



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-14;42)$ ,  $Q(6;42)$  и  $R(20;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3}; \quad b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3}; \quad c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 9 \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \alpha_3 + \beta_3 \geq 10 \end{cases} \quad \begin{cases} \beta_1 + \gamma_1 \geq 14 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 13 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 13 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_1 + \gamma_1 \geq 19 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 18 \\ \alpha_3 + \gamma_3 \geq 30 \end{cases}$$

• Из этого следует, что  $2(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1) \geq 42$ .

Посмотрим на решение <sup>ср.</sup> системы:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 = 9 \\ \beta_1 + \gamma_1 = 14 \\ \alpha_1 + \gamma_1 = 19 \end{cases} \quad \text{Сумма равна } \frac{42}{2} = 21 \Rightarrow \gamma_1 = 12, \alpha_1 = 7, \beta_1 = 2.$$

↑  
пример, при котором равно 21

• Составим аналогичную сист.

для "второй" строки:

$$\begin{cases} \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 & 2(\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2) \geq 41 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 13 & \text{Так как } \alpha_2, \beta_2, \gamma_2 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 18 & \text{натуральные,} \\ & \text{то мин. знач. } \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 21. \end{cases}$$

Найдём пример, удовл.

такой сумме (заменим

в системе вторую стр. на 14):

$$\gamma_2 = 21 - 10 = 11, \alpha_2 = 21 - 14 = 7, \\ \beta_2 = 21 - 18 = 3$$

• и точно так же для

$\alpha_3, \beta_3$  и  $\gamma_3$ :

$$\begin{cases} \alpha_3 + \beta_3 \geq 10 & 2(\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3) \geq 53 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 13 & \Rightarrow \alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 27 \\ \alpha_3 + \gamma_3 \geq 30 & \text{Но } 27 \text{ меньше} \\ & 30, \text{ поэтому минималь-} \\ & \text{ное значение суммы } 30, \\ & \text{т.к. строки целые неотр.} \end{cases}$$

Пример:  $\beta_3 = 0, \gamma_3 = 15, \alpha_3 = 15$ .

$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

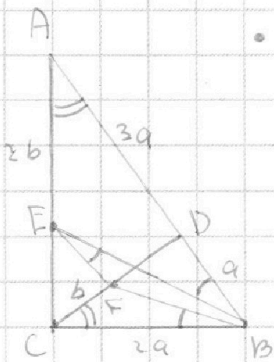
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



- $\angle DCB = \alpha$ , если  $\angle BAC = \alpha$ ;  $\angle FEB = \varphi$   
 $\Rightarrow \angle EBA = \varphi$ , т.к.  $EF \parallel AB$ ,  $\angle FBC = \varphi$ , т.к.  $BC$  касается описанной окружности  $\triangle BEF$ .  $\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle CBF$  по 2 углам.

- коэффициент подобия равен 2  
(так как  $CD = \sqrt{3}a$ ,  $\angle CBA = 60^\circ$ ).  
 $\Rightarrow$  если  $CF = b$ , то  $AE = 2b$ .

•  $AC = 2\sqrt{3}a \Rightarrow CE = 2\sqrt{3}a - 2b$ .

$CE : AC = CF : CD \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}a - 2b}{2\sqrt{3}a} = \frac{b}{\sqrt{3}a}$ , тогда как  $2\sqrt{3}a$ :  
 $2\sqrt{3}a = 4b$ ,  $b = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow EF$  — средняя линия  $\triangle ADC$

$\Rightarrow S_{CEF} = \frac{1}{4} S_{ADC} = S_{ABC} = \frac{1}{3} S_{ADC} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{16}{3}$ .

Ответ:  $\frac{16}{3}$ .

