



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^{15} \cdot 7^{11}, \quad bc: 2^{17} \cdot 7^{18}, \quad ac: 2^{23} \cdot 7^{39} \Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{55} \cdot 7^{68}$$

П.к. $a^2 b^2 c^2$ является квадратом, то все его простые делители при разложении на множители

имеют четную степень \Rightarrow П.к. $a^2 b^2 c^2: 2^{55} \Rightarrow$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{56} \Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{56} \cdot 7^{68} \Rightarrow abc: 2^{28} \cdot 7^{34} \Rightarrow \text{так как}$$

~~Наименьшее натуральное~~ $a, b, c \in \mathbb{N}$, то

$$abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34} \Rightarrow \text{наименьшее значение } abc - \text{это } 2^{28} \cdot 7^{34}$$

$$2^{28} \cdot 7^{34}: 2^{28} \cdot 7^{34} \Rightarrow abc = 2^{28} \cdot 7^{34} \text{ подходит.}$$

$$\text{Ответ: } 2^{28} \cdot 7^{34}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ - несократима $\Leftrightarrow (a, b) = 1 \Rightarrow (a+b; ab) = 1$ (т.к. $a+b$ не делится ни на один из делителей a или b , а ab - это произведение a и b)

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 2ab}$$

$$(a+b; ab) = 1 \Rightarrow ((a+b)^2; ab) = 1 \Rightarrow \text{т.к. } (ab; (a+b)^2) = 1, \text{ то}$$

единственный множитель, который может быть в знаменателе

за несократимости \Rightarrow наибольшее $m = 209$

Пример: $a=4$ $b=5$ $\frac{4}{5}$ - несократима

$$\frac{4+5}{(4+5)^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{9(9-20)} = \frac{1}{-11}$$

Ответ: $m=9$

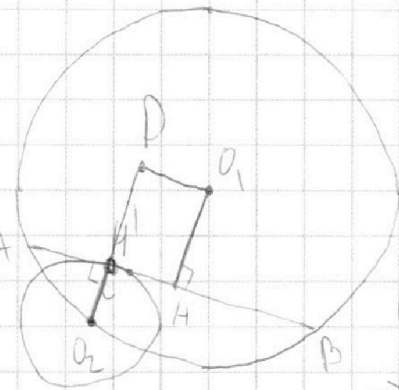
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$O_1M - M \in [AB] \text{ \& } O_1M \perp AB$$

O_1 - центр Ω O_2 - центр ω

$$O_1A = O_1B = 13 \Rightarrow \text{т.к. } O_1M \text{ - высота, то}$$

O_1M - медиана и биссектриса (св-во р/б \triangle)

$$\Rightarrow AM = MB$$

$$(O_2M': O_2M' \perp AB, M' \in [AB]) \Rightarrow AM' = 7x, M'B = 17x \Rightarrow AB = 24x$$

$$\Rightarrow AM = MB = 12x \Rightarrow M'M = 5x$$

предположим $O_2M' \perp O_1M'$: $M'D = O_1M'$. т.к. $O_2M' \parallel O_1M'$, то

$$M'DO_1M' - \# \Rightarrow DO_1 = M'M = 5x.$$

$$\text{по т. Пифаг. } O_1M = \sqrt{13^2 - (12x)^2} = \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$\text{по т. Пифаг. } O_1O_2 = \sqrt{(DO_2)^2 + (DO_1)^2} = \sqrt{(7 + \sqrt{169 - 144x^2})^2 + (5x)^2} =$$

$$= \sqrt{49 + 169 - 144x^2 + 14\sqrt{169 - 144x^2} + 25x^2} = 13 \text{ т.к. } O_2O_1 \text{ - радиус } \Omega$$

$$49 + 169 - 144x^2 + 14\sqrt{169 - 144x^2} = 169 \Rightarrow 119x^2 - 49 = 14\sqrt{169 - 144x^2}$$

$$\# f(x) = 119x^2 - 49 \quad g(x) = \sqrt{169 - 144x^2} \quad g(x) = 169 - 144x^2$$

$f(x) \downarrow (-\infty; 0]$, $g(x) \uparrow (-\infty; 0]$ (св-ва кв. функций) \Rightarrow

на том промежутке \uparrow ~~используем~~ $f(x) \uparrow [0; +\infty)$ & $g(x)$

т.к. $\sqrt{x} \circ g(x)$ не менее монотонна (св-ва комп.),

и менее монотонна область определения $D(\sqrt{x} \circ g(x)) = [\frac{13}{12}; \frac{13}{12}]$

Аналогично $f(x) \uparrow [0; +\infty)$, $g(x) \downarrow [0; +\infty)$ \Rightarrow ~~используем~~ $f(x)$ & $g(x)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

приветствую.

