



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим за $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ - степени входящие
в шара a, b, c соответственно. За
 $\alpha_7, \beta_7, \gamma_7$ - степени входящие в
 a, b, c соответственно. Тогда т.к.

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \quad bc : 2^{17} \cdot 7^{18}, \quad ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \text{ и } a, b, c \neq 0$$

$$\begin{cases} \alpha_2 + \beta_2 \geq 15 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 17 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 23 \end{cases} \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq \frac{55}{2} \text{ т.к.}$$

$$\alpha_2, \beta_2, \gamma_2 \geq 0 \text{ и } \in \mathbb{Z}, \text{ то}$$
$$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 28$$

$$\begin{cases} \alpha_7 + \beta_7 \geq 11 \\ \beta_7 + \gamma_7 \geq 18 \\ \alpha_7 + \gamma_7 \geq 39 \end{cases} \Rightarrow \alpha_7 + \beta_7 + \gamma_7 \geq 34 \text{ т.к.}$$

$$\alpha_7, \beta_7, \gamma_7 \geq 0, \text{ то}$$

$$\alpha_7 + \beta_7 + \gamma_7 \geq 39$$

$$\alpha_7 + \beta_7 + \gamma_7 \geq 39,$$

$$\text{Тогда } abc : 2^{\alpha_7 + \beta_7 + \gamma_7} \cdot 2^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2}$$

$$\text{т.к. } \alpha_7 + \beta_7 + \gamma_7 \geq 39 \text{ и } \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 28 \Rightarrow$$

$$abc : 2^{28} \cdot 7^{39}$$

и 2 и 7 взаимнопросты

Тогда т.к. $a, b, c \neq 0$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$)

$$abc \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$$

Покажем, что $\exists a, b, c$ такие что $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

а выполним условие:

$$b = 2^5 \quad a = 2^{10} \cdot 7^{11} \quad c = 2^{13} \cdot 7^{28}$$

Легко видеть, что
условие выполнено и $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

$$\text{Ответ: } 2^{28} \cdot 7^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим НОД чисел x и y за $a(x; y)$.

Тогда т.к. $\frac{a}{b}$ несократима и $\begin{cases} a \in \mathbb{N} \\ b \in \mathbb{N} \end{cases}$, то

$(a; b) = 1$ (взаимнопростота).

$$\text{Перепишем } \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

Ясно, что наибольшее число на которое ~~мы~~
можно сократить дробь это $(a+b; (a+b)^2-9ab)$

$$= m. \text{ Тогда } \begin{cases} a+b \equiv m \\ (a+b)^2-9ab \equiv m \end{cases} \Rightarrow$$

$$9ab \equiv m \text{ т.к. } a+b \equiv m \Rightarrow (a+b)^2 \equiv m.$$

Но $a+b$ взаимнопросто с a и b т.к.
 $(a; b) = 1$. Т.е. $(a+b; ab) = 1$, но

$$9ab \equiv m \Rightarrow 9 \equiv m. \text{ Тогда } 9 \geq m.$$

Приведём пример когда можно сократить
на 9 (т.е. достигается \ominus):

$a=5$
 $b=4$. Тогда $(a; b) = 1$ - выполняются
условия несократимости $\frac{a}{b}$ и

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{9}{81-9 \cdot 20} = \frac{1}{9-20} = -\frac{1}{13} \text{ - несократима}$$

Итак, 9 -то достигается \Rightarrow
наибольшее $m = 9$.

