



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

NP

$$abc = 2^x \cdot 7^y$$

$$\begin{cases} ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac \cdot b = 2^{32} \cdot 7^{29} \\ ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \Rightarrow \text{умнож} = 39 \cdot (ac = 7^{39}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} ac \cdot b = 2^{32} \\ ac = 2^{23} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2^9 \\ b = 2^{39-23} = 2^{16} \end{cases}$$

$$abc = 2^{28} \cdot 7^{39} \text{ (теор.)} \Rightarrow \text{умнож} = 28 + 39 = 67 \text{ (умнож} = 23 + 5 = 28 \text{ (} ac = 2^{23} \text{))}$$

пример:

$$\begin{cases} a = 2^{11} \cdot 7^{11} \\ b = 2^5 \\ c = 2^{12} \cdot 7^{28} \end{cases}$$

Ответ: $abc_{\text{умнож}} = 2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a}{b} - \text{кесокр} \quad a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N} \quad \omega_2$$
$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 2ab}$$

если можно сокр \mathbb{N} $m, 70$

$$\begin{array}{r} a+b \overset{\circ}{\underset{\circ}{\circ}} m \\ -ga \quad b \overset{\circ}{\underset{\circ}{\circ}} m \end{array} \quad \frac{-gab}{a+b}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a}{a(1+\frac{b}{a})} = \frac{1}{1+\frac{b}{a}} - \text{кесокр}$$
$$\frac{b}{a+b} = \frac{b}{b(1+\frac{a}{b})} = \frac{1}{1+\frac{a}{b}} - \text{кесокр} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -g \overset{\circ}{\underset{\circ}{\circ}} m \\ ab \overset{\circ}{\underset{\circ}{\circ}} m \end{cases} \Rightarrow m_{\text{нацд}} = g$$

Ответ: $m_{\text{нацд}} = g$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



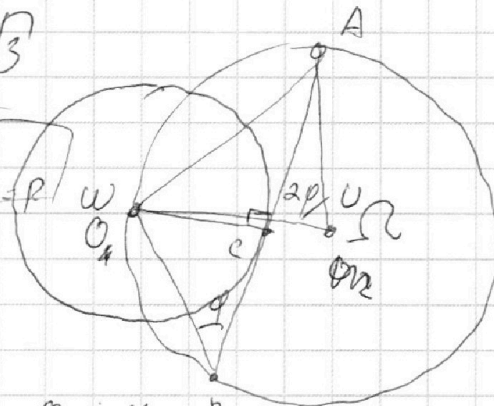
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle OCA: OC \perp AB \text{ (AB - хорда)} \sqrt{3}$$

$$AO^2 = AC^2 + OC^2 \quad \left| \begin{array}{l} OC = r = 7 \\ OU = AU = 13 - r \end{array} \right.$$

$$AC = 17x; \quad BC = 7x$$

$$AO^2 = 17^2 x^2 + 7^2$$



$$\triangle OUA: AO^2 = OU^2 + UA^2 - 2OU \cdot UA \cdot \cos 2\varphi =$$

$$= 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cdot \cos 2\varphi = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 (1 - 2\sin^2 \varphi) =$$

$$= 4 \cdot 13^2 \cdot \sin^2 \varphi = 17^2 x^2 + 7^2 \quad (1)$$

$\angle OUA$ - центр. угол, $\angle OBA$ - опир на дугу $OA \Rightarrow \angle OBA = \frac{1}{2} \angle OUA = \varphi$

$$\triangle OBC: OC \perp AB: OB^2 \cdot \sin^2 \varphi = OC^2$$

$$OB^2 \cdot \sin^2 \varphi = (OC^2 + BC^2) \cdot \sin^2 \varphi = OC^2$$

$$\sin^2 \varphi = \frac{1}{17^2 x^2 + 7^2} (7^2 + 7^2 x^2) \sin^2 \varphi = 7^2$$

подставим (2) в (1) $(17^2 x^2 + 7^2)(1 + x^2) = 4 \cdot 13^2$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$289 + 338 = 627 \Rightarrow x_1^2 = 1$$

$$\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x^2 - 1 = 0 \\ 289x^2 - 627 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \\ x^2 = -\frac{627}{289} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow 289x^4 + 338x^2 - 627 \mid x^2 - 1 \\ \underline{289x^2 - 289x^2} \\ 627x^2 - 627 \\ \underline{+627x^2 - 627} \\ 0 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$AB = AC + BC = 17x + 7x = 24x = 24$$

Ответ: $AB = 24$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = a; \quad \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = b$$

$$1 - 9x = a^2 - b^2$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$\begin{cases} 1) a = b \\ 2) a + b = 1 \end{cases}$$

*) $a = b$: $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$

$$9x = 1; \quad x = \frac{1}{9}$$

*) $a + b = 1$: $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 2 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 0$$

$$x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{12} \quad f(x) = 6x^2 - 3x + 2$$

$$\text{верши вверх} \Rightarrow f(x_{\text{верш}}) = \underline{\underline{\text{миним}}}$$

$$f\left(\frac{x}{4}\right) = \frac{6}{16} - \frac{3}{4} + 2 > 0$$

$$\begin{cases} 6x^2 - 3x + 2 > 0 \\ 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 3x + 2 - 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} > 0 \Leftrightarrow$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

$$\begin{cases} ax + y - pb = 0 \\ \underbrace{(x^2 + y^2 - 1)}_1 \cdot \underbrace{(x^2 + (y - 12)^2 - 16)}_2 \leq 0 \end{cases}$$

1) $x^2 + y^2 = 1$ (окружность) ω

2) $x^2 + (y - 12)^2 = 16$ (окружность) Ω

P - точка касания в системе координат xOy .

если $P \in \Omega \Rightarrow (x^2 + y^2 - 1) < 0$; n - кол-во точек

если $P \in \omega \Rightarrow x^2 + (y - 12)^2 - 16 > 0$

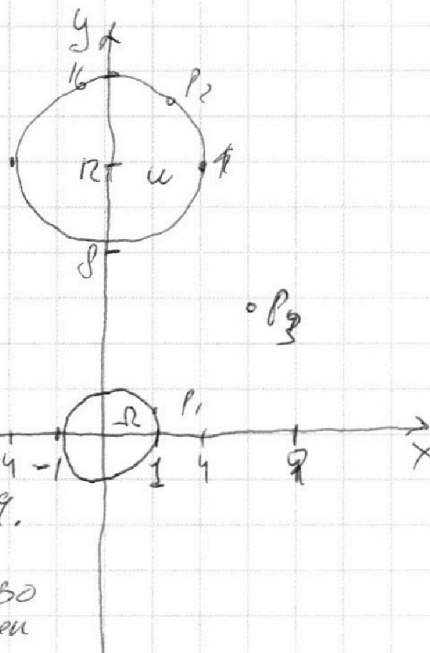
P снаружи P, Ω, ω $\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 > 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 > 0 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$

если $\begin{cases} P \text{ внутри } \Omega \\ P \text{ внутри } \omega \end{cases}, \emptyset \begin{cases} x^2 + y^2 - 1 > 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 < 0 \\ x^2 + y^2 - 1 < 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 > 0 \end{cases}$

$l: ax + y - pb = 0$ - уравнение прямой, если

$\begin{cases} l \in \omega, l \text{ - кас} \Rightarrow \exists \text{ б.ч. точек, удовлетворяющих} \\ l \in \Omega, l \text{ - не кас} \end{cases}$ условия

$\begin{cases} l \in \omega \\ l \in \Omega \end{cases} \Rightarrow \emptyset$ Значит l - кас к Ω и ω .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

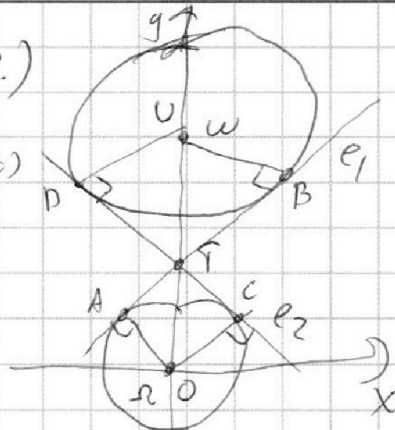
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$OU = 12$ (расст. между центрами шаров.)