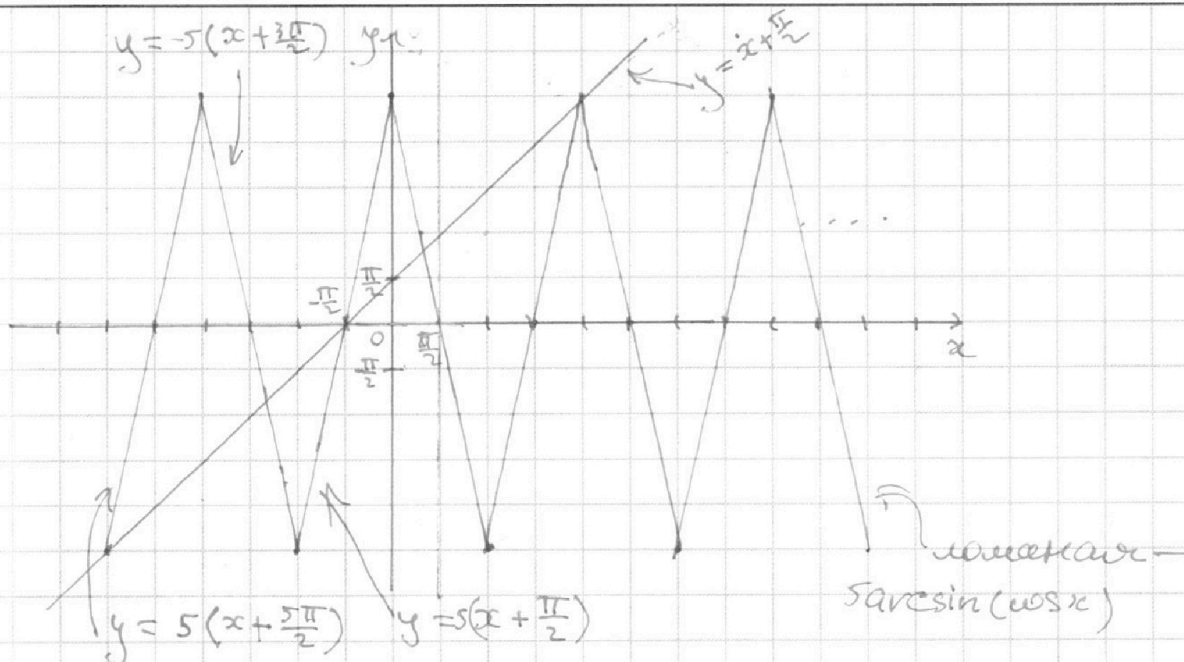
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



- (1) •  $\begin{cases} y = x + \frac{\pi}{2} \\ y = 5(x + \frac{5\pi}{2}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{5\pi}{2} \\ x = -3\pi \end{cases} \leftarrow \text{подходит}$
- (2) •  $\begin{cases} y = -5(x + \frac{3\pi}{2}) \\ y = x + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{8}{6} \cdot \frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{14}{6} \cdot \frac{\pi}{2} \end{cases}, \text{подходит}$
- (3) •  $\begin{cases} y = 5(x + \frac{\pi}{2}) \\ y = x + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow y = 0, x = -\frac{\pi}{2} \leftarrow \text{подходит}$
- (4) •  $\begin{cases} y = -5(x - \frac{\pi}{2}) \\ y = x + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{3} \cdot \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{2} \end{cases} \leftarrow \text{подходит}$
- (5) •  $\begin{cases} y = 5(x - \frac{3\pi}{2}) \\ y = x + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5\frac{\pi}{2} \\ x = 2\pi \end{cases} \leftarrow \text{подходит}$
- Других точек нет, т.к. (1) и (5) — вершинные ломаные
- Ответ:  $-3\pi, -\frac{7}{6}\pi, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, 2\pi$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

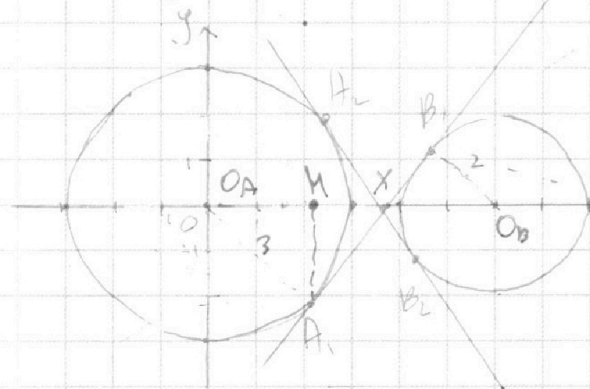
1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax+2y-3b=0 & \leftarrow \text{прямая с коэфф. наклона } -\frac{a}{2} \text{ и} \\ (x^2+y^2-9)(x^2+y^2-12x+32)=0 & \leftarrow \text{два окр.:} \\ & \text{с центрами } (0;0) \text{ и радиусом } 3 \text{ и центром } (6;0) \text{ и} \\ & \text{радиусом } 2: (x-6)^2-36+y^2+32 \Rightarrow (x-6)^2+y^2=4. \end{cases}$$



