



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) если y и a , b и c есть два делителя $q \neq 1$ для $\frac{a}{q} < a$ так же справедливы
($\exists a, \text{ИЧО}$)

и утверждения (по ОТА). Тогда можно считать, что кроме 2 и 7 прост. дел. y
 a, b и c нет.

2) пусть степени вхождения двоек: $d_a, d_b, d_c \in \mathbb{N}$ для a, b, c соотв.
семерки - s_a, s_b, s_c

$$\begin{cases} d_a + d_b \geq 14 \\ d_b + d_c \geq 17 \\ d_a + d_c \geq 20 \end{cases} \Rightarrow d_a + d_b + d_c \geq \frac{14 + 17 + 20}{2} = 25,5 \Leftrightarrow d_a + d_b + d_c \geq 26$$

пример для $d_a + d_b + d_c = 26$:

$$\begin{cases} d_a = 9 \\ d_b = 6 \\ d_c = 11 \end{cases}$$

3) $s_a + s_b + s_c \geq s_a + s_c = 37$

пример для $s_a + s_b + s_c = 37$:

$$\begin{cases} s_a = 20 \\ s_c = 17 \\ s_b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_a + s_b \geq 10 \\ s_b + s_c \geq 17 \\ s_a + s_c \geq 37 \end{cases}$$

таким образом, $\min abc = 2^{d_a + d_b + d_c} \cdot 7^{s_a + s_b + s_c} = 2^{26} \cdot 7^{37}$

где $a = 2^9 \cdot 7^{20}$

$b = 2^6 \cdot 7^{17}$

$c = 2^{11} \cdot 7^{17}$

Ответ: $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab} \xrightarrow[\text{несокр.}]{\text{сокращ. на } a+b} \frac{(a+b)^2-8ab}{a+b} \xrightarrow[\text{несокр.}]{\text{сокращ. на } a+b} \frac{(a+b)^2-8ab}{a+b}$$

$$\Rightarrow a+b - \frac{8ab}{a+b} \xrightarrow[\text{несокр.}]{\text{сокращ. на } a+b} \frac{8ab}{a+b}$$

$$* \left. \begin{array}{l} (a+b):m \\ 8ab:m \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} (a+b)^2:m \\ 8ab:m \end{cases} \Rightarrow (a+b)^2-8ab:m$$

т.е. $\begin{cases} (a, a+b) > 1 & \text{I} \\ (b, a+b) > 1 & \text{II} \\ (8, a+b) > 1 & \text{III} \end{cases}$

~~или~~ I, II невозм. т.к. в ~~этих~~ случаях $(a, b) > 1$, не по м. Шко

$$\left\{ \begin{array}{l} (8, a+b) > 1 \\ (a, a+b) = 1 \\ (b, a+b) = 1 \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} m = (8, a+b) > 1 \text{ т.е. } m \leq 8. \end{array} \right.$$

Пример для $m=8$: $a=7, b=1$

$$\frac{\overbrace{7+1}^{=8}}{49-6 \cdot 7+1} = \frac{8}{8} = 1 \text{ (сокращ. на } 8)$$

Ответ: $m=8$



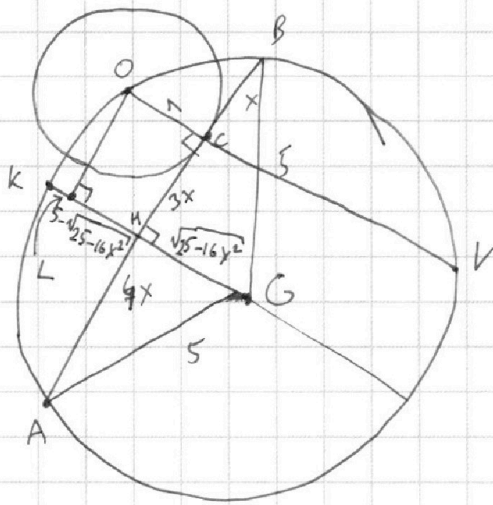
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$KL = OK - OC = 5 - \sqrt{25 - 16x^2} - 1$$

