt{48^2 + 72^2} = 24\sqrt{13}$$

$$3600 + vt \quad 0,64t^2 - 48t = t^2$$

$$\frac{48 + 24\sqrt{13}}{0,72} = \frac{200 + 100\sqrt{13}}{3}$$

$$U_{xc} = \frac{R \cos \alpha}{t} = v$$

$$U_{y} = \frac{R \sin \alpha}{t}$$

$$\frac{R^2 + v^2 - 2Rv \cos \alpha}{t^2} = u^2$$

↑ U_{xc} ↑

$$(u \cos \alpha - v) t = R \cos \alpha$$

$$u \sin \alpha t = R \sin \alpha$$

$$t = \frac{R \sin \alpha}{u \sin \alpha}$$

$$u \cos \alpha - v = u \sin \alpha \cos \alpha$$

$$u^2 \sin^2 \alpha t^2 + u^2 \cos^2 \alpha t^2 + v^2 t^2 - 2uv \cos \alpha t = R^2$$

$$(u^2 + v^2) t^2 - 2uv \cos \alpha t = R^2$$

$$u(u - v) = \frac{R \cos \alpha}{t} \quad U_{xc} = v - \frac{R \cos \alpha}{t}$$

$$U_{y} = \frac{R \sin \alpha}{t}$$

$$v^2 + \frac{R^2}{t^2} - 2 \frac{Rv \cos \alpha}{t} = u^2$$

$$(v^2 - u^2) t^2 + R^2 - 2Rv \cos \alpha t = 0$$

$$\sqrt{4R^2 v^2 \cos^2 \alpha + 4R^2 v^2 - 4R^2 u^2} = \frac{2R \sqrt{v^2 (1 + \cos^2 \alpha) - u^2}}{u^2 - v^2}$$

$$\frac{T^2 g}{2} - v_0 \sin \alpha t = h$$

$$14 \cdot 2,8 - 36,4 \sin \alpha = 14$$

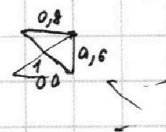
$$25,2 = 36,4 \sin \alpha$$

$$1,8 \cdot 14 = 2,8 \cdot 13 \sin \alpha$$

$$\frac{18 \cdot 14}{28 \cdot 13} = \sin \alpha$$

$$\frac{18 \cdot 14}{28 \cdot 13} = \frac{9}{13} = \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{9}{20} \approx 0,45$$



$$2R \sqrt{v^2 \cos^2 \alpha - v^2 + u^2} = \sqrt{u^2 - v^2} \sin \alpha$$

$$2 \cdot \frac{60}{0,2} + \frac{60}{1,8} = 333 \cdot \frac{u^2 - v^2}{0,6 \cdot 120}$$

$$\frac{7L}{0,36} = 200$$

$$L = 120 \quad \sin^2 \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\frac{120 \sqrt{1 - 0,48}}{0,36}$$

$$0,36$$

$$\frac{24 \sqrt{13}}{0,36} = \frac{200 \sqrt{13}}{3}$$

$$\frac{2,8}{13} \sqrt{87} = 8,3$$

$$\begin{array}{r} 84 \quad 16 \times \quad 6,00 \\ 28 \quad \quad \quad 489 \quad 8,4 \times \\ 36,4 \quad 160 \times \quad 17 \quad 100 \quad 2,8 \\ \quad \quad \quad \quad \quad 8 \quad 323 \quad 6 \times 2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 168 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 2352 \end{array}$$

$$L = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{g^2}{25^2 \cdot 20} = \frac{81}{12500}$$

$$169 - 81 = \frac{87}{16}$$

$$\frac{\sqrt{87}}{13} \cdot 13 \cdot 2,8 \approx 23,52$$