г.к. max $1-2x$ достигается $x \in [0, 1]$, то y удовлетворяет

$$119x^2 - 49 = 14 \sqrt{169 - 144x^2} \quad \text{только 1 функция как корень}$$

$$\left. \begin{aligned} & \& x=1, \quad 119 \cdot 1^2 - 49 = 70 \\ & 14 \sqrt{169 - 144 \cdot 1^2} = 70 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x=1 - \text{это корень}$$

$$\Rightarrow \text{г.к. } AB = 24x, \text{ то } AB = 24$$

ответ: 24

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 3x^2 + 3x + 1 \\ k = 1 - 9x \end{array} \right. \text{ Тогда:}$$

$$\sqrt{t+k} - \sqrt{t} = k \quad (\Rightarrow) \quad \left\{ \begin{array}{l} t+k = k^2 + 2\sqrt{t}k + t \\ k \geq 0 \Rightarrow \sqrt{t+k} \geq 0 \end{array} \right. \quad (\Rightarrow) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{k(1-k)}{2} = \sqrt{t}k \\ \sqrt{t+k} \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left(\Rightarrow \right) \left\{ \begin{array}{l} t = \frac{k^2 - 2k + 1}{2} \\ t \geq 0 \\ k \geq 0 \quad \sqrt{t} + k \geq 0 \\ k = 0 \end{array} \right. \quad \text{Подставляем вместо } k \text{ и } t \quad \left\{ \begin{array}{l} 3x^2 + 3x + 1 = \frac{81x^2 - 18x + 1 - 2 + 18x + 1}{2} \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \text{ - верно всегда (дискриминант)} \\ 1 - 9x \geq 0 \Rightarrow 1 - 9x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 1 - 9x \geq 0 \\ 1 = 9x \end{array} \right. \quad (\Rightarrow)$$

$$\left(\Rightarrow \right) \left\{ \begin{array}{l} 37,5x^2 - 3x - 1 = 0 \\ x \leq \frac{1}{9} \quad \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 1 - 9x \geq 0 \end{array} \right. \quad (\Rightarrow) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3 \pm \sqrt{159}}{2} \\ x = \frac{1}{9} \end{array} \right. \quad (\Rightarrow) \quad x \in \left\{ \frac{3 - \sqrt{159}}{2}, \frac{1}{9} \right\}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{3 - \sqrt{159}}{2}, \frac{1}{9} \right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

в ряду ^{удовлетворяющую} параллельности MT и $(OP)_a \Rightarrow$
две касательных ~~как~~ следующего ряда
будет столько же точек касания и две
предыдущего.

В ряду с $y=0$ пар $S_{140} 14 + 126 = 140$
 \Rightarrow т.с. всего 14 рядов (только между y от 0 до
26) то всего вариантов точек

$$140 \cdot 14 = 1960$$

Ответ: ^{пар.} 1960 точек.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \Leftrightarrow$$

Заметим, что $x^2 + y^2 = 1$ — окр.

$x^2 + (y - 12)^2 = 16$ — окр.

