



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
- а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
- б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. Возьмем произведение abc

$$ab^2c : (2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}) \Rightarrow ; (2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{24})$$

$$ac : 2^{10} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \Rightarrow ab^2c \text{ уже на } 5^{28} \text{ делится, можно про нее забыть}$$

$$\frac{ab^2c}{2^{10} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}} : 2^4 \cdot 3^9 \quad \text{Заметим, что здесь } abc \text{ в } 1.4$$

степени, а b - в второй \Rightarrow ~~...~~

~~...~~

~~...~~ \Rightarrow Если $\frac{ac}{2^{10} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}} = k > 1$, то можно заметить $\begin{cases} b' = bk \\ ab = \frac{ab}{k} \end{cases}$

при этом $abc = \frac{ab'c}{k}$ и $\frac{ab'^2c}{k} ; ab^2c$

Тогда b в b' 2 входит в степени $\geq \frac{4}{2} = 2$, 3 в степени $\geq \frac{9}{2} = 5$

~~...~~

↑
все - это степени
целая

Или $b' \geq 2^2 \cdot 3^5$, а $ac \geq 2^{10} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$ (т.к. на него делится и мы считали только $b=ab$)

Приведем тогда пример, когда оба неравенства достигают равенства, тогда abc будет миним.

$$a = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^{11}$$

Действительно

$$ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} ; 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{13} ; 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{17}$$

$$ac = 2^{10} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} ; 2^{10} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\text{А } abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

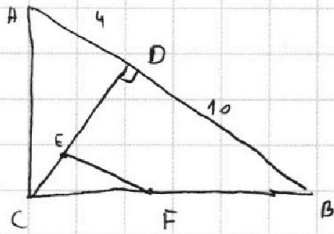
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2



Известно $AD = 4$, $DB = 10$

Тогда если $CD = x$, то

$$x^2 + 4^2 + x^2 + 10^2 = 14^2 \text{ для } \triangle ACB \text{ по м. Пиф.}$$

$$\text{Тогда } x = \sqrt{40}$$

$$\text{Значит } AC = \sqrt{56}$$

$$CB = \sqrt{140}$$

Заметим, что м.к. окруж. кас. в точке A, то $\angle EFA = \angle CAE$

и из ~~того~~ параллельности EF и AD $\angle EFA = \angle FAB$

Кроме того из \parallel $\angle ADC = \angle EFC = \angle ACE$.

$$\Rightarrow \triangle ACE \sim \triangle AFB \text{ (крат } \frac{AB}{AC})$$

Тогда мы можем найти $CE = x$, $\Rightarrow CF = \frac{10x}{\sqrt{40}}$

$$\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{40}} = \frac{x}{CF} \Rightarrow CF = \frac{10x}{\sqrt{40}}$$

$$\text{Тогда } \frac{\sqrt{140} - \frac{10x}{\sqrt{40}}}{x} = \frac{14}{\sqrt{56}}$$

$$\frac{14}{\sqrt{56}} x = -\frac{10x}{\sqrt{40}} + \sqrt{140}$$

$$S_{ACD} = 2\sqrt{40}$$

$$x \left(\frac{14}{\sqrt{56}} + \frac{10}{\sqrt{40}} \right) = \sqrt{140}$$

$$x = \frac{\sqrt{140}}{\frac{14}{\sqrt{56}} + \frac{10}{\sqrt{40}}}$$

Из x найдем длину EF



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3 \quad 10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