$$OV = \underbrace{2R}_{10} - 2 \cdot KL = 10 - 8 + 2\sqrt{25 - 16x^2} =$$
$$= 2 + 2\sqrt{25 - 16x^2}$$

$$\underbrace{OC}_{1} \cdot \underbrace{CV}_{OV - OC} = AC \cdot CB = 7x^2$$

$$7x^2 = 1 + 2\sqrt{25 - 16x^2} \quad ; \quad (t = x^2)$$

$$(7t - 1)^2 = 4 \cdot (25 - 16t) \quad (\Leftrightarrow) \quad 49t^2 - 14t + 1 = 100 - 64t \quad (\Leftrightarrow)$$

$$(\Leftrightarrow) \quad 49t^2 + 50t - 99 = 0 \quad (\Leftrightarrow) \quad \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{99}{49} \end{cases} \quad (t \geq 0) \quad (\Leftrightarrow) \quad t = 1 \quad (\Leftrightarrow)$$

$$(\Leftrightarrow) \quad x = 1 \quad (\text{т.к. } x \geq 0)$$

$$AB = 8x = 8$$

Ответ: $AB = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \Leftrightarrow \sqrt{t+q} - \sqrt{t} = q \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2t + q - \sqrt{t(t+q)} = q^2 \quad q = q \cdot (\sqrt{t+q} + \sqrt{t}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q=0 \\ \sqrt{t+q} + \sqrt{t} = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} q=0 \\ t=0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow q=0 \Leftrightarrow 7x=2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{7}$$

/ $t \geq 0$, тогда и $q \geq 0$, т.е. ~~не может~~ $\sqrt{t+q} + \sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t+q} = -\sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow t=q=0$ /

Ответ: $x = \frac{2}{7}$

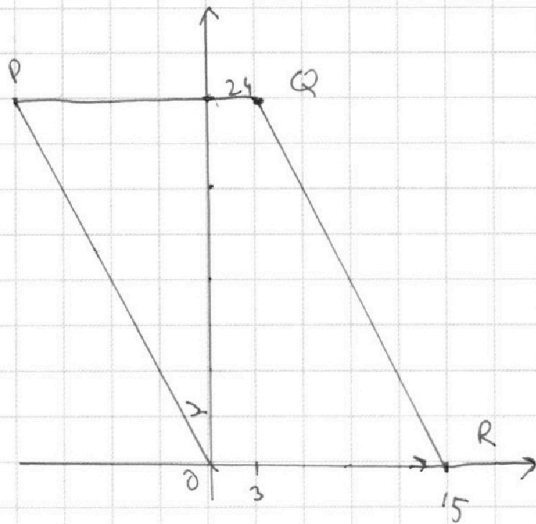
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



таких точек довольно много.