Ответ: 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда число пар $(a_i; b_i)$ будет равно количеству способов представить $a_i = 2x_2 + y_2$ для $y_2 \in \mathbb{Z}, y_2 \geq 0$ и $x_2 \in \mathbb{Z}, x_2 \geq -13$ и $b_i = 2x_1 + y_1$ $x_1 \in \mathbb{Z}$ и $y_1 \in \mathbb{Z}, y_1 \geq 0$

~~А именно представить~~

a_i и b_i можно представить числом способом только целых (\cdot) решений на прямой $-2x = y$ при $x, y \in \mathbb{Z}$

(для каждого целочисленного i они получают ответ на 1 и их число не меняется)

Их ~~14~~. Тогда ~~общее~~ число пар $(a_i; b_i)$ будет равно $\frac{14 \cdot 14}{2} = 98$

Тогда общее число пар будет равно $98 \cdot 21 = 2058$. Ответ: 2058.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Запишем уравнение
прямой PO по $(\cdot) P$ и O
и прямой QR по $(\cdot) Q$ и R .

Получим:

$$PO: -2x = y$$

$$QR: -2x + 34 = y$$

$$PQ: y = 26$$

$$OR: y = 0$$

Если $(\cdot) (x_0; y_0)$ лежит внутри $POQR$,
то её координаты удовлетворяют:

$$\begin{cases} y_0 \geq -2x_0 \\ y_0 \leq -2x_0 + 34 \\ y_0 \leq 26 \\ y_0 \geq 0 \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} 2x_0 + y_0 \geq 0 \\ 2x_0 + y_0 \leq 34 \\ y_0 \leq 26 \\ y_0 \geq 0 \end{cases}$$

Тогда если A и B — целочисленная пара (\cdot) , то

$$\begin{cases} 2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 14 \\ 34 \geq 2x_2 + y_2 \geq 0 \\ 34 \geq 2x_1 + y_1 \geq 0 \end{cases}$$

$a = 2x_1 + y_1$, $b = 2x_2 + y_2$ Тогда
нам подойдут пары для которых $(a; b)$:

$(0; 14)$, $(4; 15)$ --- $(20; 34)$ и $x \geq 21$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0$$

~~Рассмотрим~~ Рассмотрим окружности

$$x^2 + y^2 = 1 \text{ и } x^2 + (y-12)^2 = 16$$

и прямую $y = 8b - ax$

Система будет иметь
ровно 2 решения для
каждого b если

прямая $y = 8b - ax$

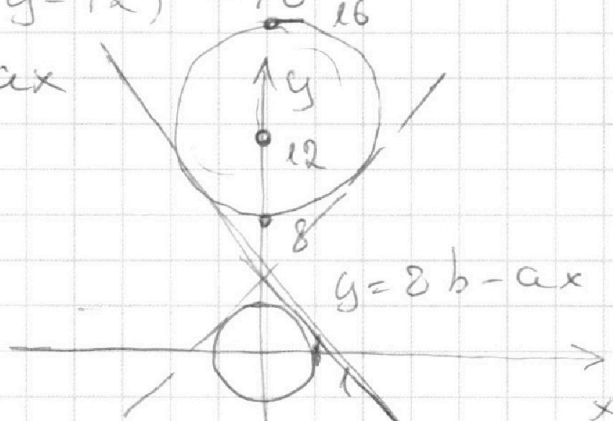
будет касательной к каждой из окружностей.

~~Или будет~~

И т.к. прямая $y = 8b - ax$ ~~не~~ отнимается

только в единственном месте она \parallel

касательным на рисунке.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Центр внешней окружности Ω
 CO - точка пересечения
 биссектрис. Тогда
 BI и CI и AI -
 биссектрисы $\triangle ABC$.
 Т.к. $(-)$ N и M -
 середины дуг
 меньшей дуги
 вершин B и C , то
 они также лежат на
 соответствующих биссектрисах. Т.к. Тогда
 ABN и ACN вписаны в Ω и AN - диаметр по
 лемме о Трисубсе $AN = IN = NC$ и $BM = MI =$
 MA . Обозначим $\beta = \frac{1}{2} \angle ABC$ и $\alpha = \frac{1}{2} \angle BCA$
 Тогда т.к. $ABCN$ вписаны в Ω , то
 $\angle ACN = \beta = \angle CAN$ (радиус $\triangle ANC$). Аналогично
 $\angle AMB = \alpha = \angle MBA$.
 $CN = \frac{5}{\sin \beta}$ (т.к. $\triangle CHN$ - прямоугольный) \Rightarrow
 $AN = NI = NC = \frac{5}{\sin \beta}$. Аналогично
 $BM = MI = MA = \frac{2.5}{\sin \alpha}$. Тогда, если
 $x = AI$, то у равнобедренного $\triangle ANI$
 $x = 2 \sin \alpha \cdot \frac{5}{\sin \beta}$. А у $\triangle AMI$ $x = 2 \sin \beta \cdot \frac{2.5}{\sin \alpha}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $10 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 5 \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \sin^2 \beta$
 $\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sin \beta}{\sqrt{2}}$