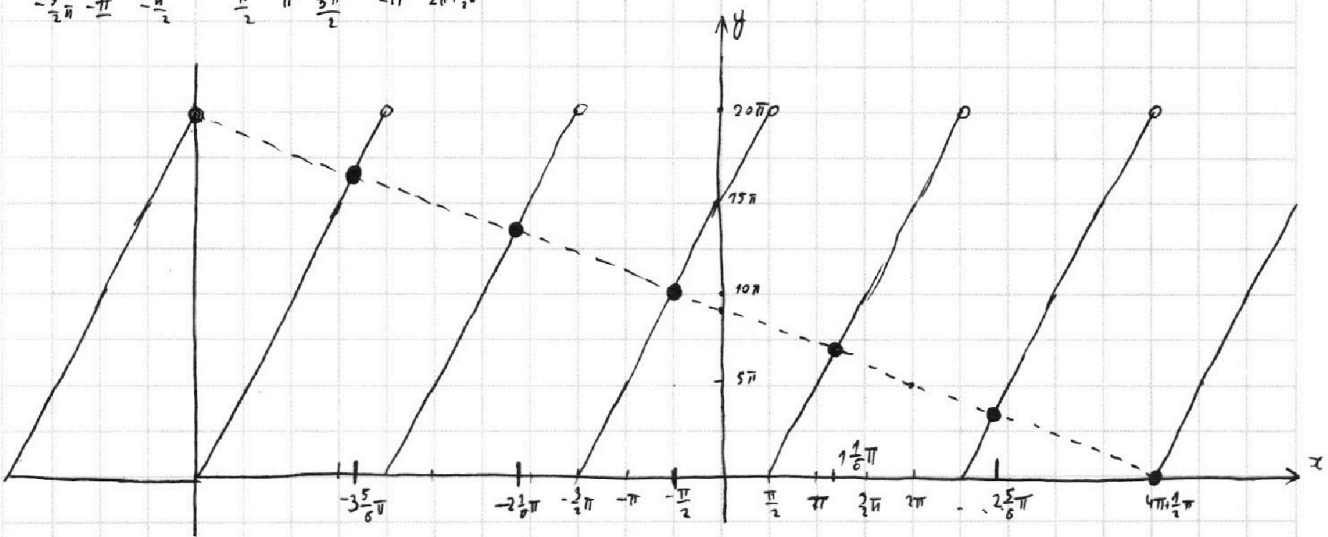
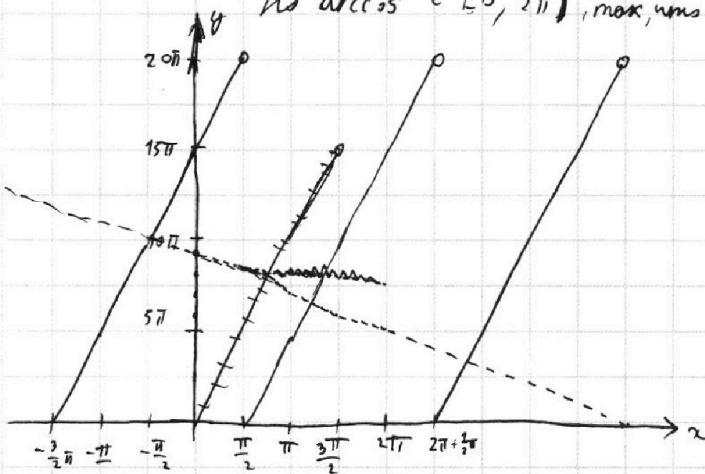
$$\sin x = \cos(x - 90^\circ)$$

$$10 \arccos(\cos(x - 90^\circ)) = 9\pi - 2x$$

Но $\arccos \in [0; 2\pi)$, так что нарисуем график $10 \arccos(\cos(x - 90^\circ))$

и график $9\pi - 2x$ (функция косинуса).

и еще раз, потому что слева не видно



Вспоминаем пересечения $x = \left\{ -3\frac{5}{6}\pi, -2\frac{1}{6}\pi, -\frac{\pi}{2}, 1\frac{1}{6}\pi, 2\frac{5}{6}\pi, 4\frac{1}{2}\pi \right\}$
Эти ответы.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$4k^2 \left(\frac{9.5}{4}\right)^2 - 4k^2 \left(\frac{9.5}{2}\right)^2 + 4k^2 \cdot 25 - 4 \left(\frac{9.5}{2}\right)^2 + 4 \cdot 25 = 0$$

$$25k^2 - 4 \left(\frac{9.5}{2}\right)^2 + 100 = 0$$

$$k^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 + 1 = 0$$

$$k^2 = \frac{32}{49}$$

Это вообще очень хорошо, т.к. мы сразу нашли 2 коэффициента как нужно

$$k = \pm \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

Итого

$$5x + 6ay = 0$$

$$y = -\frac{5}{6a}x$$

$$-\frac{5}{6}a \in \left(-\frac{4\sqrt{2}}{7}, \frac{4\sqrt{2}}{7}\right)$$

$$a \in \left(-\frac{24\sqrt{2}}{35}, \frac{24\sqrt{2}}{35}\right)$$

Ответ! $a \in \left(-\frac{24\sqrt{2}}{35}, \frac{24\sqrt{2}}{35}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4 Найти уравнение $(x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 9) = 0$ выписать когда одна из скобок = 0

Это 2 ур-я окружностей $x^2 + y^2 - 25$ - с центром $(0; 0)$ и радиусом 5

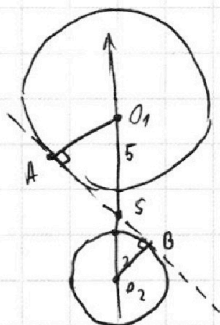
$x^2 + (y+9)^2 - 4$ - с центром $(0; -9)$ и радиусом 2

Ищем касательную ~~параметра~~ параметра b мы знаем уравнение прямой $5x + 5ay - b = 0$

Знаком b касательная будет ~~горизонтальной~~ ^{горизонтальной} и только тогда, когда коэффициент наклона

этого ур-я будет равен коэффициенту наклона 2-х внутренних касательных

к этим окружностям. К каждой они симметричны относительно оси y , а



знаком коэффициента наклона касательных это $k_1 = -k_2$.