$\Delta OAT \sim \Delta TBU$ (90° ; $\angle ATO = \angle UTB$) \Rightarrow

$$\begin{cases} \frac{TO}{OU} = \frac{UB}{OU} = \frac{1}{4} \\ TO + TU = OU = 12 \end{cases} \Rightarrow TO = 2,4$$



$T \in e_1 \Rightarrow y = kx + b'$
 $2,4 = b' \Rightarrow e: y = kx + 2,4$

Δ пересечение e и Ω :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = kx + 2,4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (kx + 2,4)^2 + x^2 = 1$$

$$(k^2 + 1)x^2 + 4,8kx + 5,76 - 1 = 0$$

$k \neq 0$ $y = kx + 2,4 \Rightarrow D = 0$

$$D = 0 = 4,8^2 \cdot k^2 = 40,976 k^2 = 40,976$$

$$k^2 = \frac{40,976}{4,8^2 - 40,976} = 4,76$$

$$k = \pm 2\sqrt{1,19}$$

$$e \Leftrightarrow y = kx + 2,4 \Rightarrow a = k \pm 2\sqrt{1,19}$$

Ответ: $a = \pm 2\sqrt{1,19}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle ABW = \angle CAN = \angle ACN = \alpha$$

$$\angle MAB = \angle MBA = \angle M, \quad NO = R$$

$$M, N = 7, 5$$

$$AC = 2R \frac{MN}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sin \alpha}$$

$$AB = 2R \frac{MN}{\sin \beta} = \frac{10}{\sin \beta}$$

$$OL = OF = r$$

$$OC = \frac{OF}{\sin \beta} = \frac{r}{\sin \beta}$$

$$OB = \frac{LO}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \alpha}$$

$$AO = x$$

$$(1) x^2 = 25 \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{r^2}{\sin^2 \beta} = 10 r \cot \alpha \cot \beta$$

$$(2) x^2 = 100 \cdot \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} + \frac{r^2}{\sin^2 \alpha} = 20 r \cot \alpha \cot \beta$$

(Теор кос гна $\triangle AOC$ и $\triangle ABO$)

$$2(1) - (2) :$$

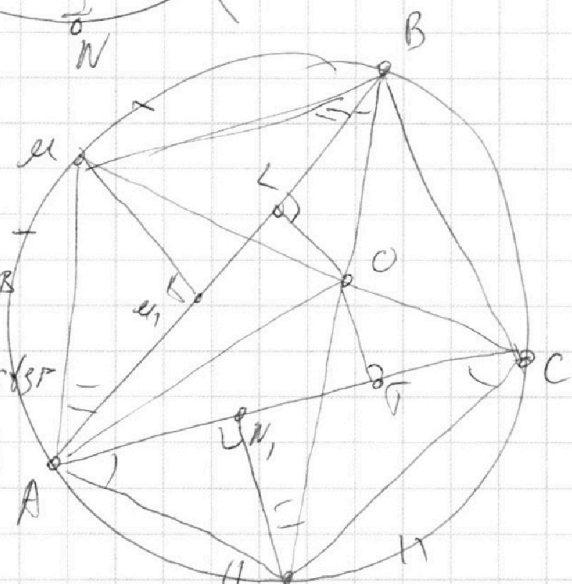
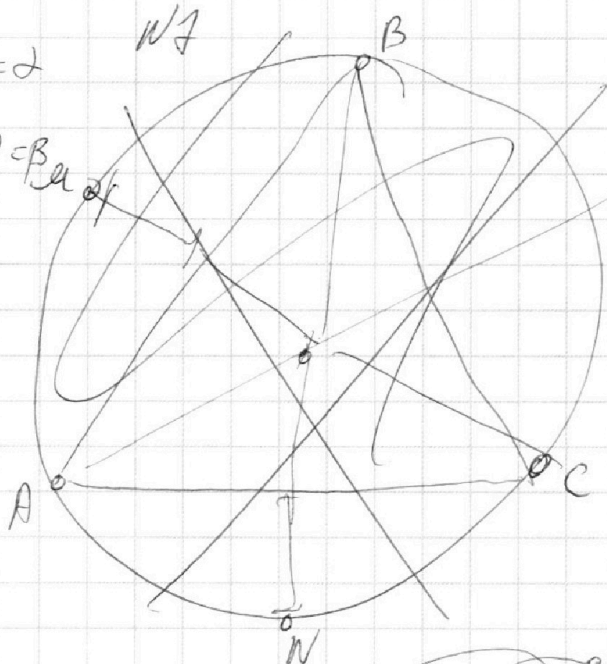
$$x^2 = 50 \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 2 \frac{r^2}{\sin^2 \beta} = 100 \cdot \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{r^2}{\sin^2 \alpha}$$

$$\angle \rho ALO; \quad \angle LOA = \frac{1}{2} \angle LOF = \frac{1}{2} \frac{360^\circ - (\alpha + \beta) - (\alpha + \beta) - (90^\circ - \beta)}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\sin^2 \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) x^2 = \frac{r^2}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow x^2 = \frac{r^2}{\sin^2 \alpha} \left(2 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} \right) =$$

$$= 50 \cdot \left(2 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} \right)$$

Умнож: $x = 5\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

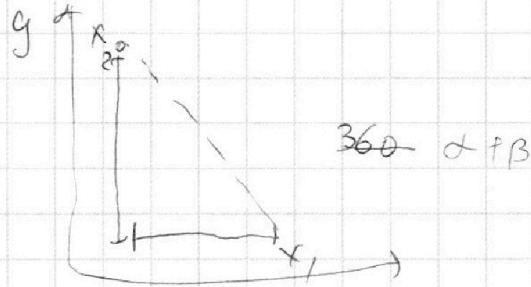
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + \underbrace{y_2 - y_1}_{\text{бывает}}$$