~~$AI = \frac{5}{\sin \beta \cos \alpha}$~~ Тогда $AN = \frac{5}{\sin \beta \cos \alpha}$, а

~~$AM = \frac{5}{\sin \alpha} \Rightarrow AN = \frac{AM}{\sqrt{2}}$~~

Тогда $x = 10 \frac{\sin \alpha}{\sqrt{2} \sin \alpha} = \frac{10}{\sqrt{2}} \Rightarrow AI = \frac{10}{\sqrt{2}}$

Ответ: $\frac{10}{\sqrt{2}}$



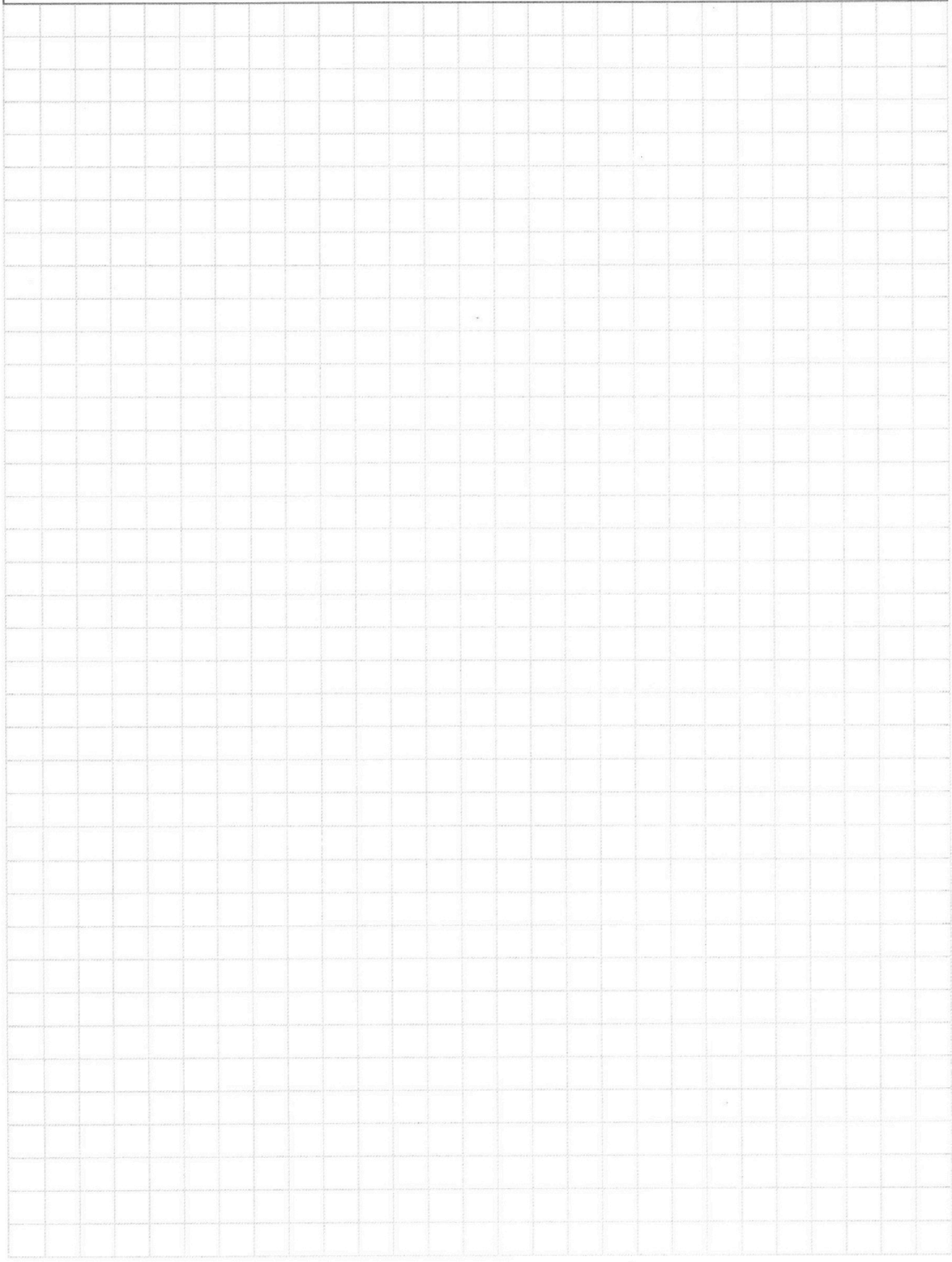
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases}
 y_1 \geq -2x_1 & 2x_1 + y_1 \geq 0 & 3 \geq y_1 \geq 0 \\
 y_1 \leq -2x_1 + 34 & 2x_1 + y_1 \leq 34 & 3 \geq y_2 \geq 0 \\
 y_2 \geq -2x_2 & 2x_2 + y_2 \geq 0 & 16 \geq x \geq 0 \\
 y_2 \leq -2x_2 + 34 & 2x_2 + y_2 \leq 34
 \end{cases}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 14$$