Найдем одну из них. Пусть центры окружностей - O_1 и O_2

Точка пересечения O_1O_2 и общей касательной - S

Точки касания - A и B . Тогда $\triangle A O_1 S \sim \triangle S B O_2$

(по вертикальному углу и углу в 90°)

$$\text{Значит } \frac{O_1 S}{S O_2} = \frac{O_1 A}{O_2 B} = \frac{5}{2} \Rightarrow O_1 S = \frac{9 \cdot 5}{7}$$

Значит точка S имеет координаты $(0; \frac{9 \cdot 5}{7})$

Теперь найдем координаты A . Пусть ур-е AS $kx - \frac{9 \cdot 5}{7} = y$

Тогда $\begin{cases} x^2 + y^2 - 25 = 0 \\ kx - \frac{9 \cdot 5}{7} = y \end{cases}$ имеет только одну точку пересечения

$$k^2 x^2 - 2kx \frac{9 \cdot 5}{7} + \left(\frac{9 \cdot 5}{7}\right)^2 = y^2$$

$$x^2 + k^2 x^2 - 2kx \frac{9 \cdot 5}{7} + \left(\frac{9 \cdot 5}{7}\right)^2 - 25 = 0 \text{ имеет 1 корень } \Rightarrow D=0$$

$$\left(2k \frac{9 \cdot 5}{7}\right)^2 - 4(1+k^2) \left(\frac{9 \cdot 5}{7}\right)^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3}(11^{13}) - 5$$

$$t = 0,5y$$

$$\log_{11}^4(t) + \frac{\log_{11} 11}{\log_{11} t} = \frac{\log_{11}(11^{13})}{\log_{11}(t^3)} - 5$$

$$\log_{11}^4(t) + \frac{1}{\log_{11} t} = \frac{-13}{3 \log_{11} t} - 5$$

$$\text{Пусть } \log_{11} t = z$$

$$z^4 + \frac{1}{z} = \frac{-13}{3z} - 5$$

$$z^5 + 5z + 5 \frac{1}{z} = 0 \quad (1)$$

Положим $\log_{11} x = k$

$$\log_{11}^4 x - 5 \log_x 11 = \log_x^3 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - 5 \frac{\log_{11} 11}{\log_{11} x} = \frac{\log_{11} \frac{1}{121}}{\log_{11} x^3} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - 5 \frac{1}{\log_{11} x} = \frac{-2}{3 \log_{11} x} - 5$$

$$\log_{11} x = k$$

$$k^4 - 5 \frac{1}{k} = \frac{-2}{3k} - 5$$

$$k^5 + 5k - 5 \frac{1}{k} = 0 \quad (2)$$

Заметим, что функции (1) и (2)

монотонны, hence их пересечение

$$z^4 + 5 > 0, \quad k^4 + 5 > 0$$

Значит они имеют по одному

корню, причем если для (1)

- корень z_0 , то для (2) - z_0

Значит мы имеем

$$\log_{11} t = -\log_{11} x \Rightarrow xt = 1$$

$$\text{Тогда } xy = \frac{xt}{0,5} = 2$$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

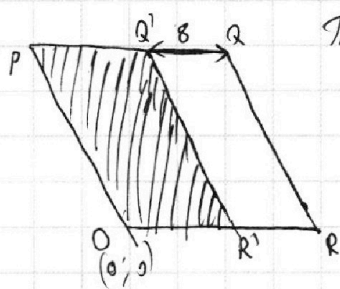


6 Пусть дана точка (x_1, y_1) . Найдите все точки (x_2, y_2) , кот. подходят по
условию $5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 48$

Это, очевидно, точки лежат на прямой

$$y = -5x + (5x_1 + y_1 + 48), \text{ но нужны только целочисленные по условию.}$$

Хорошо, рассмотрим где сколько точек эта прямая попадает в параллелограм.
Нам очень "удачно", стороны QR и $Q'P'$ параллельны этой прямой



Так как, в параллелограм попадают такие прямые, для (x_1, y_1)

лежащих в этом параллелограме: $OPQ'R'$, где $R' = (9; 0)$

$Q' = (-5; 90)$. Теперь найдем, сколько точек
таких прямых попадает в параллелограм $OPQR$.

Ну, где $y_1: 5 - 10$, где $y_1: 5 - 15$, всего мы считаем

только те точки x_2, y_2 для кот $y_2 \equiv y_1$, а $y_2: 5$ в число от 0 до 90
на 1 больше.

Хорошо, считаем $(x_1, y_1) \in PQ'R'O$ таких, что $y_1: 5$ из 10 строк по 10!