~~таких~~

$\lambda x_2, y_2$ имеют вид

$x_1 + a, y_1 + b$, где $a, b \in \mathbb{Z}$

$$2a + b = 12.$$

$$|a| \leq 27$$

$$|b| \leq 24.$$

$\forall (x_0, y_0); x \exists y$

таких точек (x, y) таких, что

$$\exists a, b: x = x_0 + a$$

$$y = y_0 + b$$

$$2a + b = 12, a, b \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

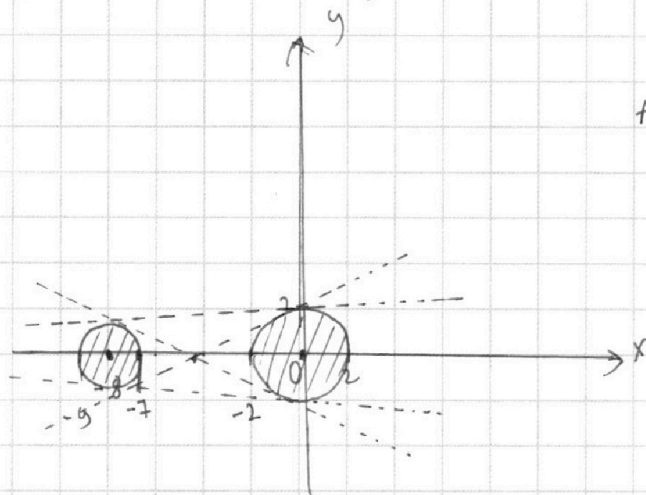
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1)
$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 & \text{— прямая} \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & \text{— 2 непересекающиеся окружности} \end{cases}$$



если обведем $x \in 1$ кругу, то найдем такую точку (x_0, y_0) :

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Которая же будет принадлежать и окружности, и прямой, т.е. является 3-м решением.

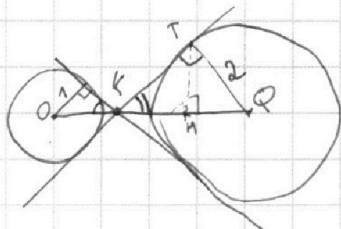
Тогда точка пересечения прямой и 1-го круга и 2-го.

т.е. прямая — общая касательная.

Тогда еще 4 такие прямые, т.е. ~~3~~ ровно 4а.

$$a = \pm \frac{1}{d} \quad (d \text{ — расстояние между центрами})$$

2)



$$\frac{OK}{KQ} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{r}{R} = \frac{1}{2}$$

$$OQ = 8, \text{ тогда } OK = \frac{8}{3}, KQ = \frac{16}{3}$$

$$\text{т.е. } KT = \sqrt{2^2 + \left(\frac{16}{3}\right)^2}, \text{ тогда } \frac{KT}{KQ} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

найти $\frac{KT}{KQ}$, т.е. ~~а~~ найти точку касания

т.е. ~~а~~ найти $\frac{KT}{KQ}$

$$|a| = \frac{KT}{KQ} = \frac{KT}{KQ} = \frac{2}{\sqrt{4 + \frac{256}{9}}}, \quad a = \pm \frac{2}{\sqrt{\frac{36 + 256}{9}}} = \pm \frac{6}{\sqrt{292}}$$

Остальные 2 знака а найдем аналогично

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

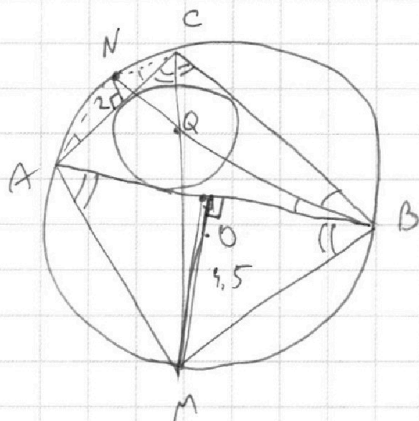
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AQ = ?$

MC — диаметр, т.е. $MC \perp$ плоскости ANQ .

аналогично BN

$MO \perp AB$, т.е. $MO \perp$ плоскости ANQ .