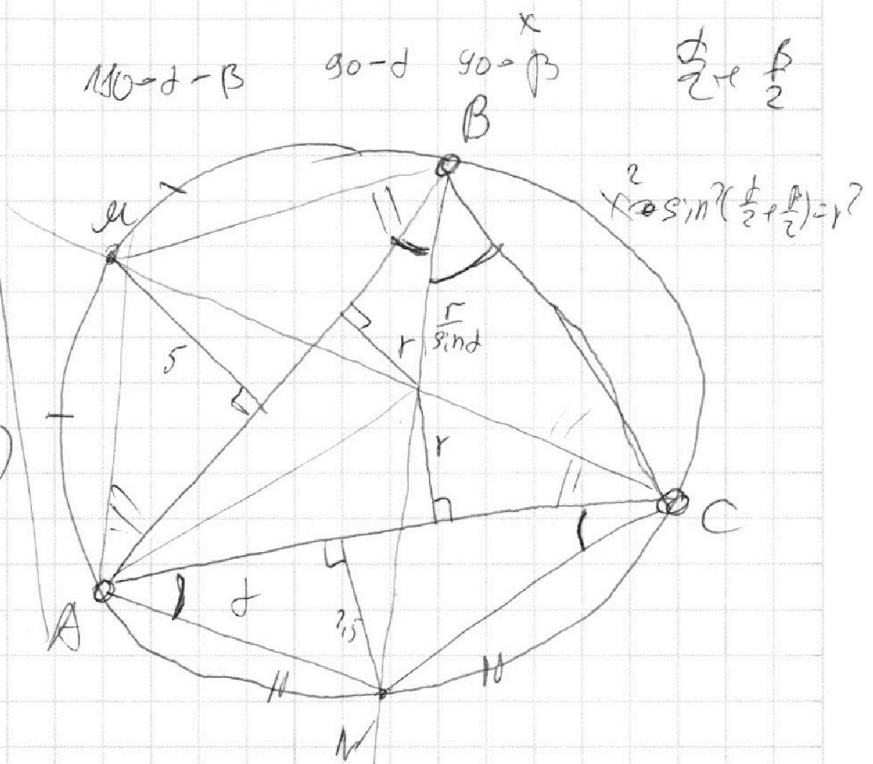
$y_2 - y_1$ бывает



$$x^2 = 50 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 2$$

считай

$$50 \left(2 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \cos^2 \beta \right)$$



$$25 \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{r^2}{\sin^2 \beta} - 10 \frac{\cos \alpha \cdot r}{\sin \alpha \sin \beta} = \cos^2 \beta = x^2$$

$$100 \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} + \frac{r^2}{\sin^2 \alpha} - 20 \frac{\cos \alpha \cdot r}{\sin \alpha \sin \beta} = x^2$$

$$x^2 = x^2 + \frac{r^2}{\sin^2 \alpha} +$$

$$x^2 = 50 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 2 \frac{r^2}{\sin^2 \beta} - 100 \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} - \frac{r^2}{\sin^2 \alpha}$$

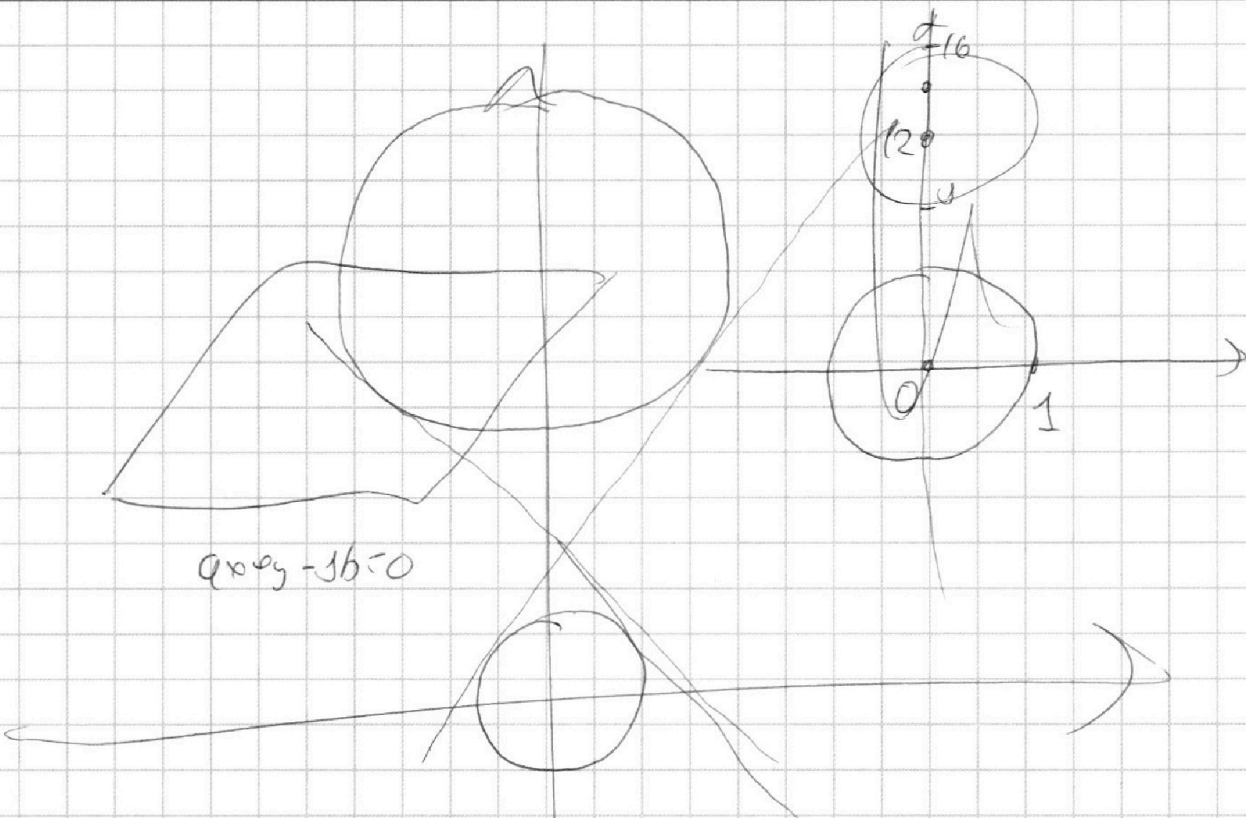
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$9x^2 + y^2 - 36 = 0$$

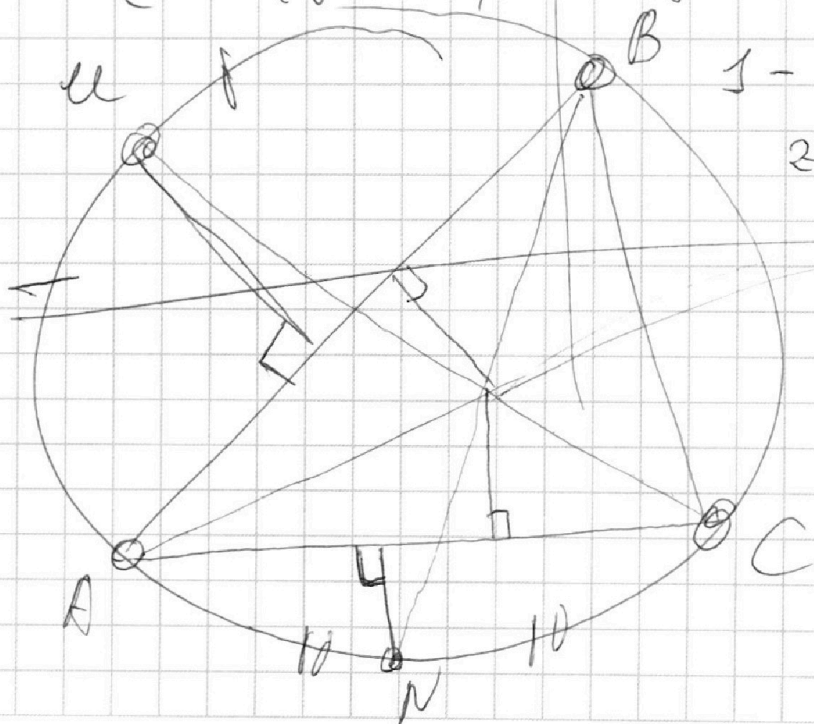
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ x^2 + (y - 12)^2 = 4 \cdot 16 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 24x + 144 = 4 \cdot 16$$

$$1 - 24y + 144 = 64$$

$$\begin{aligned} 24y &= \\ y &= \frac{129}{24} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