Нужно, чтобы коэффициент наклона прямой (1) был больше, чем коэффициент наклона касательной  $A_1 B_1$  и меньше коэффициента наклона общей кас.  $A_1 B_1$ .

$$\triangle O_A A_1 X \sim \triangle O_B B_1 X \text{ с коэфф. } \frac{3}{2} \\ \Rightarrow O_A X = \frac{3}{2} O_B X, O_B X = \frac{6}{2,5} = 2,4$$

$$\Rightarrow O_A X = 3,6, \Rightarrow A_1 X = \sqrt{18^2 - 3^2} = \frac{\sqrt{18^2 - 15^2}}{3} = \frac{3\sqrt{11}}{3} = \sqrt{11} \\ \Rightarrow \frac{AM}{MX} = \frac{O_A A_1}{A_1 X} = \frac{3 \cdot 5}{3\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{\sqrt{11}} < -\frac{a}{2} < \frac{5}{\sqrt{11}}, -\frac{10}{\sqrt{11}} < a < \frac{10}{\sqrt{11}}$$

Ответ:  $\left(-\frac{10\sqrt{11}}{11}; \frac{10\sqrt{11}}{11}\right)$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x > 0, x \neq 1, y > 0, y \neq 1$$
$$\log_3 x = t$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t^2} - 8, \quad t^4 + \frac{7}{2t} + 8 = 0;$$

гоме. на  $2t$ !

$$2t^5 + 16t + 7 = 0$$

Аналогично  $\log_3 5y = d$ :

$$d^4 + \frac{2}{d} = \frac{11}{2d} - 8$$

$$\Rightarrow 2d^5 + 16d - 7 = 0$$

$$\text{Сложим: } 2(t+d) \left( t^4 + t^3d + t^2d^2 - td^3 + d^4 + 1 \right)$$

$$\Rightarrow t+d=0, \quad \log_3 x + \log_3 (5y) = \log_3 (5xy)$$

$$\Rightarrow 5xy = 1, \quad xy = 0,2$$

Ответ: 0,2.

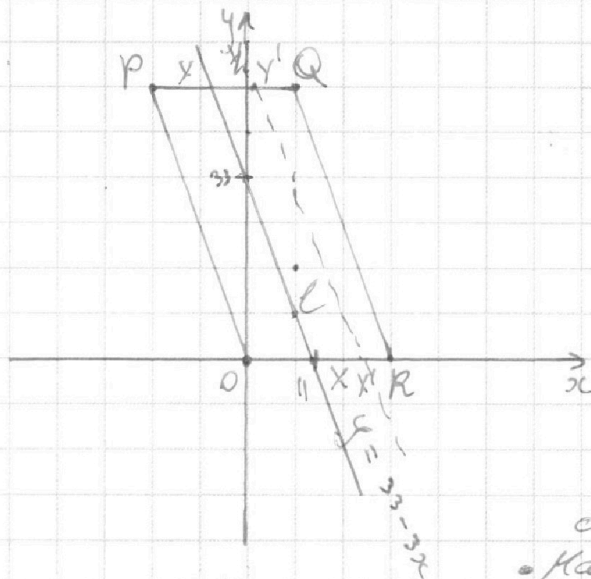
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$(y_2 - y_1) = 33 - 3(x_2 - x_1)$ .  
Временно предположим,  
что  $x_1$  и  $y_1$  равны 0.  
Тогда  $y_2$  и  $x_2$  могут  
находиться на прямой  
 $y = 33 - 3x$ .  
Если у точек  $x_1$  и  $y_1$   
координаты  $(a; b)$ ,  
то множество точек  
 $x_2$  и  $y_2$  — прямая  $y = 33 - 3x$   
сдвигается на вектор  $(a; b)$ .  
• Найдём точки

$(x_1; y_1)$ , для которых прямая  $l$  находится внутри  
 $OPQR$ . Количество этих точек равно количеству  
целых точек в параллелограмме  $X'Y'QR$ , так как  
н. и дост. усл. —  $x$ , перемещённая на  $(a; b)$  должна  
быть между  $QR$  и  $X'Y'$ , а также чтобы  $b \in [0; 42]$ .  
Независимо от выбора  $a$  и  $b$  на  $X'Y'$  одинаковое  
кол-во целых точек, равное кол-ву ч.т. на  $OP$ .  
(а их там  $\frac{42}{3} + 1 = 15$ ). Целых точек в  $X'Y'QR$ .  
 $15 \cdot (20 - 11 + 1) = 150$ .  $(0; 0) \Rightarrow$  пар точек  $15 \cdot 150 = 2250$

Ответ: 2250.