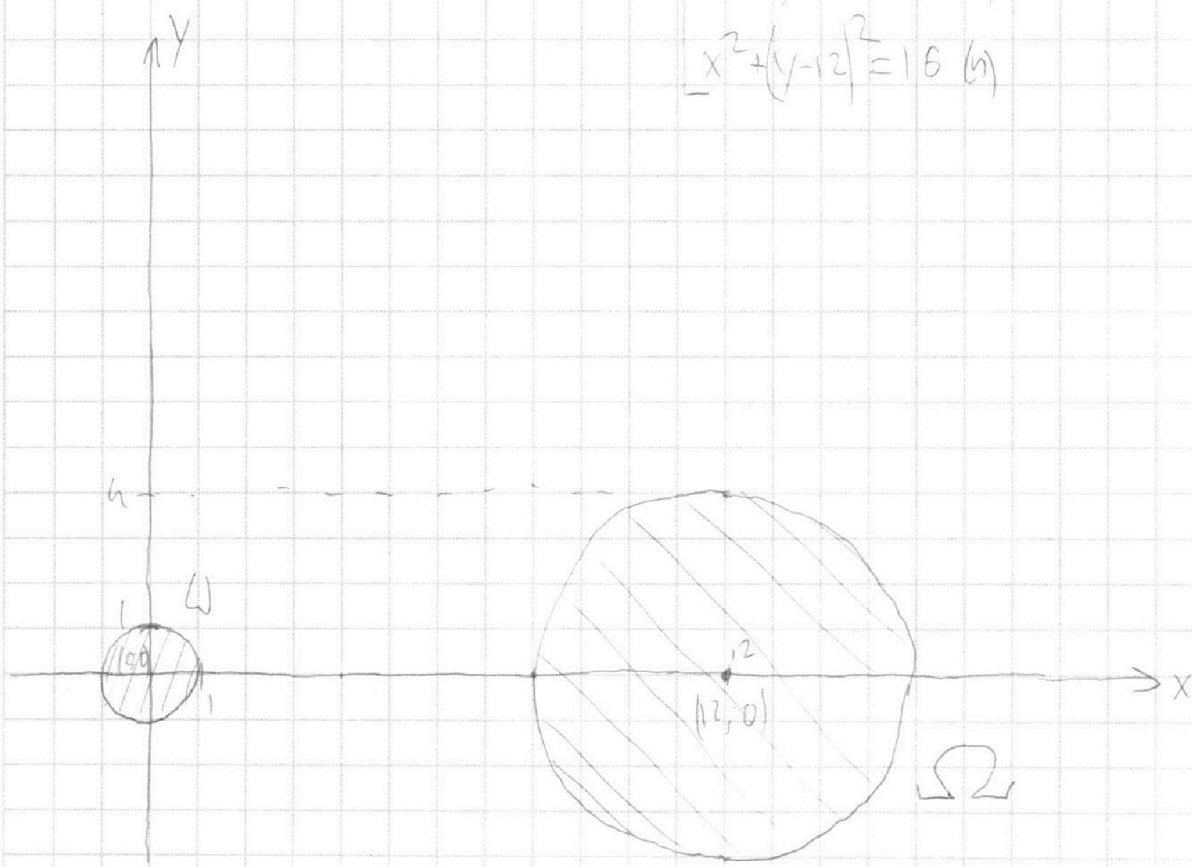
Изобразим в координатных

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 < 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 > 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 - 1 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16 \quad (4)$$



(1) ~~исполна~~ ~~исполна~~ ~~исполна~~ это пересечение
всей плоскости без Ω и ее окр. и
окр. W без ее окр. W — эта область

(2) ~~исполна~~ ~~исполна~~ ~~исполна~~ по Ω и W непересекаются
множество $(\text{плоскость без } W) \cap \Omega$ — эта область

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} (=) \left\{ \begin{array}{l} e=1 \\ C=\frac{5}{12} \\ e=1 \\ C=-\frac{1}{4} \\ e=-1 \\ C=-\frac{5}{12} \\ e=-1 \\ C=\frac{1}{4} \end{array} \right. \end{aligned}$$

тогда получаются и ур. 2 (т.е. ур. 2 норм. получено)
(выделить коэф. перед x)

$$\frac{5}{12}x + \frac{\sqrt{119}}{12}y + 1 = 0 \quad (=) \quad \frac{5}{\sqrt{119}}x + y + \frac{12}{\sqrt{119}} = 0$$

$$-\frac{1}{4}x + \frac{\sqrt{15}}{16} + 1 = 0 \quad (=) \quad -\frac{4}{\sqrt{15}}x + y + \frac{16}{\sqrt{15}} = 0$$

$$-\frac{5}{12}x + \frac{\sqrt{119}}{12}y - 1 = 0 \quad (=) \quad -\frac{5}{\sqrt{119}}x + y - \frac{12}{\sqrt{119}} = 0$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{\sqrt{15}}{16} - 1 = 0 \quad (=) \quad \frac{4}{\sqrt{15}}x + y - \frac{16}{\sqrt{15}} = 0$$