$MO \perp ANQ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

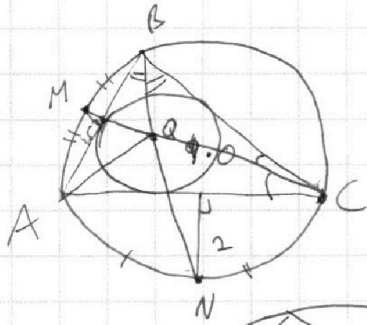


черновик

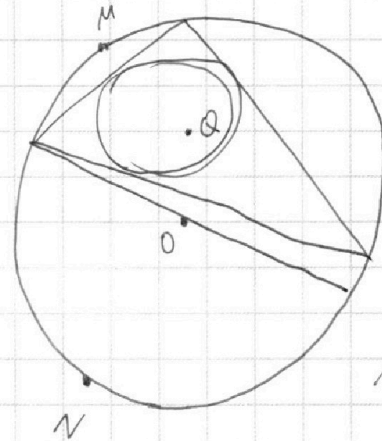
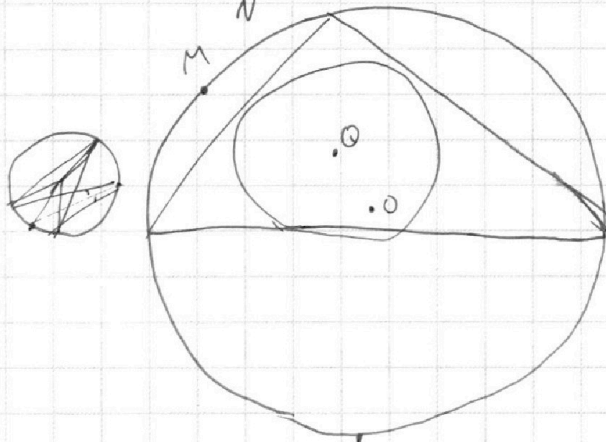
6.

~~ax-y нол~~

AQ=?

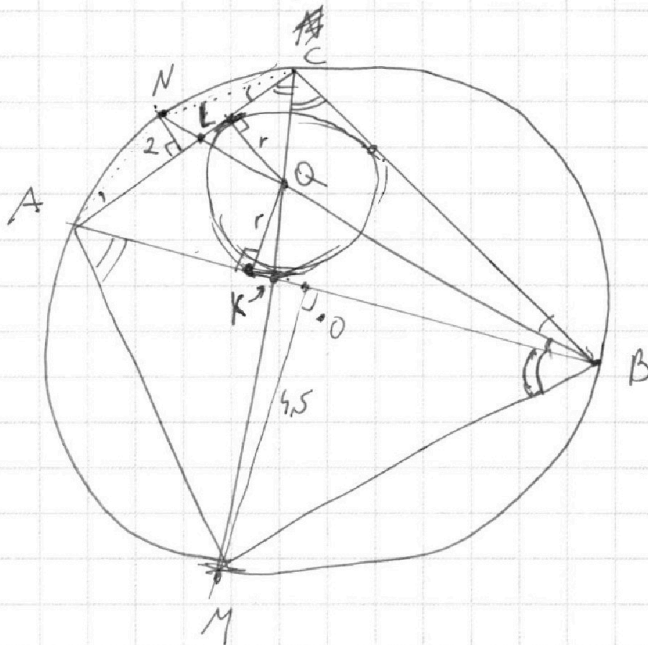


МС-диск, зумит содержит Q.
(необяз. соед O)



AQ=?

$$\frac{2r}{LQ} = \frac{LN}{LQ}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

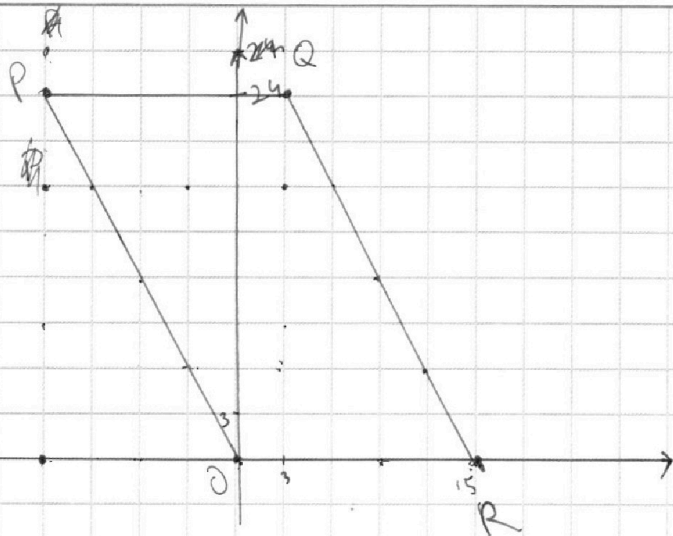
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