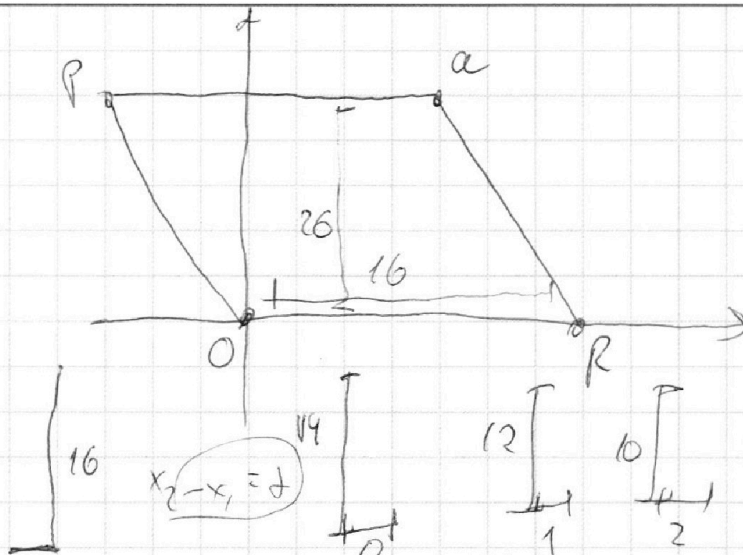
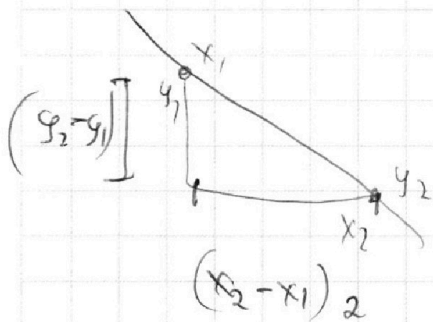
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

увеличу



$$x_2 - x_1 = d$$

NO

$$\frac{-144}{16} = -9$$

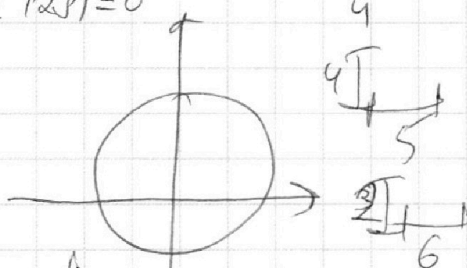
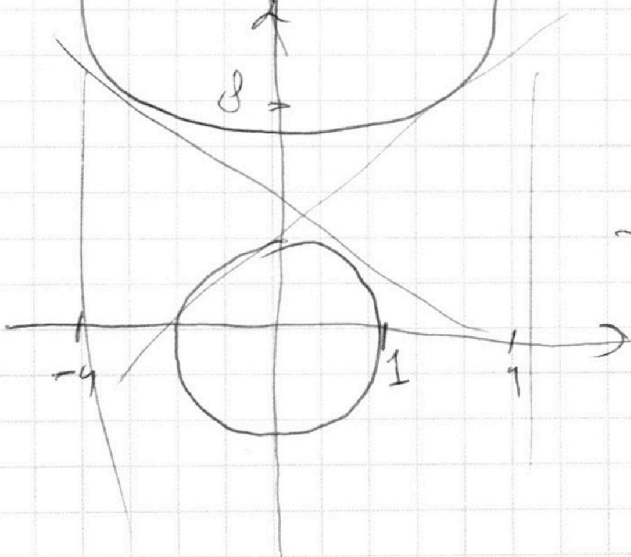
$$\frac{16}{2} = 8$$

$$ax^2 + cy - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1) + (x^2 + (y-12)^2 - 16) \geq 0$$

$$12A = 30 \quad 43$$

$$(x^2 + y^2 - 1) + (x^2 + y^2 - 24y + 128) \geq 0$$

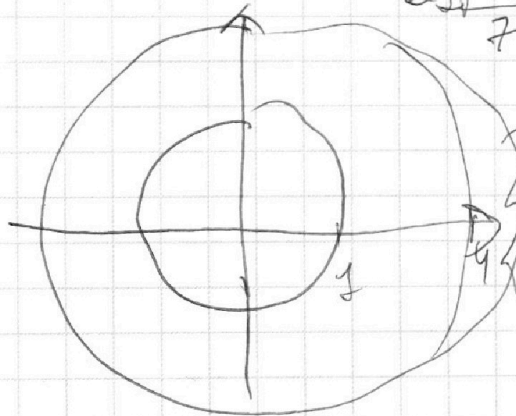


$$6 \pm 4$$

$$4 \pm 5$$

$$2 \pm 6$$

$$0 \pm 7$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



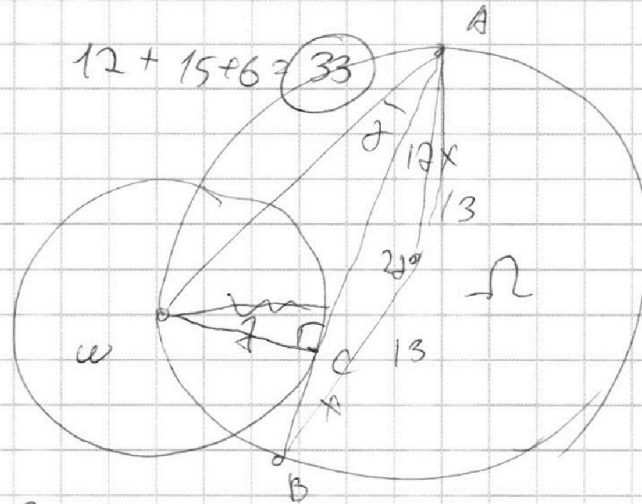
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 329 \quad | \quad 7 \\ 28 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$47 \div 7$$

(14)



$$17x \div 69 \div 7 = 7$$

$$24x^2 = 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cdot \cos 2\alpha$$

$$24x = 13^2 \cdot 4 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{6x}{13^2}$$

$$17x = \sqrt{13^2 - 6x} = 7$$

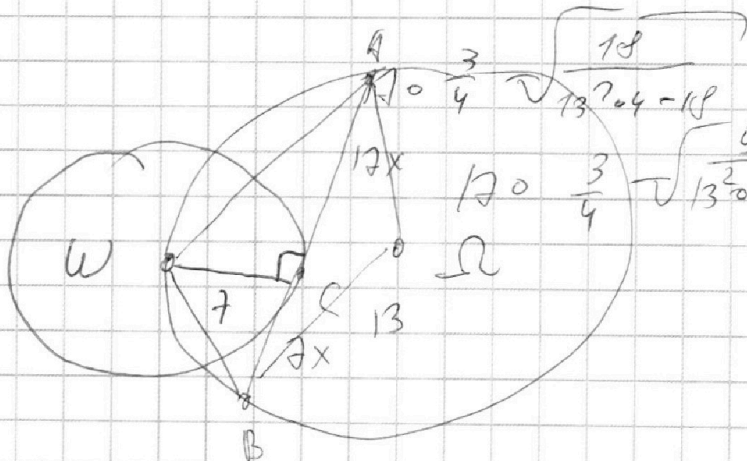
$$\frac{6}{13^2 - 6} = \sqrt{\frac{6}{163}}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}}$$

$$\begin{array}{r} 13^2 \quad 169 \quad 49 \\ \quad 121 \\ \hline 24x \quad 126 \end{array} \quad \begin{array}{l} 49 \\ x = 3 \end{array}$$

