



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\begin{cases} ab: 2^5 \cdot 7^1 \\ bc: 2^{14} \cdot 7^{18} \\ ac: 2^{23} \cdot 7^{29} \end{cases} \Rightarrow abc = bc \cdot ac \cdot a \cdot (2^5 \cdot 2^{14} \cdot 2^{23}) \Leftrightarrow (abc)^2: 2^{55} \Rightarrow abc: 2^{28}$$

$$a = 2^{a_1} \cdot 7^{a_2}$$

$$b = 2^{b_1} \cdot 7^{b_2}$$

$$c = 2^{c_1} \cdot 7^{c_2}$$

$$a_1 + b_1 + c_1 \geq 28$$

$$(abc)^2: (2^{11} \cdot 7^{18} \cdot 7^{29}) \Leftrightarrow (abc)^2: 7^{68} \Rightarrow abc: 7^{34}, \text{ но } ac: 7^{29}$$

$$\text{Тогда } abc: 7^{29}$$

$$a_1 + b_1 + c_1 \geq 29$$

$$abc = 2^{\frac{a_1 + b_1 + c_1}{2}} \cdot 7^{\frac{a_2 + b_2 + c_2}{2}} = 2^{28} \cdot 7^{29} - \text{минимально возможное значение.}$$

$$\text{Пример: } a = 2^{10} \cdot 7^6$$

$$b = 2^5 \cdot 7$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{23}$$

$$\text{Ответ: } 2^{28} \cdot 7^{29}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{2}$

$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} = \frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-2ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab}$$

$$(1) \frac{ab}{a+b} \notin \mathbb{Z}, \text{ } a, b \text{ - взаимно простые}$$

$$a = k \cdot n, \text{ } k \text{ - простое}$$

$$\begin{cases} ab : k \\ a : k \\ b : k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab : k \\ a : k \\ b : k \end{cases} \text{ - и так для любого простого } k$$

Получается что ~~ab~~  $ab$  и  $a+b$  взаимно просты,  $ab \neq 1, a+b \neq 1$

$\frac{a}{b}$  - несократимая дробь  $\Leftrightarrow a, b$  - взаимно просты

$$\frac{a+b}{(a+b)^2-2ab} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{ab(a+b)^2-2ab}{(a+b)^2-2ab} : ab \Leftrightarrow \frac{ab}{(a+b)^2-2ab} \Leftrightarrow g : a+b$$

Если взять за  $m = a+b$ , то это макс. число на которое можно сократить дробь т.к. в числителе остается 1.

$$\begin{cases} g : m \\ m \text{ - макс.} \end{cases} \rightarrow m = g$$

Пример:  $a=4, b=5$

Ответ: 9

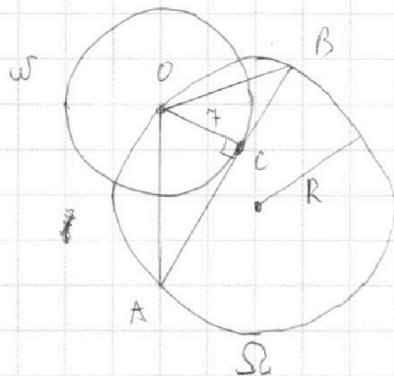
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3

$$OC = 7$$

$$R = 13$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{17}{7}$$

$OC \perp AB$  т.к.  $AB$  - касат.  $WS$

$$\begin{cases} \frac{AC}{BC} = \frac{17}{7} \\ AC + BC = AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AC = \frac{17}{24} AB \\ BC = \frac{7}{24} AB \end{cases}$$

$\triangle AOB$  вписан в  $\Omega$ . Площадь  $\triangle AOB$   $S = \frac{AB \cdot AO \cdot BO}{4R}$

$$AO = \sqrt{7^2 + AC^2} = \sqrt{49 + \frac{17^2}{24^2} AB^2}$$

$$BO = \sqrt{7^2 + BC^2} = \sqrt{49 + \frac{7^2}{24^2} AB^2}$$

$$S = \frac{OC \cdot AB}{2} = \frac{7AB}{2}$$

$$\frac{AB \cdot AO \cdot BO}{4R} = S = \frac{7AB}{2} \Leftrightarrow AO \cdot BO = 14R \Leftrightarrow \sqrt{49 + \frac{17^2}{24^2} AB^2} \cdot \sqrt{49 + \frac{7^2}{24^2} AB^2} = 14 \cdot 13 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow AB = 24$$