x_0, y_0 12, 39 - ✓

$x_0 + a, y_0 + b$

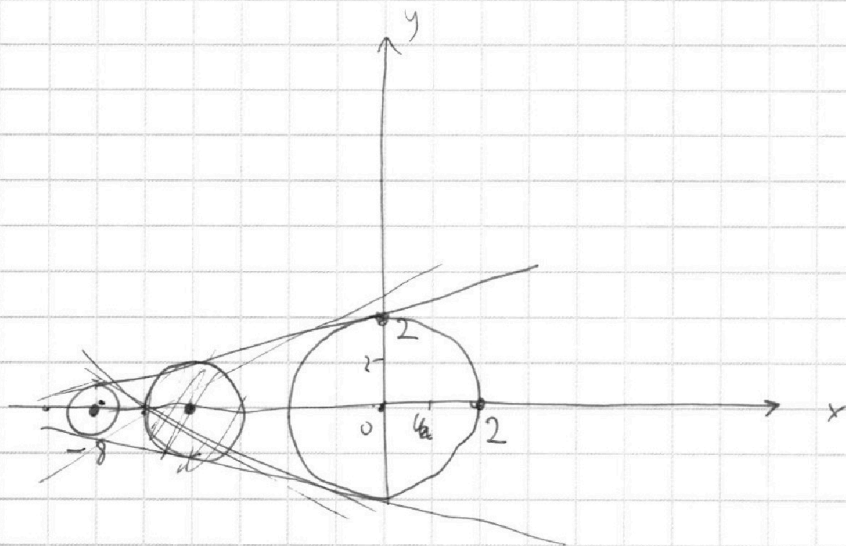
$|a| \leq 27$

$|b| \leq 24$

$2a + b = 12$

x_0, y_0

$x_1 \rightarrow a \rightarrow b$



A - прямая
B - бы три одного
по структуре 2-х
группы.
если 2 точки
прям. 1 кругу,
то

A - прямая
B - 2 круга
(не пересекающиеся)

если 2 ~~точки~~ прям-я \in 1 кругу, то найдется такая точка,

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

кот. как те лежит в кругу и \in той же прямой

тогда 1 прям-я \rightarrow в кругу
2 \rightarrow во 2-м.

т.е. касательная

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Чер

$$y = ax + 10b$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

$$x^2 + a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 4$$

tg α. $8 - \frac{8}{3} + \frac{29-8}{3} = \frac{16}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



черновик

ми

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

2) сст. вложения двойки: $d_a, d_b, d_c \in \mathbb{N}$
 $7 : s_a, s_b, s_c$

$$d_a + d_b \geq 14$$

$$d_b + d_c \geq 17$$

$$d_a + d_c \geq 20$$

$$s_a + s_b \geq 10$$

$$s_b + s_c \geq 17$$

$$s_a + s_c \geq 37$$

1) если у а есть ~~н~~ делитель q, тогда $\frac{a}{q}$ тоже простое число по ОГА.

Тогда можно считать, что $abc : 2^x 7^y$ и только, других пр. дел. нет.