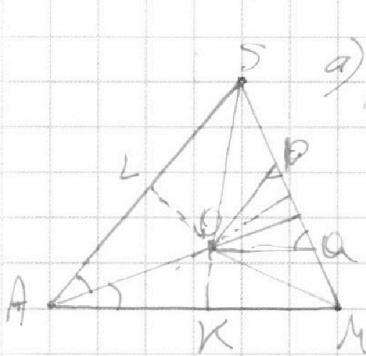
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

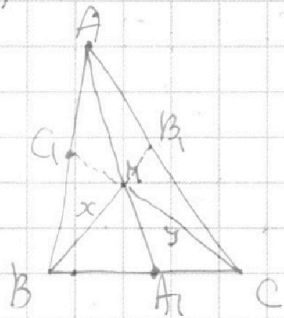


а)  $O$  — точка пересечения биссектрисы угла  $A$  и среднего перпендикуляра к  $SM$ . ( $\triangle OSP = \triangle OQM$ )

а)  $OP = OQ$ ,  $\angle OPS = \angle OQM$   
 $\Rightarrow \triangle OQM = \triangle OPS$  по 2 ст. и углу  
 $\Rightarrow \triangle OSL$  и  $\triangle OKM$  равны по

гипотенузе и катету  $\Rightarrow \triangle ASM$  равнобедренный

•  $\triangle ABC$ :  $AA_1 = \frac{2}{3} AM \Rightarrow AA_1 = \frac{2}{3} BC = 18$ .



$\Rightarrow MA_1 = BA_1 = CA_1 = 6$ ,  $\triangle BMC$  прямоугольный

$S_{BMC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$ , т.к.  $S_{BMA_1}$  — треть  $S_{ABA_1}$  и аналогично с  $MA_1C$ .

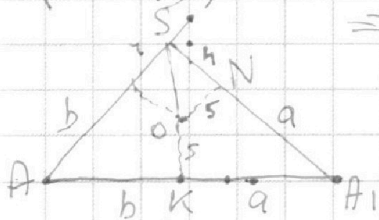
$\Rightarrow$  если  $BM = x$ , а  $MC = y$ , то:

$$xy = \frac{2}{3} \cdot 90 = 60 \Rightarrow CC_1 \cdot BB_1 =$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 60 = 9 \cdot 15 = 135$$

$$AA_1 \cdot 135 = 18 \cdot 135 = 2430$$

б) Так как центр сферы находится в плоскости  $(ASA_1)$ , то точка  $N$  находится на  $SA_1$ .



$\Rightarrow O$  — центр вписанной сф.  $\triangle AA_1S$

$ON \perp BC$  и  $OK \perp BC$ , т.к.  $ON \perp (SBC)$

и  $OK \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp (ASA_1)$

$\Rightarrow$  нужно найти  $\angle AA_1S$ .

если  $AK = b$ , а  $A_1K = a$ , то:

$$b + a = 12 \Rightarrow b = 8, b + a = 18 \Rightarrow a = 10.$$

$$\Rightarrow \angle AA_1S = 2 \arctan \frac{1}{2}.$$

Ответ: а) 2430, б)  $2 \arctan \frac{1}{2}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



•  $\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{3x} 243 - 8$ ;  $0 < x < 3$ ;  $x > 0, x \neq 1$ ,  
замена  $t = \log_3 x$ :  $t \neq 0$ , поэтому делим на  $t$   
 $t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2}t - 8$ ,  $2t^5 + 12 = 5t^2 - 16t$ ,  
 $2t^5 - 5t^2 + 16t + 12 = 0$

•  $\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y} (3^{11}) - 8$ ,  $y > 0, y \neq 1$   
замена  $d = \log_3 5y$ :  $d^4 + \frac{2}{d} = \frac{11}{2}d - 8$ ,  
 $2d^5 - 11d^2 + 16d + 4 = 0$