(X < 3)

$$\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \\ x=4 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 12 \div \frac{3}{4} = \sqrt{13^2 \cdot 4 - 18} = 24 \\ 12 \div \frac{3}{4} = \sqrt{13^2 \cdot 2 - 9} = 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} 169 \div 2 = 338 \\ \frac{9}{323} \\ \begin{array}{r} + 169 \\ 2 \\ \hline 238 \\ + 13 \end{array} \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



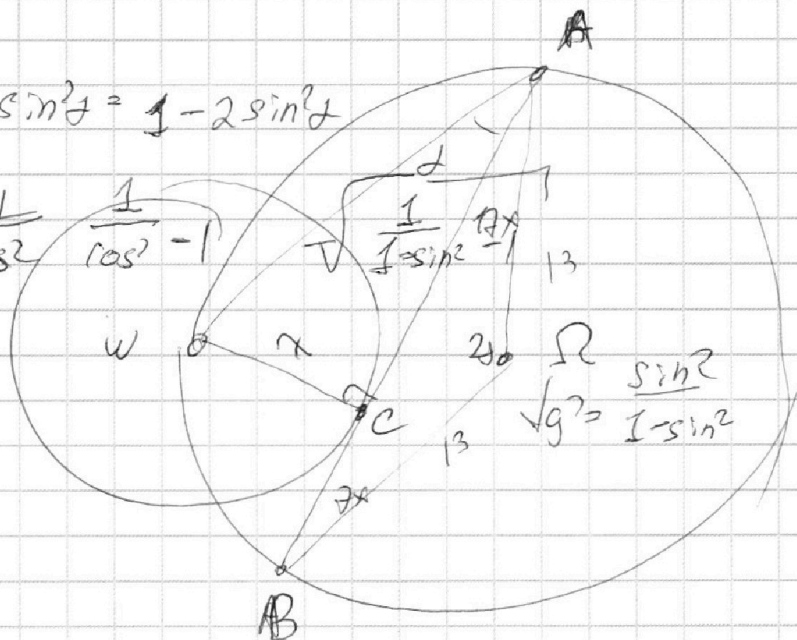
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\sqrt{g^2} = 1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1$$

$$\frac{7}{17x} = \sqrt{g^2}$$



$$\left\{ \begin{aligned} 24x &= 20(13^2 - 20 \cdot 13^2 \cdot \cos 2\alpha) \\ 7 &= 17x \cdot \sqrt{g^2} \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} 24x &= 20 \cdot 13^2 \cdot 2\sin^2 \alpha \\ 6x &= 13^2 \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

$$24x = 20 \cdot 13^2 - 20 \cdot 13^2 \cdot (1 - 2\sin^2 \alpha)$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{6x}{13^2}$$

$$7 = 17x \cdot \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}}$$

$$7 = 17x \cdot \sqrt{\frac{6x}{13^2}}$$

$$1 - \frac{6x}{13^2} =$$

$$7 = 17x \cdot \sqrt{13^2 - 6x}$$

$$7^2 \cdot 13^2 - 7^2 \cdot 6x = 6 \cdot 17^2 \cdot x^3$$

$$\frac{40}{17^2 x^2} = \frac{6x}{13^2 - 6x}$$

$$60 \cdot 17^2 \cdot x^3 + 7^2 \cdot 6x - 7^2 \cdot 13^2 = 0$$

$$12^2 \cdot x^3 + 7^2 \cdot x = \frac{7^2 \cdot 13^2}{6}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\sqrt{3x^2 - 6x + 2}}{a} - \frac{\sqrt{3x^2 + 3x + 1}}{b} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 0$$

$$I = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

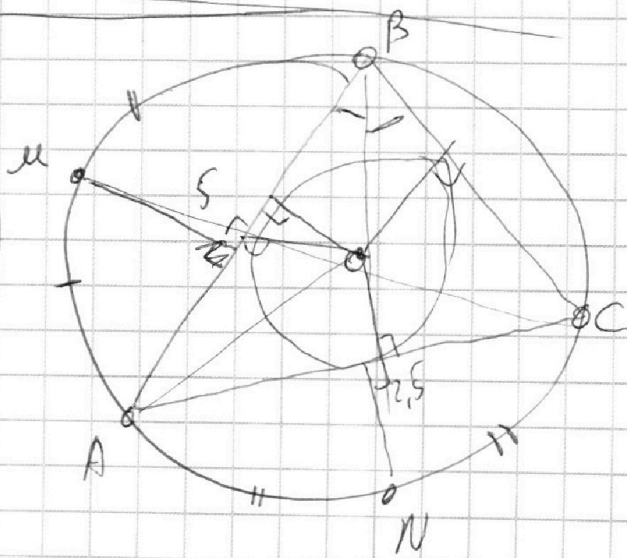
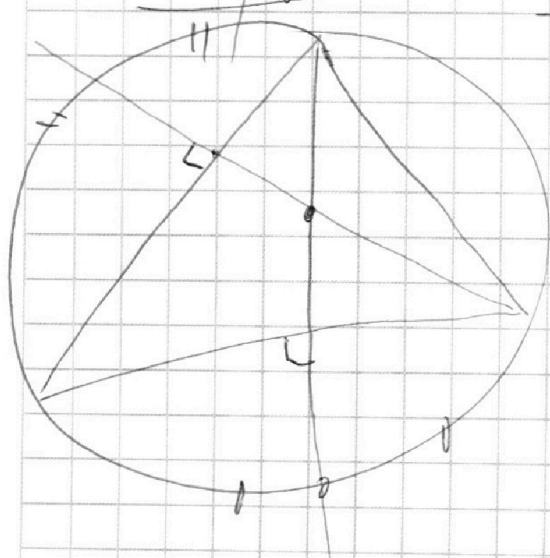
1	2	3	4	5	6	7
X	X	X	X			

$$1) \quad 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

2) $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$

$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1$
 $6x^2 - 3x + 3$
 $6x \quad 12x - 3 = 0 \quad x = \frac{1}{4}$
 $6 > -3 > \frac{1}{4} > 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

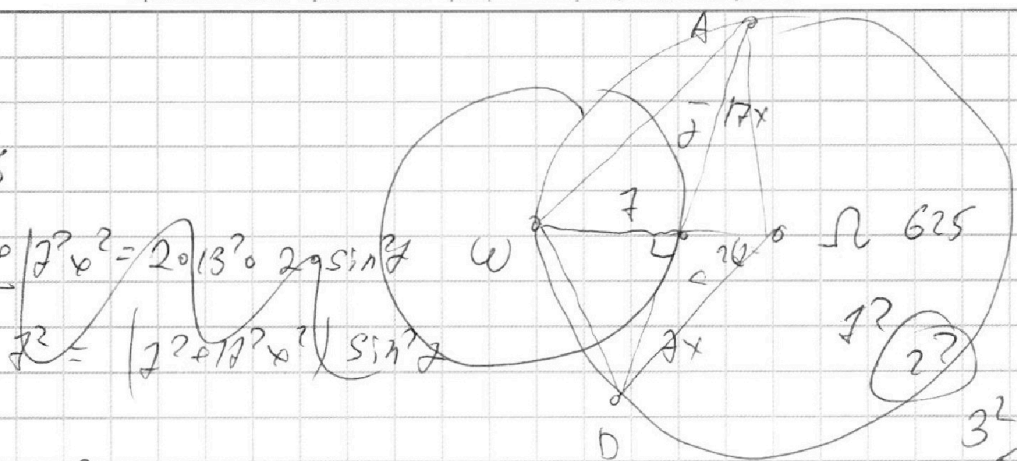
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 22 \\ 446 \\ +446 \\ \hline 2676 \\ +1784 \\ \hline 4460 \\ -1784 \\ \hline 2676 \end{array}$$