Ответ: 24

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\begin{aligned} \sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} &= 1-9x \Leftrightarrow (\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1})(\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}) = \\ &= (1-9x)(\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}) \Leftrightarrow (3x^2-6x+2) - (3x^2+3x+1) = (1-9x)(\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}) \\ \Leftrightarrow 1-9x &= (1-9x)(\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{9} \\ \sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{При } x = \frac{1}{9} \begin{cases} 3x^2-6x+2 \geq 0 \\ 3x^2+3x+1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{3x^2-6x+2} \leq 1 \\ \sqrt{3x^2+3x+1} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-6x+2 \leq 1 \\ 3x^2+3x+1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-6x+1 \leq 0 \\ 3x^2+3x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - \frac{3-\sqrt{6}}{3})(x - \frac{3+\sqrt{6}}{3}) \leq 0 \\ x(x+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [\frac{3-\sqrt{6}}{3}; \frac{3+\sqrt{6}}{3}] \\ x \in [-1; 0] \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1 \Rightarrow x \in \emptyset$$

Ответ:  $\{\frac{1}{9}\}$

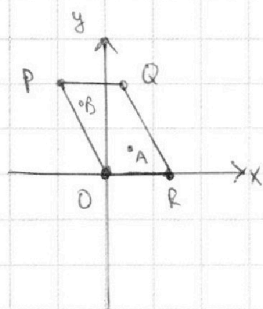
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$O(0,0)$   
 $P(-13,26)$   
 $Q(3,26)$   
 $R(16,0)$   
 $A(x_1, y_1)$   
 $B(x_2, y_2)$

$A, B \in \text{PORQ} \Rightarrow 0 \leq y_1, y_2 \leq 26$

$PO: y = -2x$

$QR: y = -2x + 32$

$A, B \in \text{PORQ} \Rightarrow \begin{cases} y_2 \leq -2x_2 + 32 \\ y_1 \leq -2x_1 + 32 \\ y_1 \geq -2x_1 \\ y_2 \geq -2x_2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -2x_2 \leq y_2 \leq -2x_2 + 32 \\ -2x_1 \leq y_1 \leq -2x_1 + 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq y_2 + 2x_2 \leq 32 \\ 0 \leq y_1 + 2x_1 \leq 32 \end{cases}$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14 \Leftrightarrow 2x_2 + y_2 = 14 + 2x_1 + y_1$

$0 \leq y_2 + 2x_2 \leq 32 \Leftrightarrow 0 \leq y_1 + 2x_1 + 14 \leq 32 \Leftrightarrow -14 \leq y_1 + 2x_1 \leq 18$

$0 \leq y_1 + 2x_1 \leq 32 \Leftrightarrow 0 \leq y_2 + 2x_2 - 14 \leq 32 \Leftrightarrow 14 \leq y_2 + 2x_2 \leq 46$

$\begin{cases} 0 \leq y_1 + 2x_1 \leq 32 \\ -14 \leq y_1 + 2x_1 \leq 18 \\ 0 \leq y_2 + 2x_2 \leq 32 \\ 14 \leq y_2 + 2x_2 \leq 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq y_1 + 2x_1 \leq 18 \\ 14 \leq y_2 + 2x_2 \leq 32 \end{cases}$

Необходимо найти какие-то способы выбора  $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{Z}$  также, что:

$\begin{cases} 0 \leq y_1 + 2x_1 \leq 18 \\ 14 \leq y_2 + 2x_2 \leq 32 \\ 0 \leq y_1, y_2 \leq 26 \\ 2x_2 + y_2 = 14 + 2x_1 + y_1 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

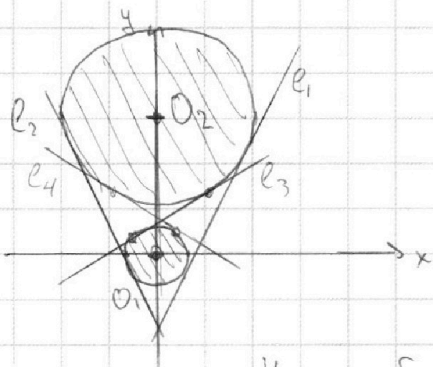
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax+by-b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

Отметим на коорд. плоскости мн-во точек, которое задается по предельно:



Это мн-во представляет собой два круга с центрами  $O_1(0,0)$ ,  $O_2(0,12)$  и радиусами 1; 4 соотв.