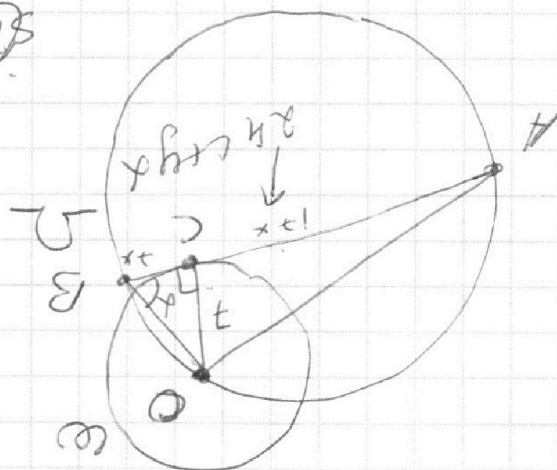
$$\begin{cases}
 34 \geq a \geq 0 \\
 34 \geq b \geq 0
 \end{cases}
 \quad
 \begin{cases}
 a - b = 14 \\
 4 \rightarrow 14 \\
 1 \rightarrow 15 \\
 2 \rightarrow 18 \\
 3 \rightarrow 21
 \end{cases}
 \quad
 \begin{cases}
 y = -2x + 34 \\
 y = 2x
 \end{cases}$$

$\sin \angle AOB = \frac{AB}{2R}$
 where $S = 7 \cdot 12 \operatorname{ctg} \alpha$
 $AB = 24 \operatorname{ctg} \alpha$
 $R = \frac{24 \operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha}$

$$\begin{cases}
 ax + by - 17 = 0 \\
 (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-21)^2) \leq 0
 \end{cases}$$

$\sin \angle AOB = \frac{AB}{2R}$
 $17x = \sqrt{AO^2 - 49}$

$AO = 16 \sin \alpha$
 $BC = 7 \operatorname{ctg} \alpha$
 $AC = 17 \operatorname{ctg} \alpha$