Каждой строке пар $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ для них $10 \cdot 10 \cdot 10$

Теперь считаем $(x_1, y_1) \in PQ'R'O$ таких, что $y_1: 5$ из 45 строк по 9! Каждой

т.е. пар $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ для них $45 \cdot 9 \cdot 15$

Итого мы получим $10 \cdot 10 \cdot 10 + 45 \cdot 9 \cdot 15 = 12685$

Ответ: 12685

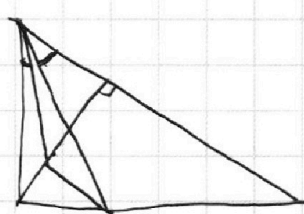
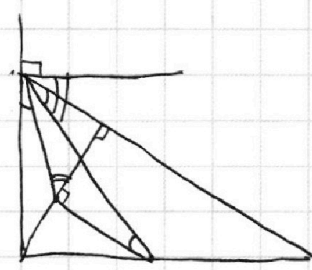
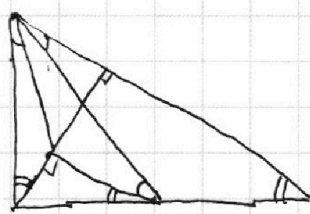
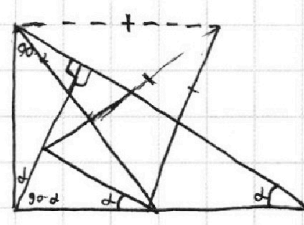
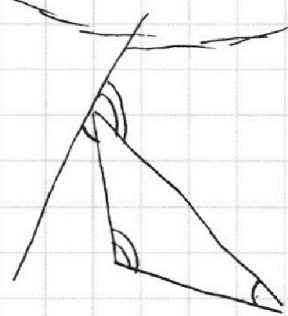
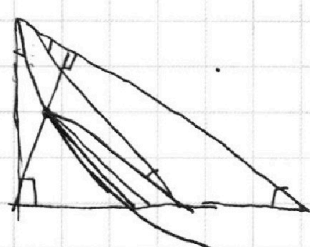
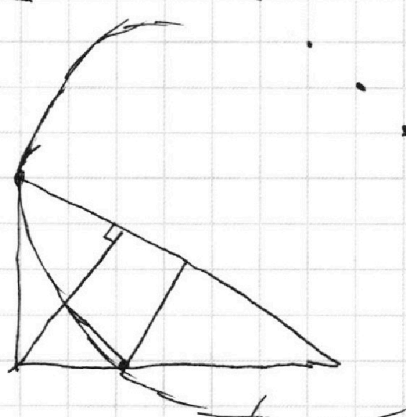
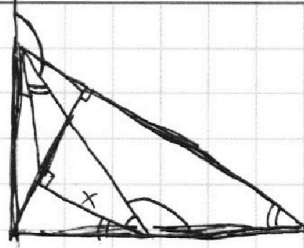
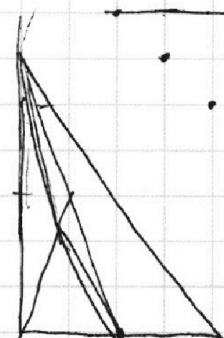
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Почта QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

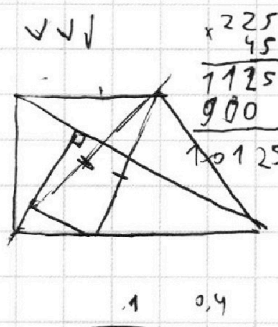


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 ab &: 2^0 3^{13} 5^{11} \\
 bc &: 2^{14} 3^{21} 5^{13} \\
 ac &: 2^{10} 3^{25} 5^{28}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 20 &= 10 + 2b \\
 34 &= 25 + 2b
 \end{aligned}$$



$$\begin{array}{r}
 \times 225 \\
 45 \\
 \hline
 1125 \\
 900 \\
 \hline
 10125 \\
 + 10125 \\
 \hline
 20250 \\
 \hline
 12685
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \hline
 0,4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times 14 \\
 56 \\
 \hline
 14 \\
 \hline
 196 \\
 \hline
 112 \\
 \hline
 80
 \end{array}$$

$$1,4^2 = (0,4)^2 + 1^2 + 2x^2$$

$$14^2 = (4)^2 + 10^2 + 2x^2$$

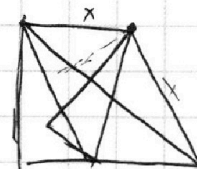
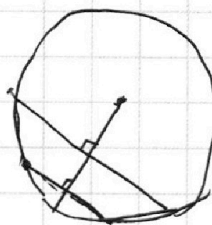
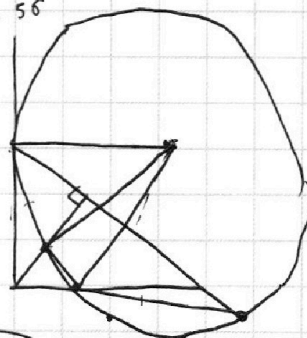
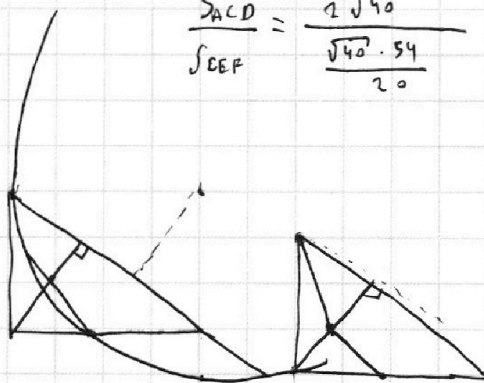
$$196 = 16 + 100 + 2x^2$$