(1)  $\begin{cases} 2t^5 - 5t^2 + 16t + 12 = 0 \\ 2d^5 - 11d^2 + 16d + 4 = 0 \end{cases}$  Нужно найти  $t+d$ , чтобы  
узнать  $xy$   
 можем:

$2(t+d)(t^4 - t^3d + t^2d^2 - td^3 + d^4) - 5t^2 - 11d^2 + 16(t+d) = -16$   
 $\Rightarrow 2(t+d)(t^4 - t^3d + t^2d^2 - td^3 + d^4 + 8) = 5t^2 + 11d^2 - 16$

$2(t+d) \left( (t^4+8) + (d^4+8) - t^3d + t^2d^2 - td^3 \right) = 5t^2 + 11d^2 - 16$   
 $t^4 = \frac{5}{2}t - 8 - \frac{6}{t}$ ,  $d^4 = \frac{11}{2}d - 8 - \frac{2}{d}$ .

$2(t+d) \left( \frac{5t^2 - 16t - 12}{2t} + \frac{11d^2 - 16d - 4}{2d} - t^3d + t^2d^2 - td^3 \right) = 5t^2 + 11d^2 - 16$

Делим на  $2td$ :

$2(t+d) \left( 5 \right)$

$5t^2 - 12 - 5 = 7$

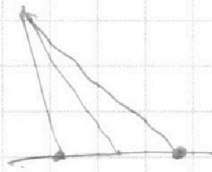
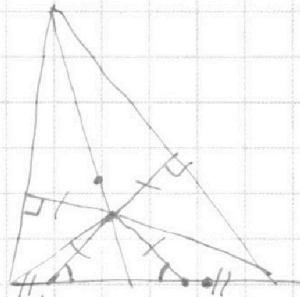
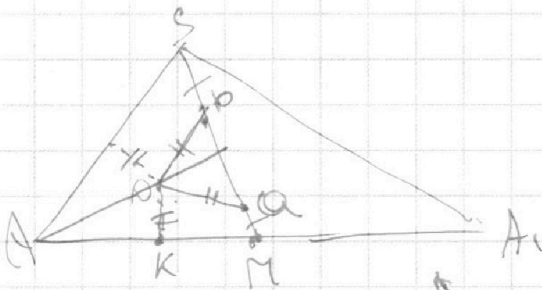
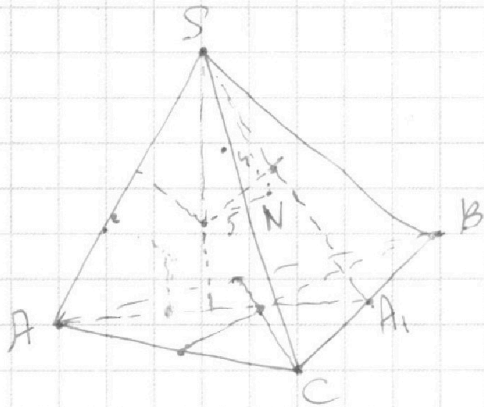
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2 и 3

~~2 и 3~~

$$\frac{3}{2} \cdot 12 \quad 18^2 - \frac{225}{4}$$

$$12 \cdot 4 = 48$$

9.

$$4 \cdot 15$$

$$72 - 10^2$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ \times 18 \\ \hline 1080 \\ + 135 \\ \hline 1430 \end{array}$$

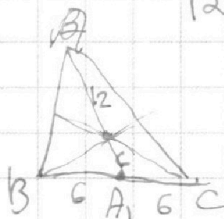
$$\frac{45}{12} = \frac{3 \cdot 15}{3 \cdot 4}$$