Если  $A(x,y)$  попадает в мн-во, то  $(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0$  M-мн-во

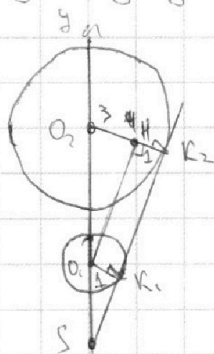
$ax+by-b=0 \Leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{b}{b}$  - прямая  $l$ . Если

Если  $A(x,y) \in l, M$ , то для  $x, y$  выполняется система из 2-х уравнений.

Нам необх. чтобы система имела лишь 2 р-м.  $\Leftrightarrow l$  пересекает M только в двух точках.

Все такие прямые отмечены на рисунке.

Найдем  $\operatorname{tg}$  угла наклона  $l_1$ .



$K_1, K_2$  - соотв. точки касания.  $O_1H \perp O_2K_2$

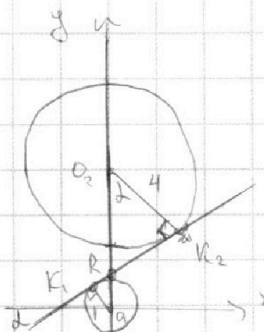
$O_1, K_1, K_2, H$  - прямоугольник  $\Rightarrow HK_2=1 \Rightarrow O_2H=3$

$$O_1H = \sqrt{O_1O_2^2 - O_2H^2} = \sqrt{144 - 9} = 3\sqrt{15}$$

$$\operatorname{tg} \angle O_2O_1H = \frac{3}{3\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{15} \Rightarrow \operatorname{ctg} \angle O_2O_1H = \sqrt{15}$$

$O_1H \parallel K_1K_2 \Rightarrow O_1H, K_1K_2$  имеют одинак. угол наклона к оси абсцисс.  $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \angle O_2O_1H = \sqrt{15}$

Поэтому угол наклона прямой равен коэф. стоящему при  $x$ .  $a_1 = \sqrt{15}$ . В силу симметрии  $l_2$  имеет коэф.  $a_2 = -a_1 = -\sqrt{15}$



Найдем  $\operatorname{tg}$  для  $l_3$ .  $\triangle K_1O_1R \sim \triangle K_2O_2R$

$$\frac{|O_2R|}{|O_1R|} = \frac{|O_2K_2|}{|O_1K_1|} \Leftrightarrow |O_2R| = \frac{48}{5}$$

$$|O_1R| + |O_2R| = 12 \quad |O_1R| = \frac{12}{5}$$

$$|RK_2| = \sqrt{\left(\frac{48}{5}\right)^2 - 4^2} = \sqrt{46^2 - 20^2} = \frac{4}{5}\sqrt{119}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \angle RO_2K_2 = \frac{|RK_2|}{|O_2K_2|} = \frac{\frac{4}{5}\sqrt{119}}{4} = \frac{\sqrt{119}}{5} = a_3$$

Коэф. в уравнении  $l_4$   $a_4 = -a_3 = -\frac{\sqrt{119}}{5}$  в силу симметрии

Получили 4 знач. параметра  $a$ , где каждому из которых можно найти соответствующее  $b$ . Для  $a = \pm\sqrt{15}$ ,  $b = -0,5$ , для  $a = \pm\frac{\sqrt{119}}{5}$ ,  $b = 0,1R$

Ответ:  $\left\{ \pm\sqrt{15}; \pm\frac{\sqrt{119}}{5} \right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$ab: 2^5 \cdot 4^4$   
 $bc: 2^{14} \cdot 4^8$   
 $ac: 2^{22} \cdot 3^3$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x \Leftrightarrow \frac{3x^2-6x+2-3x^2-3x-1}{\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}} = 1-9x \Leftrightarrow$$

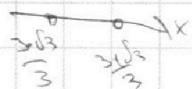
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-6}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1$$

$$3x^2+3x+1 = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$3 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