$$80 = 2x^2$$

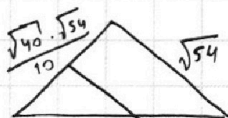
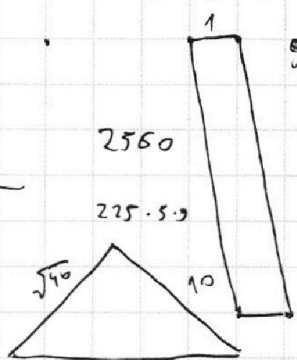
$$x = \sqrt{40}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{BEF}} = \frac{2\sqrt{40}}{\frac{\sqrt{40} \cdot 54}{20}} = \frac{40}{54} = 40:15 = 56$$

$$\frac{20}{29}$$



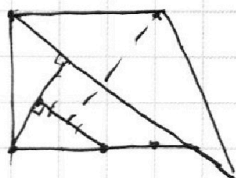
$$\begin{array}{r}
 \times 16 \\
 16 \\
 \hline
 2560
 \end{array}$$



$$10 \cdot \frac{\sqrt{54}}{10}$$

$$S_{ADC} = 2\sqrt{40}$$

$$S_{BEF} = \frac{\sqrt{40} \cdot 54}{20}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10 \arccos(\sin x) \equiv 9\pi - 2x$$

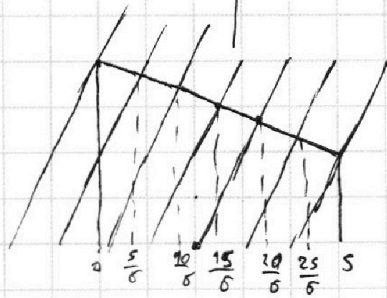
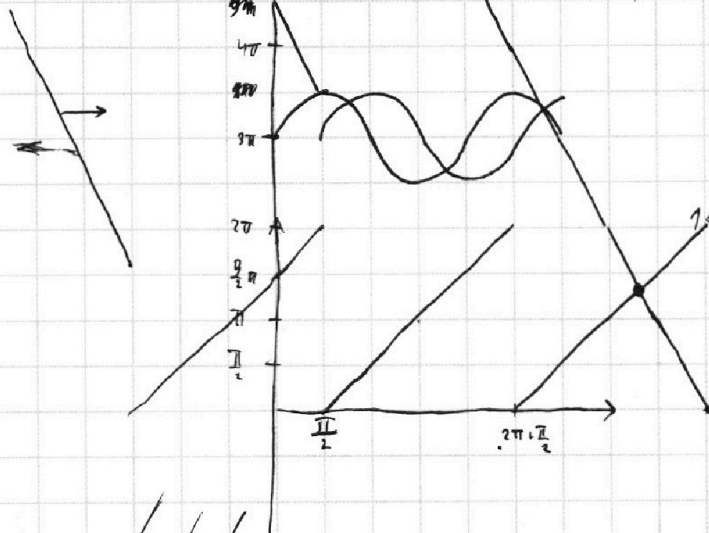
$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \quad \left(x > \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\arccos - [0; 2\pi]$$