$$7^2 + 17^2 x^2 = 2 \cdot 13^2 \cdot 2 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$7^2 = (7^2 + 17^2 x^2) \sin^2 \alpha$$

$$7^2 + 17^2 x^2 = 2 \cdot 13^2 \cdot 2 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha (7^2 + 17^2 x^2) = 7^2$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1+x^2}$$

$$627 \mid 3 \quad (7^2 + 17^2 x^2) / (1+x^2) = 2 \cdot 13^2 \cdot 2$$

209

$$\begin{array}{r} 910 \\ 458 \\ \hline 769 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$17^2 x^4 + (7^2 + 17^2) x^2 - 4 \cdot 13^2 + 7^2 = 0$$

$$17^2 x^4 + 338 x^2 - 627 = 0$$

$$x^2 = \frac{-338 \pm \sqrt{338^2 + 627 \cdot 17^2 \cdot 4}}{17^2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-169 \pm \sqrt{169^2 + 627 \cdot 17^2}}{17^2}$$

$$\begin{array}{r} +181203 \\ 28561 \\ \hline 209764 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4658 \\ 33 \\ \hline 169 \\ \hline +1521 \\ 1014 \\ +169 \\ \hline 28561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 172 \quad 1256 \\ +627 \\ \hline 289 \\ +5643 \\ +5016 \\ \hline 1254 \\ \hline 181203 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ 500 \\ \hline 250000 \\ 213 \\ +426 \\ +426 \\ \hline 7556 \\ +856 \\ \hline 1704 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 773 \\ 446 \\ +446 \\ \hline 2676 \\ +1706 \\ \hline 4382 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{13}$$

$$ac = 2^{13} \cdot 7^{39}$$

$$abc \geq 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$\frac{2655}{17}$$

$$x = \frac{n}{17}$$

$$ac \cdot b^2 = 2^{34} \cdot 7^{29}$$

$$ac = 2^{13} \cdot 7^{39}$$

$$289x^4 + 338 \cdot 289x^2 - 2655 = 0$$

$$(1+x^2)(7^2 + 10^2 x^2) = 4^2 \cdot 13^2$$

$$289x^4 + 338x^2 - 2655 = 0$$

$k =$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$\frac{1}{17}$$

$$\frac{9}{5} \cdot \frac{9}{75}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab}$$

$$\frac{a+b}{a+b} \cdot x$$

$$\frac{9ab}{a+b}$$

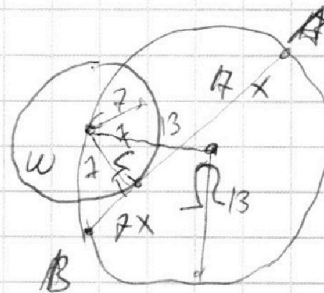
$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a+b} = d$$

$$\frac{9ab}{a+b}$$

$$\frac{9ab}{a+b}$$

W_4

$$\frac{\sqrt{3x^2 - 6x + 2}}{a} - \frac{\sqrt{3x^2 + 3x + 1}}{b} = 1 - 9x$$



$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

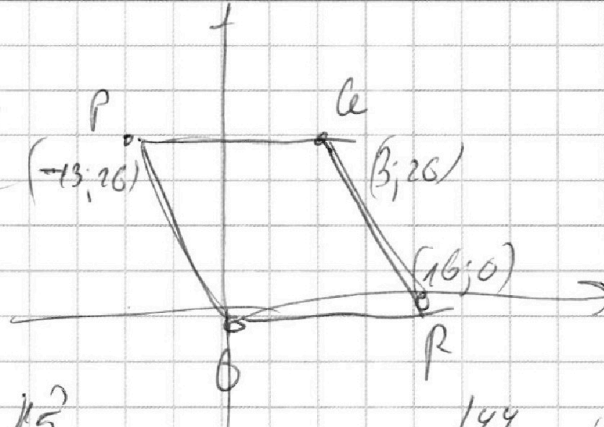


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 = y_2 - y_1 = 14$$

12
15



$$ax + y - 16 = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1) / (x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1) (x^2 + y^2 - 24y + 120) \geq 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1) (x^2 + y^2 - 24y + 120) \leq 0$$

$$ax + y - 16 = 0$$

144
-16
128
127+3
4 129
129

$$ab \circ 2^{15} 7^{11}$$

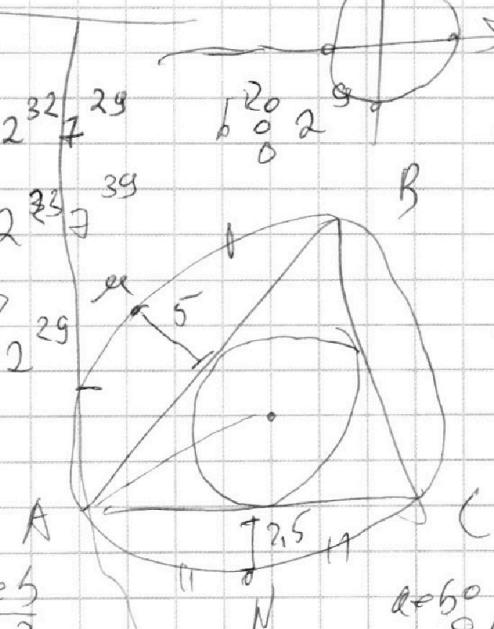
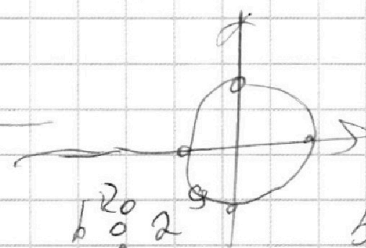
$$bc \circ 2^{17} 7^{10}$$

$$ac \circ 2^{23} 7^{34}$$

$$ab^2c \circ 2^{32} 7^{29}$$

$$ac^2 \circ 2^{23} 7^{39}$$

$$2 \sqrt{7 \cdot 39} \cdot 2^{29}$$



$$\frac{aeb}{aeh} = \frac{h}{eab} = \phi$$

$$\frac{a}{eab} = \phi$$

$$\frac{aeb}{a^2 - aeb - e^2} = \frac{a+eb}{(e+eb)^2} = \frac{1}{e+eb}$$

$$\frac{aeb}{e^2} = m$$

$$\frac{aeb}{e^2} = m$$

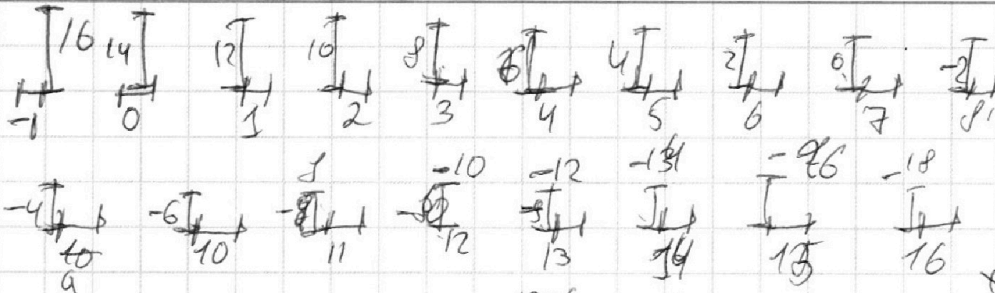
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