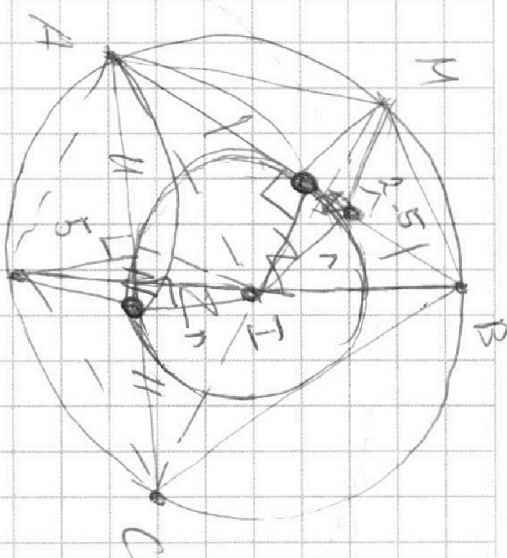
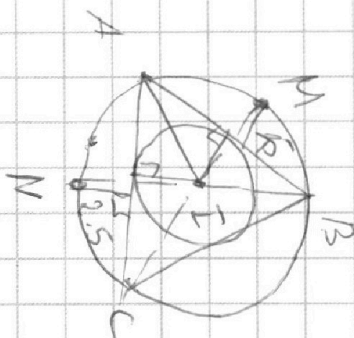
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x = \frac{676}{289} \quad x = \sqrt{\left(\frac{2.5}{\sin \varphi}\right)^2 - 2.5^2}$$

$$\frac{2.5 \cos \varphi}{\sin \varphi}$$

$$2.5 \cot \varphi \left(\frac{2.5}{\sin \varphi}\right)^2$$

$$2x + y = 8$$

два корня y один не подходит $2-x$ равен

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-2)^2 - 16) \leq 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + (y-2)^2 - 16 \leq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{y} \leq 1 \rightarrow x^2 + (y-2)^2 - 16 > 0 \rightarrow 0 \text{ не берем}$$

$$|y| \leq 4 \rightarrow$$

$$\sqrt{4} \leq y \leq 8$$

$$y = 8 - 2x$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [4; 8]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x \quad x_2 = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3(x^2 - 2x + 1)} - 1 = 3(x-1)^2 - 1$$

$$3(x^2 - 2x + 1)$$

$$D = 36 - 24 = 12$$

$$x_1 = \frac{6 + \sqrt{12}}{6} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$a = 3x^2 - 6x + 2$$

$$b = 3x^2 + 3x + 1$$

$$x_0 = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$y_0 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 1$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = 1 - \frac{3}{4}$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1) = 0$$

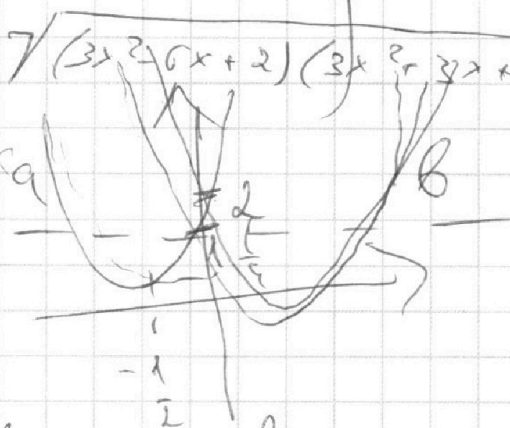
$$\sqrt{a} = \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \quad \text{или} \quad a + b + 2\sqrt{ab} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$$

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{9x^4 - 18x^3}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$



$$9x = 1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$D = 240^2 + 289 \cdot 26^2 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 240^2 \\ 195364 \\ \hline 65 \\ \times 676 \\ \hline 289 \\ \hline 6084 \\ 5408 \\ \hline 1352 \\ \hline 195364 \end{array}$$

$$\frac{D}{4} = 120^2 + 289 \cdot 26^2 = 120^2 + 289 \cdot 676$$

$$\begin{array}{r} 120^2 \\ + 195364 \\ \hline 209764 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26^2 \cdot \frac{120}{13} = \frac{239}{26} \\ \hline 98 \\ \times 21 \\ \hline 2058 \\ 196 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$(a; b) = 1$
 2)