$$10x - 5\pi$$

$$10 \left| x - \frac{\pi}{2} \right| = 9\pi - 2x$$

$$x = 4,5\pi$$



$$\frac{10}{3}$$

$$\frac{5\pi}{2}, \frac{20}{5}$$

$$\frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, 3\frac{1}{3}$$

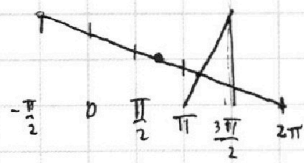
$$3\frac{1}{3}$$

$$\frac{12}{6} \pi - \frac{2}{3}$$

$$1\frac{2}{3} \pi$$

$$\frac{10}{6} - 3$$

$$1\frac{1}{6} \pi - \frac{1}{6}$$



$$-2 \frac{4}{6} \pi$$

$$-2 \frac{2}{3} \pi$$

$$1\frac{1}{3} \pi = 9\pi - 2 \cdot \left(-2 \frac{1}{6} \pi\right)$$

$$- \frac{40}{3} \pi = 9\pi + 4 \frac{1}{3}$$

$$13\pi + \frac{1}{3} \pi \quad W$$



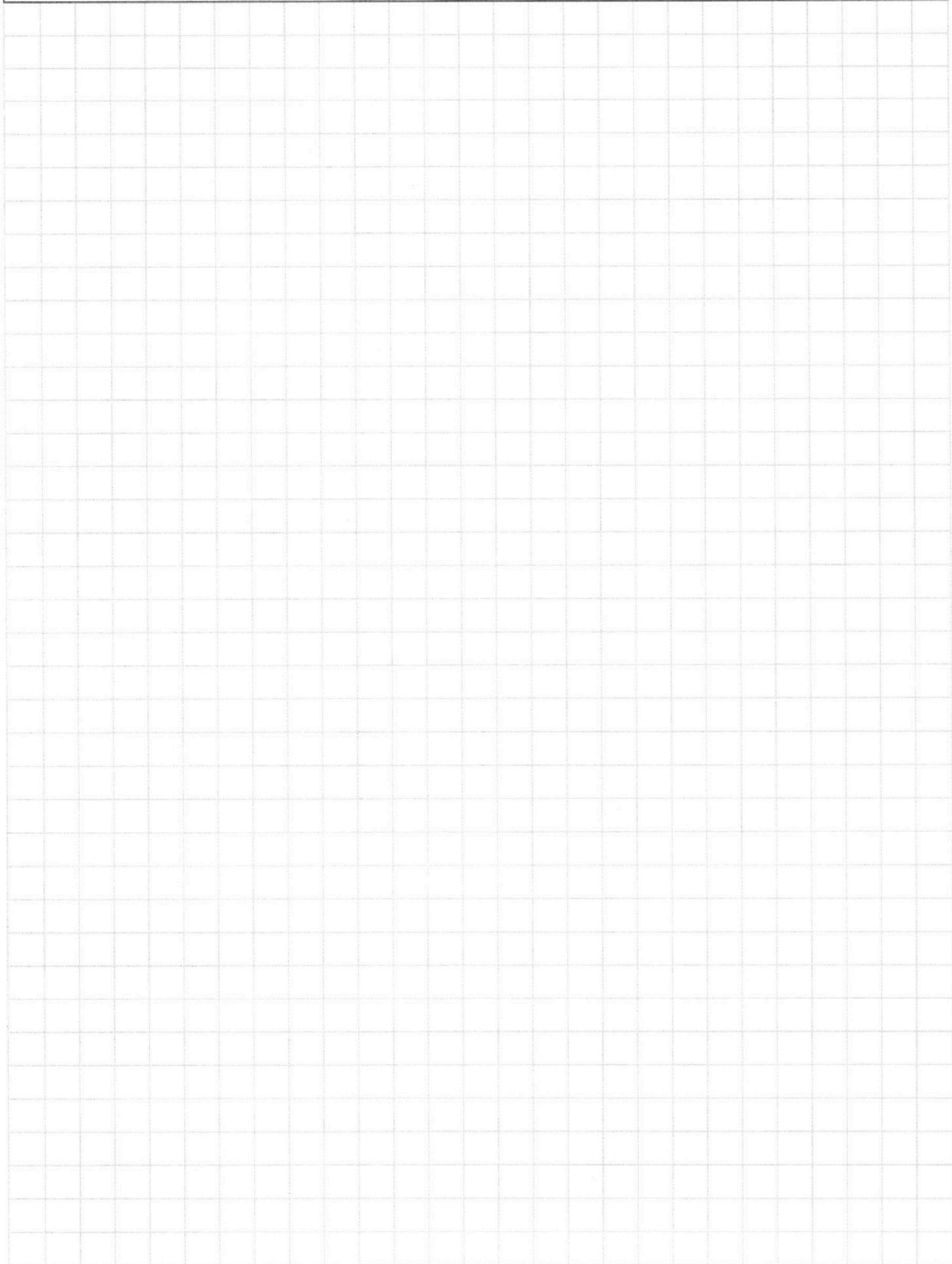
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