426

1, 19

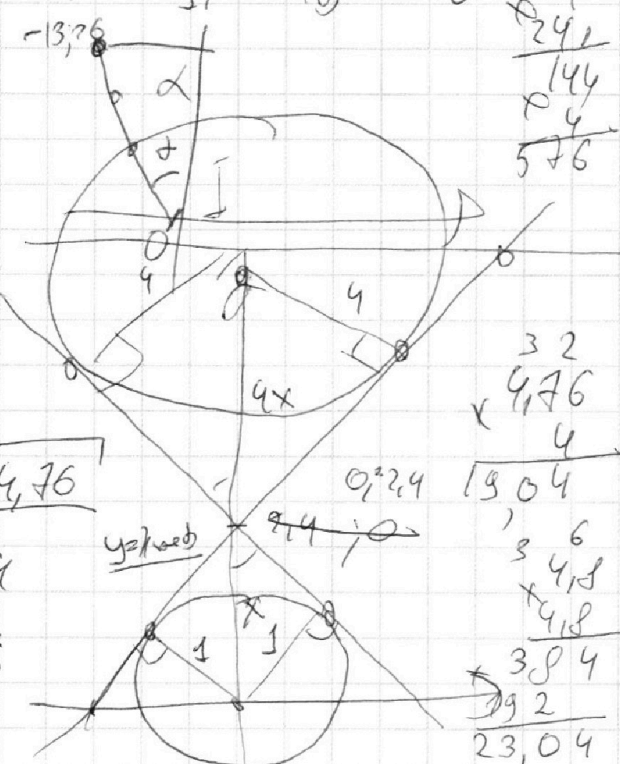
$$ax + y - 16 = 0$$

$$y = -ax + 16$$

$$\frac{1904}{16} \Big| \frac{4}{1,76}$$

$$\frac{12}{5} = 2,4$$

$x_{up} = 4,832$
 $x_{down} = 5,176$
 $23,04$
 426



$$24y^2 + x^2 = 1 \Rightarrow y = kx + 2,4$$

$$y = -ax + 16$$

$$(ax + 16)^2 + x^2 = 15,76$$

$$-ax + 16 \rightarrow (-ax + 16 - 12)^2 + x^2 = 16$$

$$\begin{cases} y = kx + 2,4 \\ x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y + 12)^2 = 46 \end{cases}$$

$$y^2 = (ax + 16)^2 = (-ax + 16)^2$$

$$ax + 16 = -ax + 16 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y = \sqrt{1 + x^2}$$

$$y = 0 = \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}}$$

$$23,04k^2 = 1904 + 19,64k^2$$

$$4k^2 = 1904$$

$$k = 4,26 \quad x^2 + k^2x^2 + 4,8kx + 5,176 = 1 \quad x(1+k^2) + 4,8kx + 4,26 = 0$$

$$D=0: \quad 4,8^2 k^2 = 404,76 + 4,426k^2$$

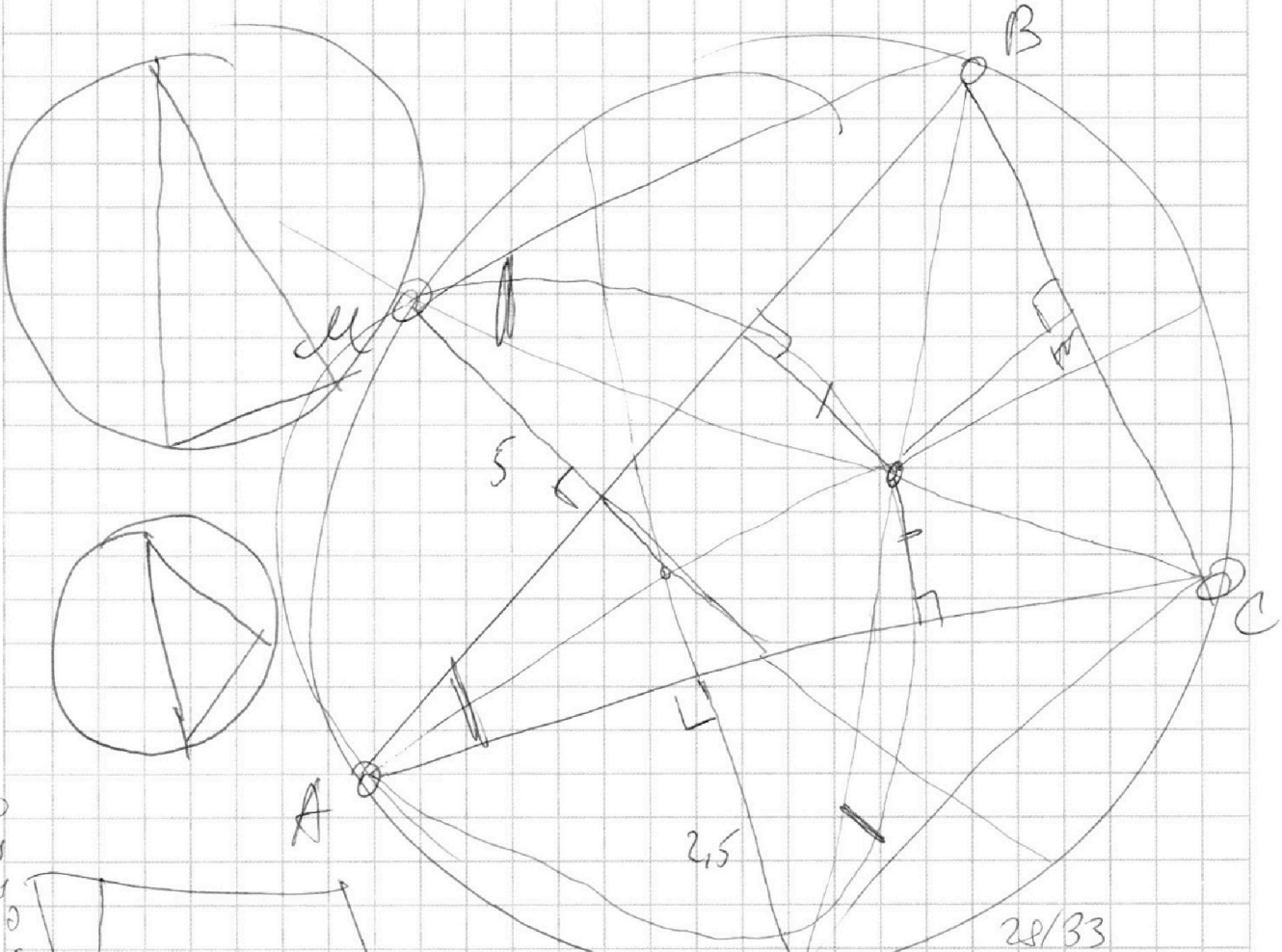
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