Тогда образом матрица A и b $\left\{ \frac{5\sqrt{119}}{119}; -\frac{5\sqrt{119}}{119}; \right.$

$$\left. -\frac{4\sqrt{15}}{15}; \frac{4\sqrt{15}}{15} \right\}$$

$$\text{Ответ: } a \in \left\{ -\frac{5\sqrt{119}}{119}; -\frac{4\sqrt{15}}{15}; \frac{4\sqrt{15}}{15}; \frac{5\sqrt{119}}{119} \right\}$$

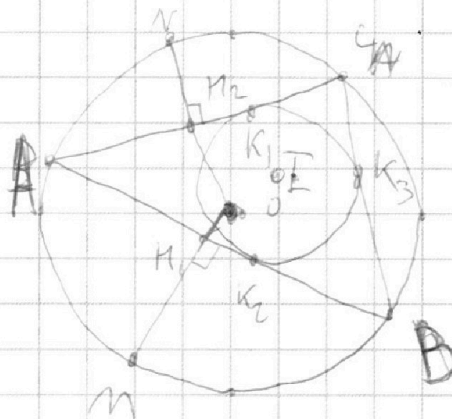
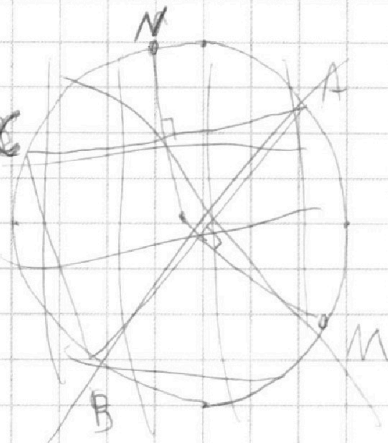
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



По условиям $NM_2 = 2,5$ $MM_1 = 5$.

$\sphericalangle AM = \sphericalangle MB \Rightarrow AM = MB \Rightarrow \triangle AMB$ - р/б $\Rightarrow MM_1$ - мед, бисс.

Аналогично NM_2 - медиана и бисс. для $\triangle ANC$

$\sphericalangle OAC$ да $AM_2 = M_2C$. $\sphericalangle \triangle AOC$. $AO = OC = r \Rightarrow \triangle OAC$ - р/б \Rightarrow

\Rightarrow г.к. OM_2 - медиана, то OM_2 - бисс., высота \Rightarrow

$\Rightarrow OM_2 \perp AC \Rightarrow M_2 \in [NO]$. Аналогично $M_1 \in [MO]$

$\sphericalangle OA = r$. $\sphericalangle OAM_1 = r - 5 \Rightarrow \cos \sphericalangle M_1, OB = \frac{r-5}{r} = 1 - \frac{5}{r}$

$$\cos \sphericalangle AOB = \cos 2 \sphericalangle M_1, OB = 1 - 1 + \frac{10}{r} - \frac{25}{r^2} = \frac{10r - 25}{r^2}$$

Аналогично $\sphericalangle OAC$ да: AB по г.к. $AB = \sqrt{2r^2 - 2r^2 \cdot \frac{10r-25}{r^2}} =$

$$= \sqrt{2r^2 - 2(10r-25)} = r \frac{r+5}{r} = r+5$$

Аналогично $AC = r + 2,5$. ~~$\cos \sphericalangle AOB$~~

II - центр описанной окружности, и тогда касательная - это K_1, K_2, K_3 .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \text{Пусть } AK_1 = x. \text{ Тогда } (K_1 = r+2,5-x) \Rightarrow CK_3 = r+2,5-x, \\ & \Rightarrow BK_3 = AK_2 = x \Rightarrow BK_2 = r+5-x \Rightarrow BK_3 = r+5-x. \\ & \text{Тогда } CB = 2r+7,5-2x. \end{aligned}$$

Мы знаем $\cos \angle AOM$, $\cos \angle AON$

$$\angle AOM = \frac{1}{2} \angle AOB, \angle AON = \frac{1}{2} \angle AOC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{и т.д. } \cos \angle CAB = \frac{1}{2} \cos \angle C, \text{ то } \angle CAB = \angle AON + \angle AOM.$$

Мы ~~не можем~~ мы можем также найти

иногда мы можем в $\triangle OAB$ и $\triangle OAC$.