$$\frac{16 \cdot 5}{4 \cdot 2}$$

$$72 - 10^2 = 2445$$

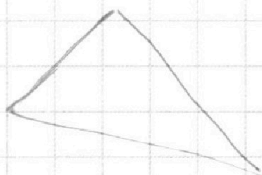
$$18 \cdot \frac{15}{4}$$

$$2445$$



~~2 и 3~~

~~2 и 3~~





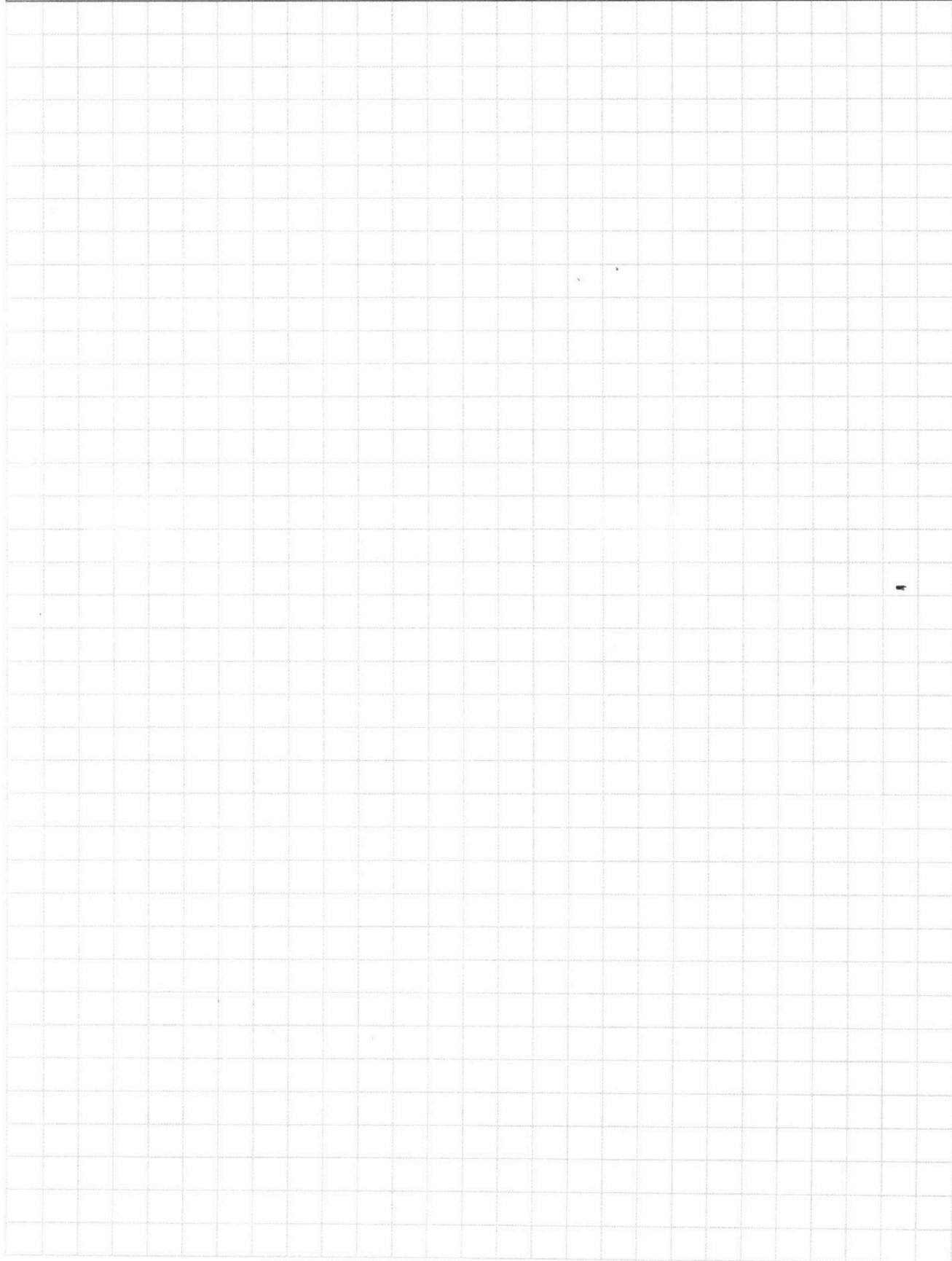
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