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$$(a+b; a^2-7ab+b^2)$$

$$(a+b; (a+b)^2-9ab)$$

$d \leq g$, то a и b или b
 тогда $d = g$

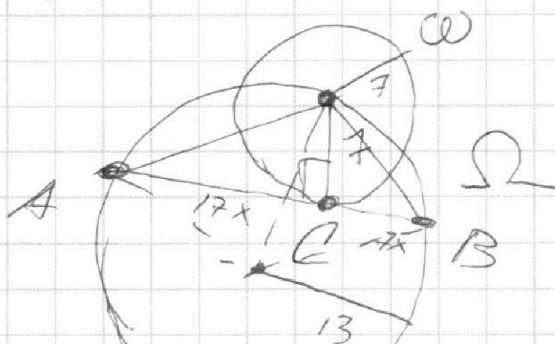
$$\underline{d \leq g}$$

$a = 5$
 $b = 4$

составим

$(g; 81 - 9 \cdot 5 \cdot 4) = (g; g)$
 $17 \cos x$

3)

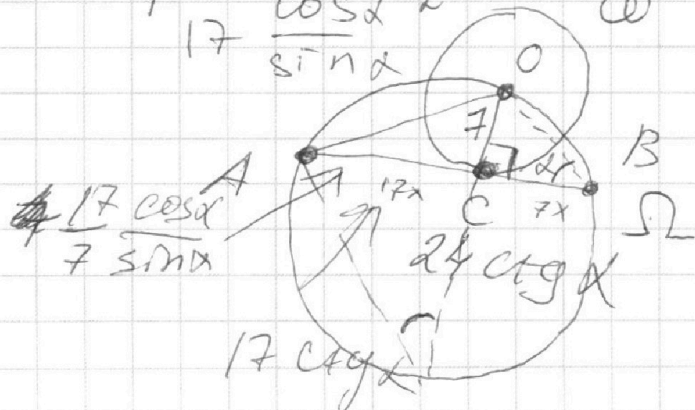


$$\frac{17}{7} = \frac{7 \cos x}{7 \sin x} = \frac{7 \cos x}{26 \sin x}$$

$$13 = \frac{AO}{2 \sin x}$$

$$AO = 26 \sin x$$

$$CB = 7x = 7 \operatorname{ctg} x = \frac{7 \cos x}{\sin x}$$



$$17 \operatorname{ctg} x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}, \quad bc : 2^{17} \cdot 7^{18}, \quad ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