Тогда мы можем найти $\cos \angle CAB$ и выразить

$\angle CAB$ без $\angle C$ без x . Из этого можно найти x

такие значения x и $\angle CAB$ ($\angle OAB = \frac{1}{2} \angle CAB$) можно

из тригонометрии найти $\angle A$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 59 \\ \hline 108 \\ + 62 \\ \hline 704 \end{array}$$

$$126 + 1,5\sqrt{154}$$

$$\frac{9 + 3\sqrt{154}}{2} + 1$$

1,5

$$ax + y + b = x^2 + y^2 + c - 1$$

$$3 \cdot 64$$

$$192 + 24 + 1$$

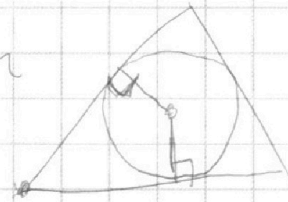
$$217$$

$$15^2 = 225$$

$$2x^2(1 - \cos\beta) = 5x - 6,25$$

$$\cos\beta = \frac{0,25 - 5x - 2x^2}{2x^2}$$

cos



$$r = 5$$

$$r = 2,5$$

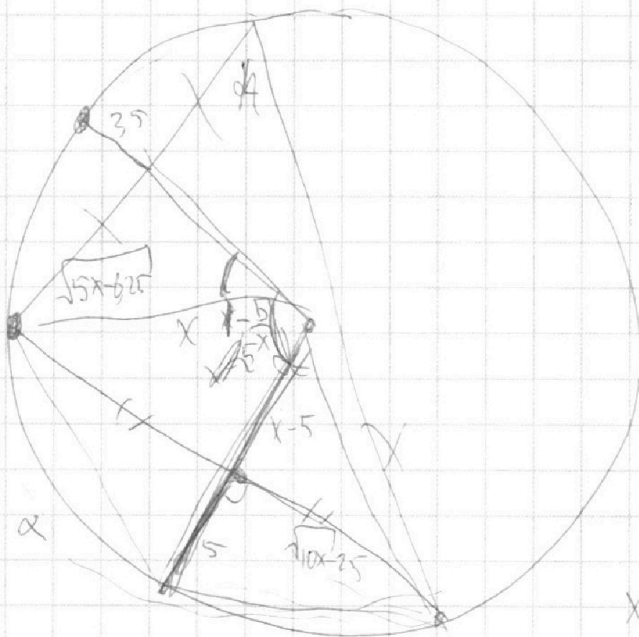
cos

$$\frac{r-5}{r}$$

$$\frac{r-2,5}{r}$$

$$1 - \frac{5}{r}$$

$$1 - \frac{2,5}{r}$$



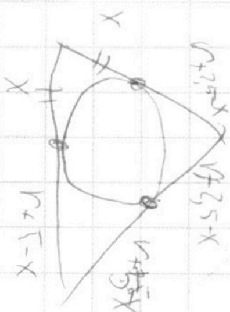
$$1 - 2\cos^2\alpha$$

$$x^2 - x^2 + 2\sqrt{10x - 25}$$

$$2x^2 - 2\cos\alpha x^2 = 10x - 2,5$$

$$2x^2(1 - \cos\alpha) = 10x - 2,5$$

$$\cos\alpha = \frac{25 - 10x - 2x^2}{2x^2} \quad 1 - \cos\alpha = \frac{5}{x} - \frac{2,5}{2x^2}$$