$$d_a + d_b + d_c \geq ?$$

$$s_a + s_b + s_c \text{ (мин)} = ?$$

$$3) \quad d_a + d_b + d_c \geq \frac{14+17+20}{2} = \frac{51}{2} = 25,5$$

$$s_a + s_b + s_c \geq \frac{10+17+37}{2} = \frac{64}{2} = 32$$

← с. вх 7 в авс

$$d_a + d_b + d_c \geq 26$$

← с. вх 2 в авс

$$abc : 2^{14} 7^{10} 2^{17} 7^{17} 2^{20} 7^{37}$$

пример:

$$d_a = x$$

$$d_b = 14 - x$$

$$d_c = 17 - (14 - x) = 3 + x$$

$$x, 14-x, 3+x$$

$$2x + 2 = 20$$

$$d_a + d_c = 20$$

$$x + 3 + x = 20$$

$$2x = 17$$

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=17 \\ x+z=37 \end{cases}$$

$$d_a = x = 9$$

$$d_b = 14 - x = 5$$

$$d_c = 20 - 9 = 11$$

$$x+y=15$$

$$y+z=17$$

$$x+z=20$$

$$15-x+20-x=17$$

17=20

17=10

$$17-z+37-z=10$$

$$44=2z$$

$$z=22$$

$$x=...$$

$$y=...$$

$$\begin{cases} x=9 \\ y=6 \\ z=11 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

нескор.

$$(2t+q-q)^2 = t(t+q)$$

$$16 + \sqrt{25-16x^2} = 7x^2$$

$$(7x^2-16)^2 = 25-16x^2$$

$$\frac{(a+b)^2-8ab}{a+b}$$

нескор. (\Rightarrow)

$$49t^2 - 14 \cdot 16t + 16^2 = 25 - 16t$$

$$q = q \cdot (\sqrt{t+q} + \sqrt{t})$$

$$\Rightarrow a+b - \left(\frac{8ab}{a+b}\right) - a-b = (a-b)(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

~~16 + \sqrt{25-16x^2}~~

$$49t^2 - 13 \cdot 16t = 25 - 256 = -231$$

$$49t^2 - 13 \cdot 16t + 231 = 0$$

$$t = \frac{13 \cdot 16 \pm \sqrt{(13 \cdot 16)^2 - 4 \cdot 49 \cdot 231}}{2 \cdot 49}$$

нескор.

$$\begin{aligned} (a+b):m &\Rightarrow (a+b)^2:m \\ 8ab:m & \\ \Rightarrow (a+b)^2-8ab:m \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{t-7x+2}{q}} - \sqrt{t} = \frac{2-7x}{q}$$

т.е. либо $(a, a+b) > 1$ А

$(b, a+b) > 1$ Б

$(8, a+b) > 1$ В

$$\begin{aligned} \sqrt{t+q} - \sqrt{t} &= q \\ 2t+q - \sqrt{t(t+q)} &= q^2 \\ 4t^2 &= t(q+t) \\ 3t &= tq \\ t=0 & \\ 3t &= q \quad (\Rightarrow) \end{aligned}$$

$[A \cap B] (\Rightarrow) \emptyset$, т.к. $a, b > 1$.

$$m = (8, a+b) > 1 \quad // \quad m \leq 8 //$$

$a+b : 2$ или 4 или 8 .

тогда например $a=7$

$$a=7, b=1$$

$$b=1, a+b=8$$

работает.

$$\frac{81-8 \cdot 8}{64} = \frac{9}{16}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