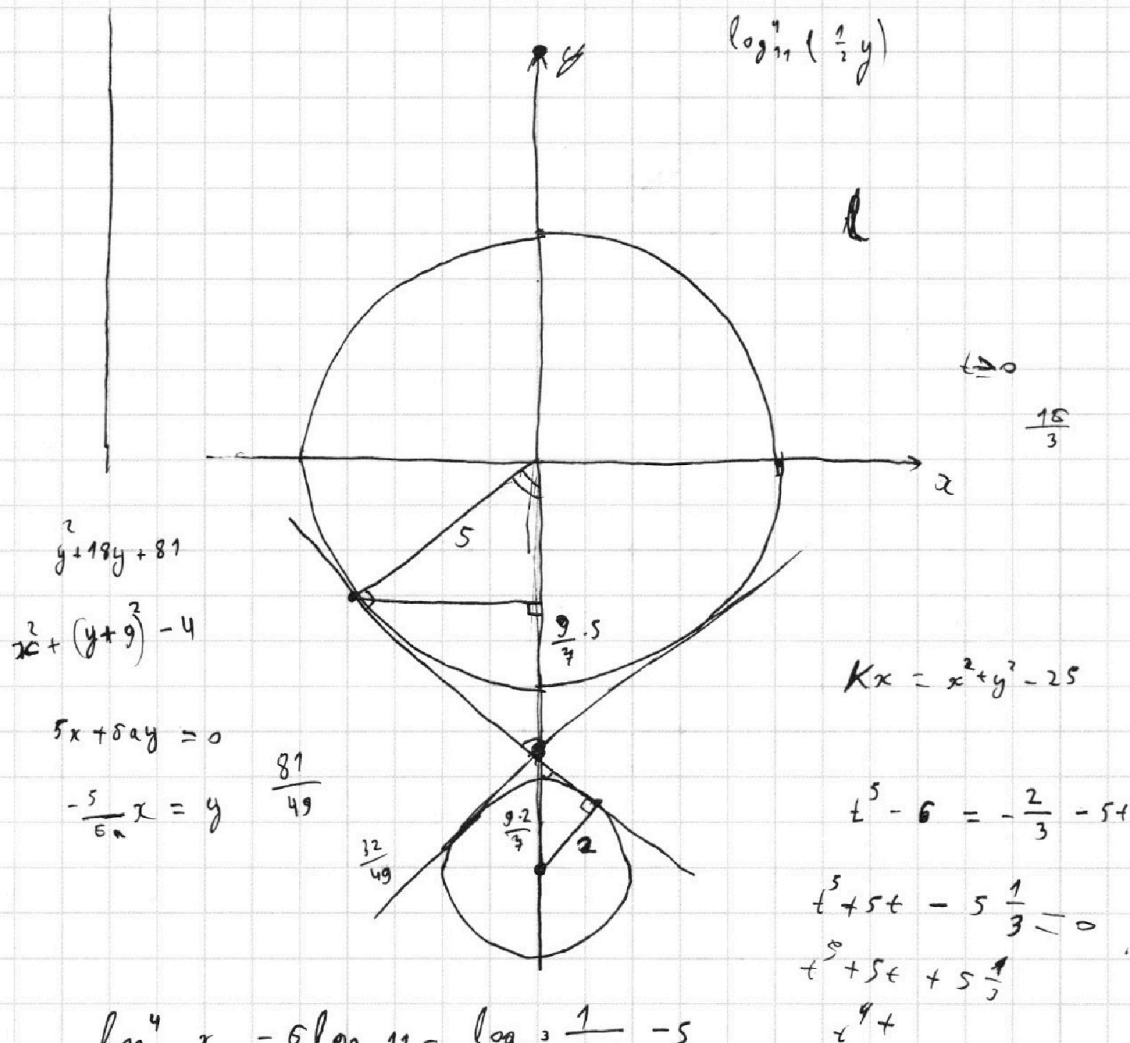
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_x^3 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6 \log_{11} 11}{\log_{11} x} = \frac{\log_{11} \frac{1}{121}}{\log_{11} x^3} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3 \log_{11} x} - 5$$

$$\log_{11} x = t$$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5$$

$$-18 \frac{1}{3t} = -\frac{2}{3t}$$

$$t^4 + \frac{1}{2} = -\frac{13}{3t} - 5$$

$$t^4 + \frac{1}{2} = -\frac{13}{3t}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

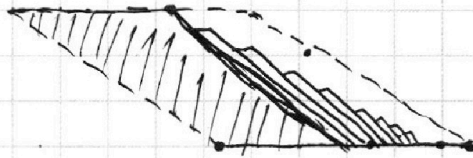
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$4x^2 + 5 =$$



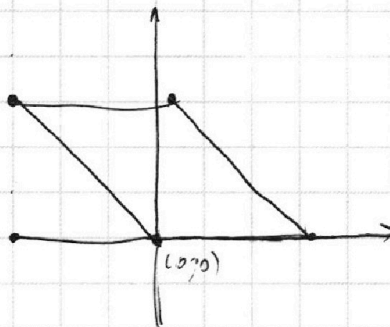
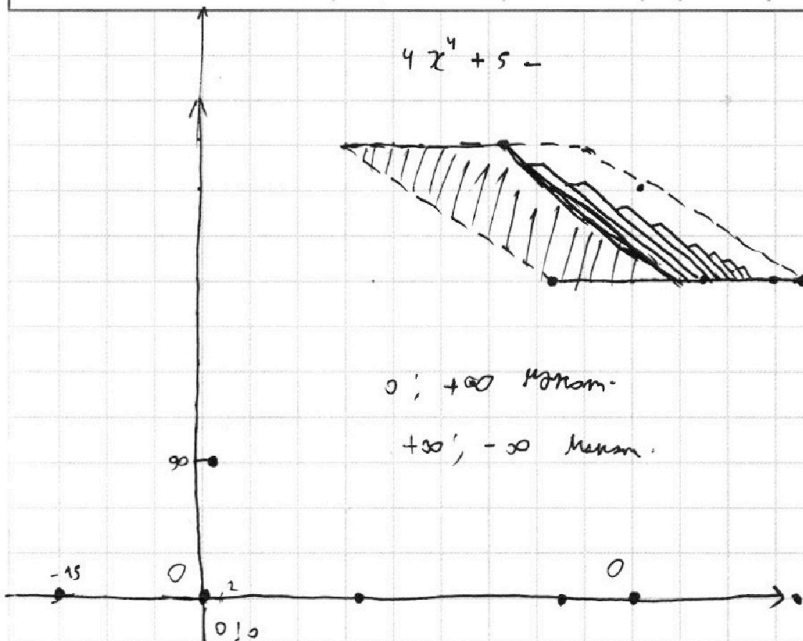
0; +∞ максимум