$$x^2 - 5x + 12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

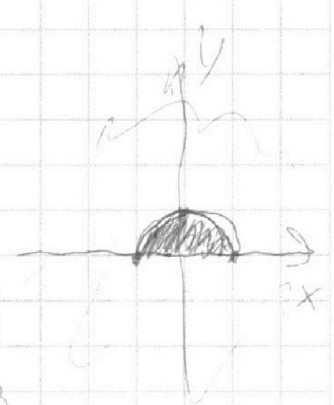
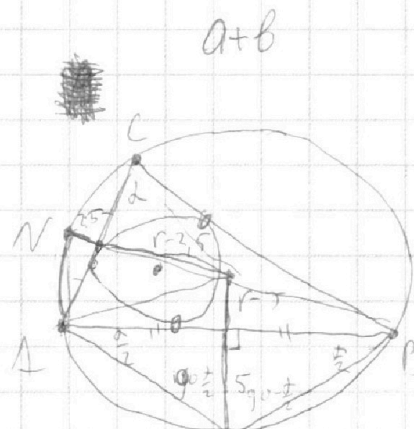
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a^2 b^2 c^2 = 2^{55} \cdot 7^{68}$
 $abc = 2^{28} \cdot 7^{34}$
 $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab} = \frac{1}{a+b-9ab}$



$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$

$(x-1)^2$
 $a+b = km$
 $(a+b)^2 - 9ab = nm$
 $k^2 m^2 - 9ab = nm$
 $9ab = m(k^2 m - n)$

$109 = 104x^2$
 $x^2 = \frac{164}{104}$
 $x^2 + y^2 = 1$
 $x^2 + y^2 \leq 1$

$(4b; a+b) = 0$ (9) $x=0$

$(x-n)(x+n)$

$\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$



$36 - 2n = 12 \Rightarrow n = 12$

$\frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

$(x-n)(x+n) + |y-12| \geq 0$

$\sqrt{t} + \sqrt{t-k} = 9x+1$

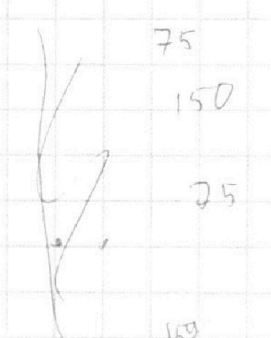
$y = \frac{3 \pm 13}{2}$
 $y = \frac{12}{37}$
 $+1300$

$\sqrt{t} + \sqrt{t-9x+1} = 9x+1$

$\sqrt{t+k} - \sqrt{t} = k \Leftrightarrow \sqrt{t+k} = k^2 + 2k\sqrt{t} + t$

$-k^2 = 2k\sqrt{t} \Leftrightarrow t = \frac{-k}{4}$

$\left(\frac{3 + \sqrt{159}}{2} \right)^2 = \frac{27 + 18\sqrt{159} + 159}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{159}}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

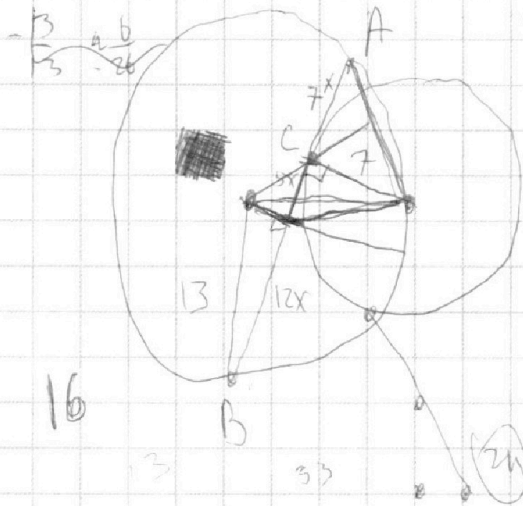
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

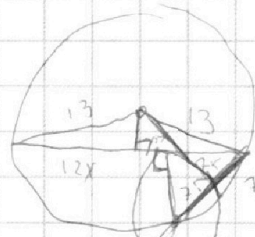
0-32



$34x$
 $24x$

$$-26x + 26 = 73y - 26 \cdot 13$$

$$-2x + 6 = y - 26$$



$$-2x + 36$$

$$\frac{\sqrt{169 - 144x}}{7} = \frac{m}{n}$$

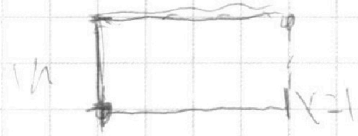
$$\frac{1}{2} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = m$$