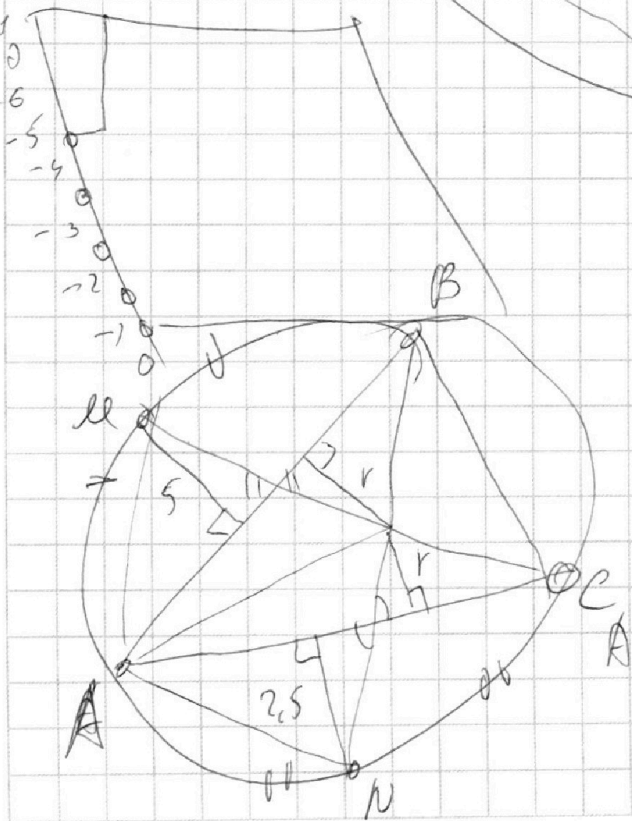
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

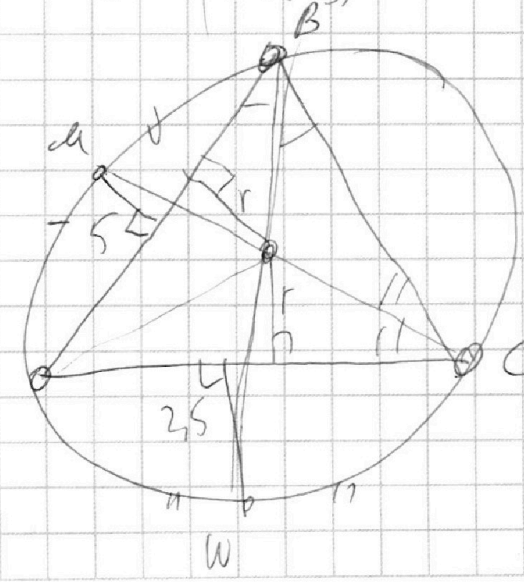
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



-10
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0



$$2x_2 - 2x_1 - y_2 - 1 = 14$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 68 \\
 + 169 \\
 \hline
 169 \\
 + 1521 \\
 \hline
 1014 \\
 \hline
 169 \\
 \hline
 28561
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times 200 \\
 \hline
 200 \\
 \hline
 90000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times 400 \\
 \hline
 400 \\
 \hline
 160000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 + 767295 \\
 + 28561 \\
 \hline
 795856
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5544 \\
 \times 2655 \\
 \hline
 289 \\
 23895 \\
 + 21240 \\
 \hline
 5310 \\
 \hline
 767295 \\
 \hline
 \times 169 \\
 \hline
 169 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 (x1 = 1 \\
 2 \times 2 = 24 \\
 3 \times 3 \rightarrow 9 \\
 4 \times 4 \rightarrow 16
 \end{array}$$

8 6

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{x1 - 169} \\
 \hline
 289
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{x602 - 338} \\
 \hline
 20289
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{x6 - 338} \\
 \hline
 289
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{x6 - 169} \quad (7) \\
 \hline
 289
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 216 \quad \begin{array}{r} 25 \\ 75 \end{array} \\
 \hline
 338 \quad 625
 \end{array}$$

$$24 \times 226$$

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 \hline
 97
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 \hline
 9 \\
 \hline
 6 \\
 \hline
 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 42 \\
 + 85 \\
 \hline
 95 \\
 + 425 \\
 \hline
 680 \\
 \hline
 7225
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times 11 \\
 850 \quad \begin{array}{r} 85 \\ 85 \end{array} \\
 + 850 \quad \begin{array}{r} 85 \\ 85 \end{array} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

50/7

$$\begin{array}{r}
 -866 \\
 -338 \\
 \hline
 528
 \end{array}$$

$$x^2 = -169 + \sqrt{169^2}$$

$$\begin{array}{r}
 289 \\
 + 625 \\
 \hline
 914
 \end{array}$$

6

$$x^2 = \frac{-169 + \sqrt{169^2 + 26550}}{289}$$

$$\begin{array}{r}
 910 \\
 859 \\
 -169 \\
 \hline
 675
 \end{array}$$

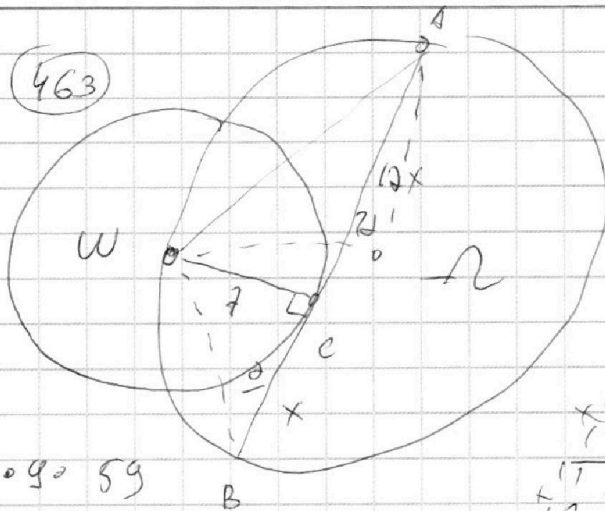
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r}
 2655 \\
 \times 21 \\
 \hline
 5310 \\
 + 2655 \\
 \hline
 55815
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 219 \\
 \times 99 \\
 \hline
 33819
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 531 \overline{) 9} \\
 \underline{45} \\
 81 \\
 \hline
 9
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 \times 17 \\
 \hline
 204
 \end{array}$$

$$7x = 69$$

$$7^2 = (7^2 + 17^2 x^2) \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\begin{array}{r}
 45 \\
 \times 169 \\
 \hline
 7605 \\
 + 1014 \\
 \hline
 169 \\
 2704 \\
 - 2704 \\
 \hline
 49 \\
 \times 2025 \\
 \hline
 2655 \\
 \times 450 \\
 \hline
 450 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$5 \cdot 9 = 59$$

$$7^2 + 17^2 x^2 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 (1 - 2 \sin^2 \alpha)$$

$$7^2 = (7^2 + 17^2 x^2) \cdot \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 \times 219 \\
 \hline
 2409 \\
 + 49 \\
 \hline
 338
 \end{array}$$

$$7^2 + 7 \cdot 17^2 x^2 = 4 \cdot 13^2 - \sin^2 \alpha$$

$$(1+x^2)(7^2 + 17^2 x^2) = 4^2 \cdot 13^2$$

$$7^2 + 7^2 x^2 + 17^2 x^4 + 17^2 x^2 = 4^2 \cdot 13^2$$

$$289 x^4 + 338 x^2 - 2655 = 0$$

$$x^2 = \frac{-338 \pm \sqrt{338^2 + 4 \cdot 2655 \cdot 289}}{2 \cdot 289}$$

$$2 \cdot 169^2 + 2^2 \cdot 17^2$$

$$\begin{array}{r}
 169 \\
 \times 169 \\
 \hline
 1521 \\
 + 1014 \\
 \hline
 28755
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 52 \\
 \times 52 \\
 \hline
 104 \\
 + 260 \\
 \hline
 2704
 \end{array}$$

$$x^2 =$$

$$-338 + 2 \sqrt{169^2 + 509 \cdot 59 \cdot 17^2}$$

$$289 \cdot 2$$

$$2704 - 49 = 2655$$

$$5 \cdot 531 = 5 \cdot 9 \cdot 59$$