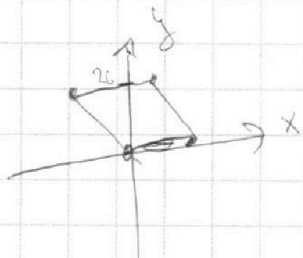
$$\frac{3}{6}$$



$$3x^2+3x+1 \geq 1 \Leftrightarrow 3x^2+3x \geq 0 \Leftrightarrow x(x+1) \geq 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-3}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3} \quad x \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$$

$$3x^2-6x+2 \geq 1 \Leftrightarrow 3x^2-6x+1 \geq 0 \Leftrightarrow (x - \frac{3+\sqrt{6}}{3})(x - \frac{3-\sqrt{6}}{3}) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; \frac{3-\sqrt{6}}{3}] \cup [\frac{3+\sqrt{6}}{3}; +\infty)$$



$0 \leq y \leq 26$   
 $y = 2x$   
 $-2x \leq y \leq -2x + 32$   
 $26 = -130x$   
 $\Leftrightarrow x = -2$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 \leq 40$$

$$14 \leq x_1 \leq 110 \Leftrightarrow x_1 \geq -13$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 = 14 \Leftrightarrow 2x_2 + y_2 = 14 + 2x_1 + y_1$$

$0 \leq y_1 \leq 26$   
 $0 \leq y_2 \leq 26$   
 $-2x_1 \leq y_1 \leq -2x_1 + 32$   
 $-2x_2 \leq y_2 \leq -2x_2 + 32$   
 $0 \leq y_1 + 2x_1 \leq 32$   
 $0 \leq y_2 + 2x_2 \leq 32$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq y_1 + 2x_1 \leq 32 \\ -14 \leq y_2 + 2x_2 \leq 18 \end{cases}$$

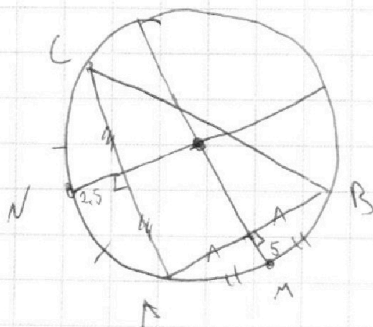
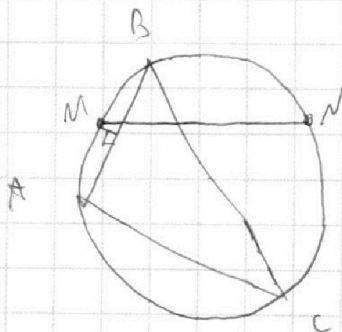
$$0 \leq y_1 + 2x_1 \leq 18$$

$$14 \leq y_2 + 2x_2 \leq 32$$

$$0 \leq y_1 \leq 26$$

$$0 \leq y_2 \leq 26$$

$$2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 14$$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

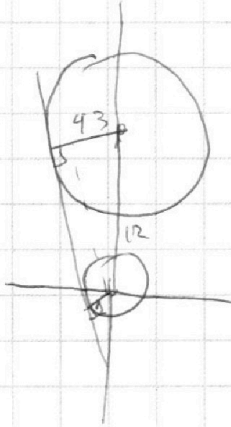
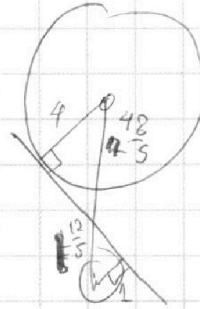
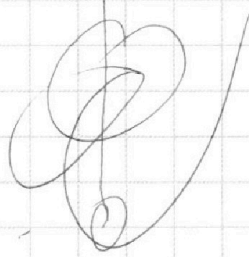
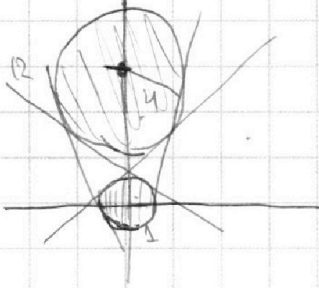