$$7n = m \sqrt{169 - 144x}$$

$$9x + y$$

$$7 + \sqrt{169 - 144x} + 25x^2 = 169$$

$$49 + 169 - 144x + 144\sqrt{169 - 144x} + 25x^2 = 169$$



$$70 + 144 + 25 =$$

12, 12
13, 13

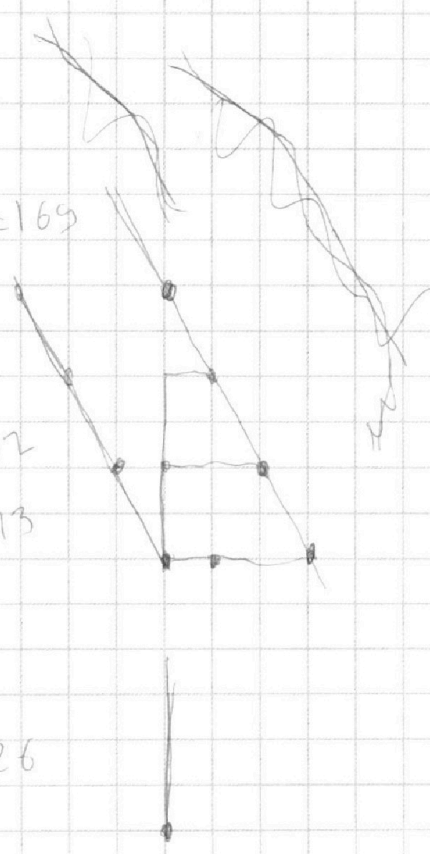
$$(144x - 49 - 25x^2)^2 = 196(169 - 144x)$$

(-13, 26) (3, 26)

$$0 \leq y \leq 26$$

$$x \leq$$

(13, 26) (0, 0) (16, 0)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом y принимает ^{меньше} значения от 0 до 26.

~~также~~ (при этом точка точно не будет

за пределами \neq в силу параллельности $y = x_1 + y_2 - 2x_2 + 4$

и $(0; 0) \Rightarrow$ при $(x_1, y_2) = (0; 0)$ ~~14~~ точек.

2) $(1; 0), (2; 0), \dots, (9; 0)$. В этих точках все аналогично $(0; 0)$

\Rightarrow ~~9 \cdot 27 = 243~~ вариантов $9 \cdot 14 = 126$ вариантов

3) $(10; 0), (11; 0), \dots, (16; 0)$. В этих точках самая первая

точка уже выходит за пределы \neq

(для $(10; 0)$ первая точка это $(7; 0)$, и эти уже

выходят за пределы \neq ; $(11; 0) - (18; 0), \dots$), а значит

и все остальные образующие точки будут

вне $\neq \Rightarrow 0$ вариантов.

4) все остальные. заметим, что остальные

точки выбираются увеличением y на 2

и ^{уменьшением} соответствующим x на 1 (как правило

на которых не было точек). тогда

$(0; 0)$ будет соответствовать следующему

точка ~~это~~ $(-1; 2)$. заметим, что ГМТ подоста-

ющих точек не изменится ($y = -1 \cdot 2 + 2 - 2x + 4 \Rightarrow y = -2x + 4$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~тогда~~ $\Omega_1 \cap \Omega_2$ и $\Omega_1 \cup \Omega_2$ отсюда $\Omega_1 \cap \Omega_2$ (это круги, а не окружности)

Значит все совокупность - это $\Omega_1 \cup \Omega_2$

$ax+by-c=0$ - это прямая \Rightarrow будет точка 2 решения только тогда, когда эта ~~прямая~~ прямая будет касаться сразу двух окружностей. таких прямых существует 2.

$cx+dy+e=0$ - нормальное уравнение $ax+by-c$ тогда получаем расстояние (формула расст. от (0) до прямой)

$$r = |c|$$

$$|c| = |c \cdot |z| + e|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} e = \pm 1 \\ |2c| = e \pm h \end{cases}$$

~~$$\Rightarrow \begin{cases} e = 1 \\ c = \frac{1}{2} \\ d = \frac{\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} e = -1 \\ c = -\frac{1}{2} \\ d = \frac{\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$~~

$$\Rightarrow \begin{cases} e = 1 \\ c = \frac{1}{2} \\ d = \frac{\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