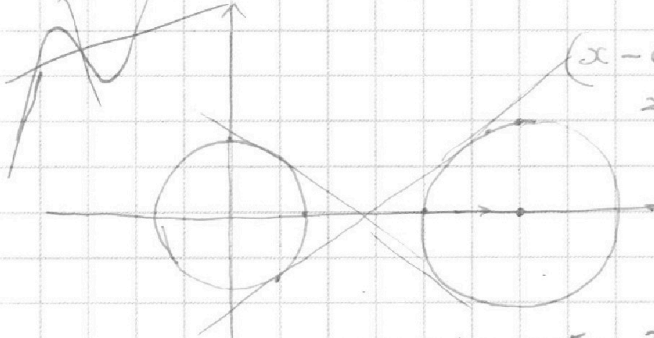
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax + 2y - 3b = 0$$

$$y = -\frac{a}{2}x + 3b$$

$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$



$$(x-6)^2 - 36 + y^2 + 32 = 0$$

$$\Rightarrow (x-6)^2 + y^2 = 4$$

(6; 0) и 2

3 2

$$\frac{6 \cdot 4}{10}$$

$$18$$

$$3 \cdot 33$$

$$\frac{36}{10} = \frac{18}{5}$$

$$18 \text{ и } 15$$

$$x > 0, x \neq 1$$

$$\frac{-2 \pm 3 \sqrt{9}}{63} = \frac{18}{27}$$

$$3^5$$

$$\log_3 x = t$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2}t - 8$$

$$2t^5 + 12 = 5t^2 - 16t$$

$$2t^5 - 5t^2 + 16t + 12 = 0$$

$$2 \cdot 32 - 5 \cdot 4 + 16 \cdot 4 + 12$$

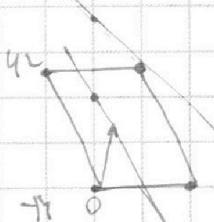
$$64$$

$$64 - 20 + 64 + 12$$

$$\frac{1}{16} - \frac{11}{4} + 8 + 4 \quad d-$$

$$42 : 14 = 3$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{16} = \frac{11}{16}$$



$$y_2 - y_1 = 33 - 3(x_2 - x_1)$$

$$y = 33 - 3x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3}, \quad b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3}, \quad c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 9 \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \alpha_3 + \beta_3 \geq 10 \end{cases}, \quad \begin{cases} \beta_1 + \gamma_1 \geq 14 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 13 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 13 \end{cases}, \quad \begin{cases} \alpha_1 + \gamma_1 \geq 19 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 18 \\ \alpha_3 + \gamma_3 \geq 30 \end{cases}$$

$$\beta_1 = 9 - \alpha_1, \quad \gamma_1 = 14 + \alpha_1$$

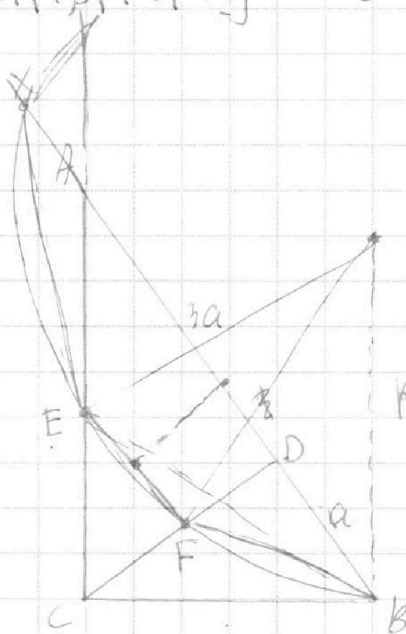
$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1$  нужно мин.  $2(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1) \geq 32$

$$2\alpha_1 + 5 \geq 19$$

$$\alpha_1 = 7$$

$$\beta_1 = 2$$

$$\gamma_1 = 12$$



$$\frac{(4a+x)\sqrt{10}}{\sin 33^\circ} = 2R$$

$$(x+1) = \frac{5(x+3)}{\sqrt{10}}$$

$$6x = -14$$

$$-\frac{14}{6} + 1 =$$

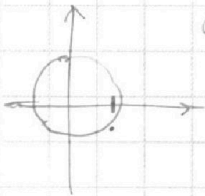
$$-\frac{2}{6}$$

$$\frac{a}{\sin 33^\circ} = \frac{3a}{\sin 33^\circ}$$

$$\sqrt{3}a$$

$$CD = \sqrt{3}a$$

$$\Rightarrow BC = 2a$$



$$A, \frac{A}{3}$$

$$\frac{\frac{4}{3}A}{\frac{A}{4}} = \frac{16}{3}$$

$$\sin y = \cos x$$

$$\Rightarrow y = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = x =$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\arcsin(1) = \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x)$$