+∞; -∞ минимум

$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 48$$

$$1 \cdot y_2 - y_1 = 0$$

$$x_1 - x_2 = 12$$



p

$$5x + 5y + b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 10y + 9) = 0$$

$$kx + b$$

$$-5x + b$$

$$-5(x_1 + 8) + b = y_1$$

$$+5x_1 + 48 + y_1 = b$$

$$-x + b$$

$$-x + b$$

$$-(x_1 + 4) + b = y_1 + 4$$

$$b = y_1 + 4 + x_1 + 4$$

p

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



6 $5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 48$ Сократим σ

$(x_2 - x_1) + \frac{y_2 - y_1}{5} = 8$ знамен $y_2 - y_1$, $\div 5$

Сделаем координаты по y в 5 раз ~~меньше~~ (Но только точки целые по x
и целые при умножении на 5 по y)

тогда параллелограм имеет $(0, 0)$, $(-15; 15)$, $(2; 15)$, $(17; 0)$

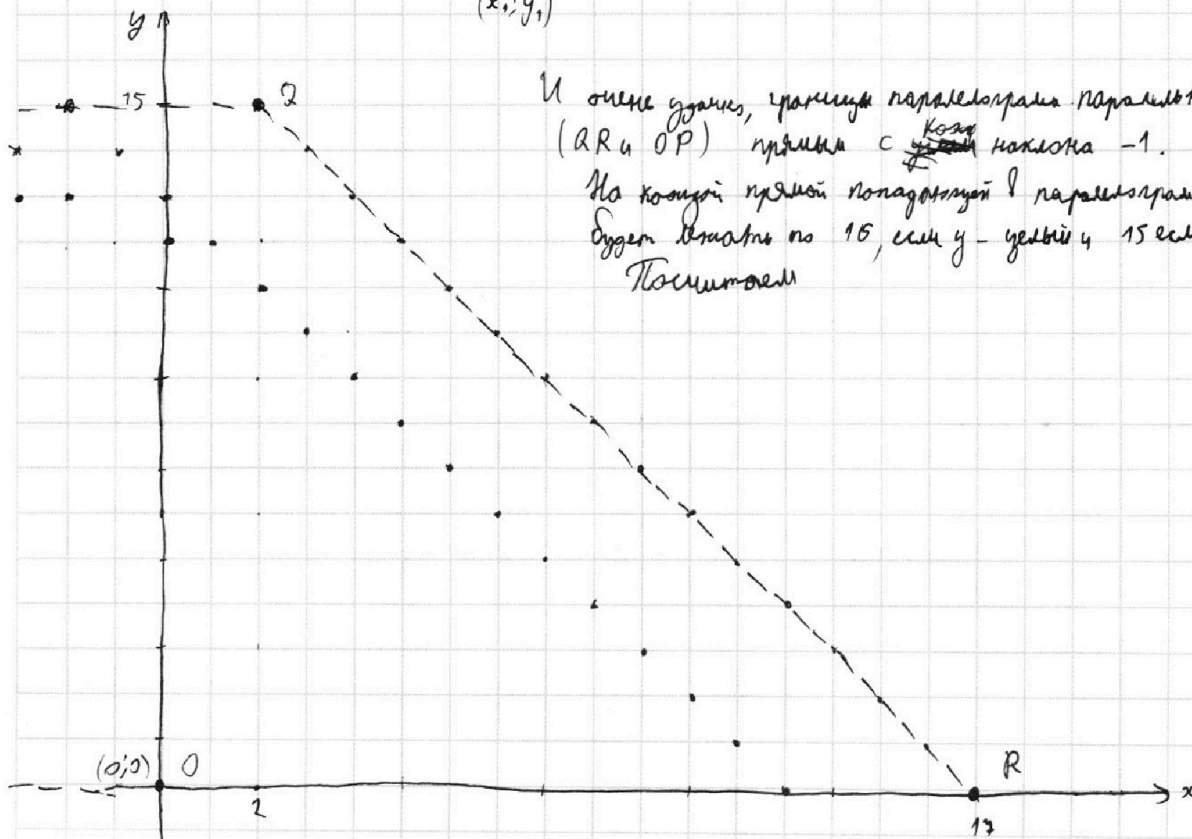
и уравнение $(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 8$

Тогда для точки с координатами $(x_1; y_1)$ получим точки с целочисленными

координатами на прямой $y = -x + (x_1 + y_1 + 8)$

$(x_1 + 4; y_1 + 4)$

$(x_1; y_1)$



и очень удобно, стороны параллелограмма параллельны
(QR и OP) прямой с ~~коэф~~ наклона -1 .

На каждой прямой попадающей в параллелограм
будет столько по 15 , если y - четное и 15 если нечет.
Посчитаем



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!