1 2 входит в a в степени α_2

в b в степени β_2

f_2

7 - α_7, β_7, f_7

$$\alpha_2 + \beta_2 \geq 15$$

$$\alpha_7 + \beta_7 \geq 11$$

$$\beta_2 + f_2 \geq 17$$

$$\beta_2 + \alpha_2 \geq 23$$

$$\alpha_7 + \beta_7 + f_7 \geq 18$$

$$\alpha_7 + \beta_7 + f_7 \geq 39$$

Тогда $\alpha_2 + \beta_2 + f_2 \geq \frac{55}{2}$

т.е. $\alpha_2, \beta_2, f_2 \geq 28$

$$\alpha_2, \beta_2, f_2 \geq 0$$

то $\alpha_2 + \beta_2 + f_2 \geq 28$

Аналогично

$$\alpha_7 + \beta_7 + f_7 \geq \frac{68}{2} = 34$$

Тогда $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34}$

Пример

$$\alpha_2 + \beta_2 + f_2 = 28$$

$$\alpha_2 + \beta_2 = 15$$

$$f_2 = 13$$

$$\alpha_2 + f_2 = 23$$

$$\beta_2 = 5$$

$$\alpha_2 = 10$$

$$\alpha_7 + \beta_7 + f_7 = 34$$

$$\alpha_7 + \beta_7 = 11$$

$$f_7 = 23$$

$$\beta_7 = 0$$

$$\alpha_7 + 13 + f_7 \geq 39$$

$$\alpha_7 = 11$$

$$f_7 = 28$$

$$\beta_7 = 0$$

$$b = 2^5$$

$$a = 2^{10} \cdot 7^{11}$$

$$c = 2^{23} \cdot 7^{28}$$

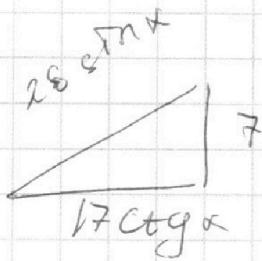
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = \frac{AD}{\sin \alpha} \quad AD = 26 \sin \alpha$$

$$26^2 \sin^2 \alpha = 49 + 2 \cdot 17 \cdot 7 \cdot \cot^2 \alpha$$

$$26^2 \sin^2 \alpha = 49 + 289 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$26^2 \sin^2 \alpha = 49 + 289 \cdot \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$26^2 \sin^4 \alpha = 49 \sin^2 \alpha + 289(1 - \sin^2 \alpha)$$

$$26^2 x^2 - 49x - 289 = 0$$

$$7x = \frac{7 \cot \alpha}{1} \quad x = \cot \alpha$$

$$26^2 x^2 - 49x - 289 + 289x = 0$$

$$26^2 x^2 + 240x - 289 = 0 \quad 120^2 + 26^2 \cdot 29$$

~~26^2 x^2 - 49x - 289 = 0~~

$$\begin{array}{r} 240 \\ \times 240 \\ \hline 960 \\ 480 \\ \hline 57600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \\ \times 29 \\ \hline 6084 \\ 1352 \\ \hline 19604 \end{array}$$

$$\frac{2}{4} = \begin{array}{r} 120 \\ \times 120 \\ \hline 000 \\ 240 \\ \hline 14400 \\ + 19604 \\ \hline 34004 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times 91 \\ \hline 91 \\ 819 \\ \hline 8281 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34004 \mid 2 \\ 2 \\ \hline 14 \\ -14 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17002 \mid 2 \\ 2 \\ \hline 34004 \end{array}$$

$$80 - 80 = 6400$$

$$90 - 90 = 8100$$

$$97 \cdot 97$$

$$\begin{array}{r} 97 \\ \times 97 \\ \hline 679 \\ 873 \\ \hline 9409 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$26x^2 - 240x - 289 = 0$$

$$17x = 7 \cdot \text{сторона} \frac{240}{26} \quad \frac{289}{26} \quad (1)$$

$$x = \text{сторона} \quad a + b = \frac{240}{26}$$

$$ab = \frac{289}{26}$$

$$26a + 26b = 240$$

$$26ab = 289$$

$$a = \frac{240 - 26b}{26}$$

$$(240 - 26b)b = 289$$

$$26b^2 - 240b + 289 = 0$$

$$13b^2 - 120b + 144.5 = 0$$

$$D = 14400 - 6240 = 8160$$

$$D = 5 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 5 - 55$$

$$\sqrt{D} = 8.5\sqrt{11} = 40\sqrt{11}$$

$$b = \frac{120 \pm 40\sqrt{11}}{2 \cdot 13} =$$

$$= \frac{30 \pm 10\sqrt{11}}{13} =$$

$$= \frac{10}{13} (3 \pm \sqrt{11})$$

$$a = \frac{240 - 20(3 + \sqrt{11})}{26}$$

$$= \frac{120 - 10(3 + \sqrt{11})}{13} = \frac{10}{13} (12 - 3 - \sqrt{11}) = \frac{10}{13} (9 - \sqrt{11})$$