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax+cy-8b=0$$

$$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0$$

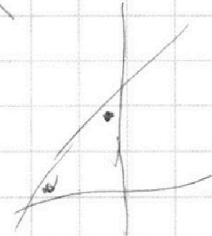
$$y = -ax + 8b$$



$$(4-9) = 135 = 9 \cdot 15$$

$$\sin \beta = \frac{3\sqrt{15}}{15}$$

$$\frac{\sin(1-\beta)}{\cos(1-\beta)} = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \cot \beta = \sqrt{15}$$



$$68 \cdot 28 = 4 \cdot 40 \cdot 7 \cdot 7$$

$$\frac{14}{11} \cdot \frac{7}{2}$$

$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab} \Rightarrow = \frac{a}{a^2+ab+b^2}$$

ab

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x \Leftrightarrow (\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1})(\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}) =$$

$$= (1-9x)(\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}) \Leftrightarrow 3x^2-6x+2 - (3x^2+3x+1) = (1-9x)(\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}) \Leftrightarrow$$

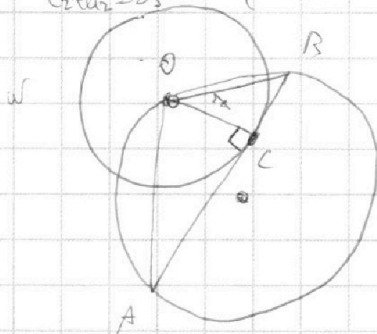
$$\Leftrightarrow 1-9x = (1-9x)(\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}) \Leftrightarrow \begin{cases} 1-9x=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{9} \\ \sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1 \end{cases}$$

Или  $x = \frac{1}{9}$ ,  $\begin{cases} 3x^2-6x+2 \geq 0 \\ 3x^2+3x+1 \geq 0 \end{cases}$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{3x^2-6x+2} \leq 1 \\ \sqrt{3x^2+3x+1} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-6x+2 \leq 1 \\ 3x^2+3x+1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-6x+1 \leq 0 \\ 3x^2+3x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_2 = 5 \\ a_2 = 10 \\ c_2 = 13 \end{cases} \begin{matrix} 14 \\ 11 \\ 13 \\ 12 \\ 23 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a_1 + b_2 = 15 \\ b_1 + c_2 = 17 \\ c_1 + b_2 = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + b_2 = 15 \\ a_1 + b_2 = 5 \end{cases}$$



$$AO = \sqrt{4b_2 + AC^2} \quad \begin{matrix} 14 \\ 13 \\ 42 \end{matrix}$$

$$BO = \sqrt{4b_2 + BC^2} \quad \begin{matrix} 14 \\ 13 \end{matrix}$$

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot \frac{\sqrt{4b_2 + AC^2} \sqrt{4b_2 + BC^2}}{24} = 13$$

$$\Leftrightarrow 192 = \sqrt{4b_2 + AC^2} \sqrt{4b_2 + BC^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 192 = \sqrt{4b_2 + \frac{14^2}{24^2} AB^2} \cdot \sqrt{4b_2 + \frac{13^2}{24^2} AB^2} =$$

$$\Leftrightarrow 26 \cdot 24 = \sqrt{4b_2 + \frac{14^2}{24^2} AB^2} \sqrt{24^2 + AB^2}$$

$c = \frac{14 \cdot 13}{24} = 7 \frac{1}{3}$   
 $b = 1$   
 $a =$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{15} \cdot 7^4 \cdot 2^{17} \cdot 7^{13} = 2^{32} \cdot 7^{17} \Leftrightarrow (abc)^2 : 2^{55} \cdot 7^{68} \Leftrightarrow abc : 2^{28} \cdot 7^{34}$$

$$\begin{matrix} a_1 + c_2 = 23 \\ a_2 + b_2 = 15 \\ b_1 + c_2 = 17 \\ a_1 + b_2 = 5 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a_2 = 11 \\ b_2 = 5 \\ c_2 = 12 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} a = 2^{11} \cdot 7^{16} \\ b = 2^5 \cdot 7^{17} \\ c = 2^{12} \cdot 7^{23} \end{matrix} \quad abc =$$

$$\begin{matrix} a_1 + b_2 + c_2 = 34 \\ a_1 + b_2 = 11 \\ c_1 = 23 \\ a_1 = 16 \\ b_1 = 0 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