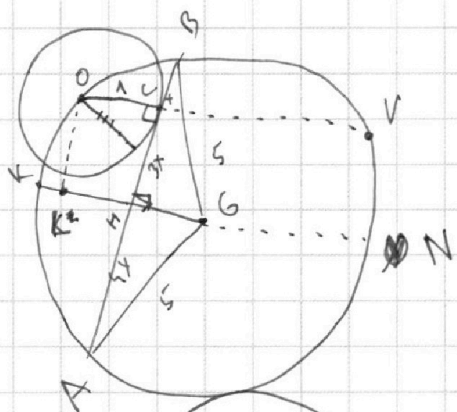
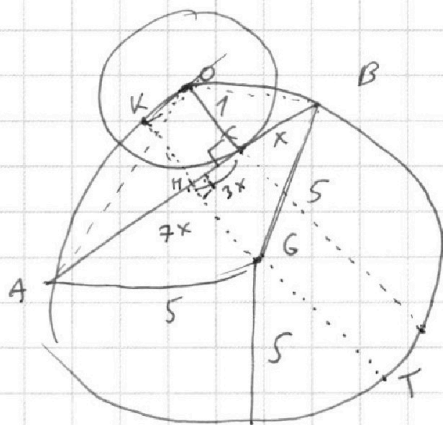
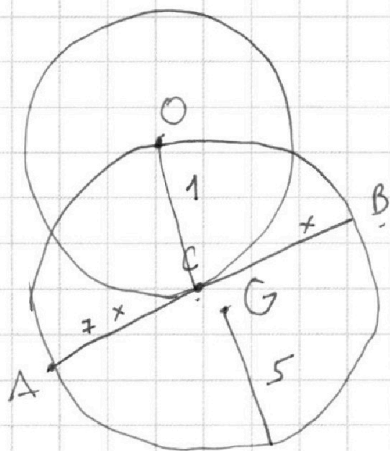


МФТИ

$OC \cdot CV = AC \cdot CB$

~~$OC \cdot CV$~~ $= 1 \cdot (16 + \sqrt{25 - 16x^2}) = 7x \cdot x$

$8x = ?$



$AO = \sqrt{1 + 49x^2}$ $OB = \sqrt{1 + x^2}$

$\triangle GBF \sim \triangle BAH$ $BH = AH = 4x$

$GM = \sqrt{25 - 16x^2}$

$MK = 5 - \sqrt{25 - 16x^2}$

$\frac{3x}{MK - OC} = \frac{3x}{5 - \sqrt{25 - 16x^2}}$

~~GA~~

$KM \cdot MT = AM \cdot MB = 16x^2$

~~$(5 - \sqrt{25 - 16x^2}) \cdot (\sqrt{25 - 16x^2} + 5)$~~

$KM = 5 - \sqrt{25 - 16x^2}$

$KL = KM - 1 = 4 - \sqrt{25 - 16x^2}$

$OV = 25 - 2 \cdot KL = 25 - 8 + \sqrt{25 - 16x^2} = 17 + \sqrt{25 - 16x^2}$

10

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1

$$+2s_B + s_A + s_C \geq 37 + 2s_B$$

$$s_A + s_C \geq 37$$

$$\begin{cases} s_A + s_C \geq 15 \\ s_B + s_C \geq 17 + 5 = 22 \end{cases}$$

$$s_A + s_B + s_C \text{ min.}$$

$$s_A + s_C = 37$$

$$s_A + s_B + s_B + s_C \geq 37 + 2s_B$$

$$(37 - s_A) + s_B \geq 17$$

$$10 + 17 \geq 16$$

$$(37 - s_C) + s_B \geq 10$$

$$s_A = 15$$

$$s_C = 22$$

$$s_B = -5$$

$$\begin{cases} s_A - s_B \leq 20 \\ s_C - s_B \leq 17 \end{cases}$$

$$37 + 2s_B \geq 17$$

$$\underbrace{s_A + s_C}_{\substack{\vee \\ 37}} + \underbrace{s_B}_{\substack{\vee \\ 0}} \geq 37$$

$$\begin{cases} s_A = 20 \\ s_C = 17 \\ s_B = 0 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 2^9 & \cdot & 7^{20} \\ 2^6 & & 7^{17} \\ 2^{11} & & 1 \end{matrix}$$

Ответ:

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



15.

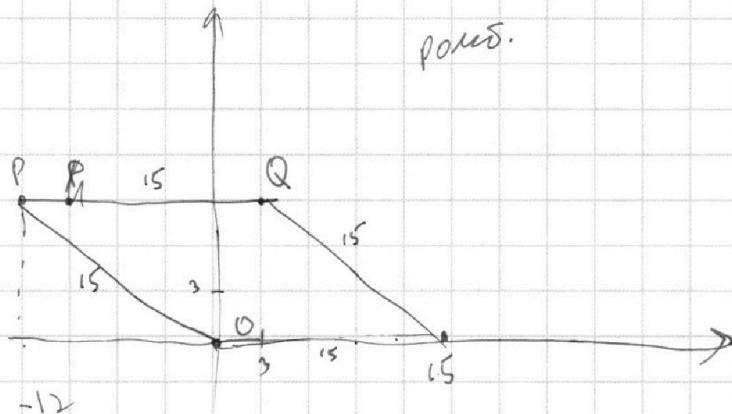
$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

ка обложке

$$2x_2 + y_2 = 12 + (2x_1 + y_1)$$

$$\frac{2(x_2 - x_1)}{y_1 - y_2 + 12} = 1$$

полуб.



~~2x_2~~

$$2x_0 - 2x_0 + y_0 - y_0 = 12$$

$$2x + y = 12 + 2x_0 + y_0 =$$

$$= 2(x_0 + 4) + (y_0 + 4)$$

$$2(x+a) + (y+b)$$

мож. x_2, y_2 зумити як x_1+a, y_1+b ,
тут $a, b \in \mathbb{Z}$ и $a+b=12$

$$2(x+1) + y$$

$$2x + (y+12)$$

$$2(x+1) + (y+10)$$

$$2(x+2) + (y+8)$$

$$2(x+3) + (y+6)$$

$$2(x+4) + (y+4)$$

$$2(x+5) + (y+2)$$

$$2(x+6) + y$$

$$a, b \in \mathbb{Z}, a+b=12.$$

$$a \neq 0, b \neq 0$$

$$a \neq 12, b \neq 0$$

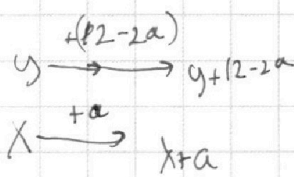
$$a \neq 0, b \neq 12$$

$$a \neq 12, b \neq 12$$

$$a \neq b$$

при этом $x_1, y_1, 0 \leq y_1, y_2 \leq 9$

$$-12 \leq x_1, x_2 \leq 15$$



$$-9 \leq b \leq 9$$

$$-27 \leq a \leq 27$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

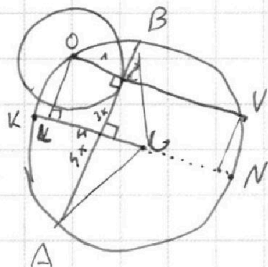


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1, 2, 3, 4.

3



$$OV = d - 2 \cdot \underbrace{(KN-1)}_{KL} = 28 - 2(4 - \sqrt{25-16x^2})$$

$$OV = 2 + 2\sqrt{25-16x^2}$$

$$(t-1)(49t+99)$$

$$OC \cdot CV = AC \cdot CB = 7x^2$$

$$1 \cdot (1 + 2\sqrt{25-16x^2}) = 7x^2$$

$$OV - OC = CV - 1$$

$$t = x^2$$

$$7x^2 + 1 = 2 \cdot \sqrt{25-16x^2} \Leftrightarrow (7t+1)^2 = 4 \cdot (25-16t) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 49t^2 + 14t + 1 = 100 - 64t \Leftrightarrow 49t^2 + 78t - 99 = 0$$

$$t = \frac{-78 \pm \sqrt{78^2 + 4 \cdot 99 \cdot 49}}{98} \quad (t \geq 0)$$

$$x = \sqrt{\frac{-78 + \sqrt{78^2 + 19904}}{98}}$$

Геометрия

$$\begin{array}{r} 56 \\ 78 \\ \times 78 \\ \hline 624 \\ 546 \\ \hline 6084 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ 49 \\ \hline 99 \\ 49 \\ \hline 396 \\ 396 \\ \hline 792 \\ 3564 \\ 1584 \\ \hline 19404 \end{array}$$