



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Заметим, что т.к. $ab : 2^{14} 7^{10}$, $bc : 2^{17} 7^{17}$, $ac : 2^{20} 7^{37}$, то
 $ab =$ минимум $2^{14} 7^{10}$, $bc =$ минимум $2^{17} 7^{17}$, $ac =$ минимум $2^{20} 7^{37}$.

Тогда $ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 =$ минимум $2^{(14+17+20)} 7^{(10+17+37)} = 2^{51} 7^{64}$

Однако заметим, что т.к. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат abc , степени простых делителей должны быть четными. Значит 2 входит не в 51 степень, а в 52. При этом в abc минимум должно входить 7^{37} , так как $abc : ac$.

Значит, abc минимум $= 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример:

$$a = 2^9 \cdot 7^{10}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{27}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{27}$$

$$ac = 2^{21} \cdot 7^{37}$$

Получаем

Ответ: $2^{26} 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

Если $a+b : m$, то и $8ab : m$. Нужно найти макс. m

m не имеет общих делителей с a или b , иначе $a+b : m$, т.е. второе число делится на делитель первого (т.е. если m и a делятся на некоторое p , то $a+b : m$, то есть $: p$. Значит $b : p$, т.к. $a : p$, чего не может быть по условию)

$8ab : m$. При этом ab и m не имеют общих делителей, а значит $8 : m$.

Из это следует, что максимальное $m = 8$.

Пример: $a = 1$ $b = 7$

$$\frac{1+7}{1^2-6 \cdot 1 \cdot 7+49} = \frac{1+7}{1-42+49} = \frac{1+7}{1+7} = \frac{8}{8} \text{ можно сократить на } 8.$$

Ответ: $m = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

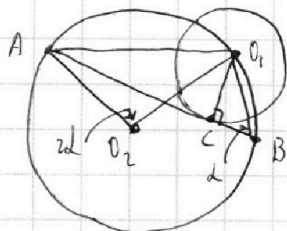
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3)



Обозначим CB за x , тогда $AC = 7x$.
 $\angle O_1CB = 90^\circ$, $O_1B^2 = x^2 + 1^2$ (т.к. это касательные)
 $AO_1^2 = 49x^2 + 1$ (аналогично)
 Допустим, $\angle ABO_1 = \alpha$, тогда $\angle AO_2O_1 = 2\alpha$,
 т.к. от центра

Заменим т. косинусов где $\triangle AO_1O_2$.

$$5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos 2\alpha = 49x^2 + 1$$

$$\frac{50 - 49x^2 - 1}{50} = \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{O_1C}{O_1B} \right)^2 = 1 - 2 \cdot \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{50 - 49x^2 - 1}{50} = 1 - \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$1 - \frac{49x^2 + 1}{50} = 1 - \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$\frac{49x^2 + 1}{50} = \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \quad \text{Очевидно в это уравнение подходят } x = 1 \text{ и } x = -1$$

$$(x+1)(x-1)(49x^2 + 99) = 0 \quad 49x^2 + 99 \text{ всегда } > 0, \text{ нет корней}$$

$$x = -1 \text{ не подх, т.к. } < 0.$$

$$x = 1$$

Ответ: $AB = 8$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим, что $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$ и $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$, иначе под корнем отрицательное.
Давайте поймем, при каких x это выполняемо.

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \quad D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1 \quad \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{3}{2} \quad (2x - 3)(x - 1) \geq 0$$

$$x \in (-\infty, 1] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$ всегда, т.к. $D < 0$ ($4 - 8$) и коэфф-т при старшем члене > 0 .

Теперь возведем обе стороны равенства в квадрат.

$$\underbrace{2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1}_{4x^2 - 3x + 4} - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \underbrace{(2 - 7x)^2}_{49x^2 - 28x + 4}$$

$$\underbrace{-2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1}}_{\substack{\pi \\ 0}} = 45x^2 - 25x$$

$$45x^2 - 25x \leq 0 \quad x(45x - 25) \leq 0$$

$$x \in \left[0, \frac{5}{9}\right]$$

x одновременно $\in (-\infty, 1] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ и $x \in \left[0, \frac{5}{9}\right]$

Значит, $x \in \left[0, \frac{5}{9}\right]$

Теперь давайте посмотрим, когда и кто больше из $2x^2 - 5x + 3$ и $2x^2 + 2x + 1$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 2x^2 - 5x + 3 \quad 7x \geq 2 \quad x \geq \frac{2}{7}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \leq 2x^2 - 5x + 3 \quad 7x \leq 2 \quad x \leq \frac{2}{7}$$

Или ~~при $x \in \left[0, \frac{2}{7}\right]$ слева~~ Заметим, что при $\left(\frac{2}{7}\right)$ слева и справа 0.
Мы нашли один ответ.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$b) \begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 - y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$y = ax + 10b$$

$$(I) x^2 - a^2 x^2 + 20axb + 100b^2 - 4 \leftarrow x^2 - y^2 - 4$$

$$(II) x^2 + 16x + 64 + a^2 x^2 + 20axb + 100b^2 - 1 \leftarrow (x+8)^2 + y^2 - 1$$

Допустим, $y = x^2 + y^2 - 4$ корни x_1, x_2 Допустим, $y = (I)$ корни x_1, x_2 . $y = (II)$ корни x_3, x_4 .
($x_1 \leq x_2$) ($x_3 \leq x_4$)

Тогда решим неравенства являющиеся

$$\left[(-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty) \right] \cap [x_3; x_4] \quad (III)$$

$$\left[(-\infty; x_3] \cup [x_4; +\infty) \right] \cap [x_1; x_2] \quad (IV)$$

При этом по условию должно быть ровно два решения. Если $x_1 = x_2$ или $x_3 = x_4$, то решений максимум одно, значит $x_1 \neq x_2$, $x_3 \neq x_4$. Если $x_1 < x_3$, то из IV следует, что решений больше 2, если $x_1 > x_3$, то из III следует, что решений больше 2. Значит $x_1 = x_3$, аналогично $x_2 = x_4$.

Таким образом, необходимо, чтобы $y = I$ и II были одинаковые пары корней. Однако напишем теорему Виета:

$$\frac{100b^2 - 4}{a^2 + 1} = \frac{100b^2 + 64 - 1}{a^2 + 1} \quad 100b^2 - 4 = 100b^2 + 63 \quad -4 = 63 \quad \text{Противоречие}$$

$-4 \neq 63$, а значит произведение корней I и II не равно, а значит и сами корни не совпадают.

Таким образом, ответ: таких a не существует

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

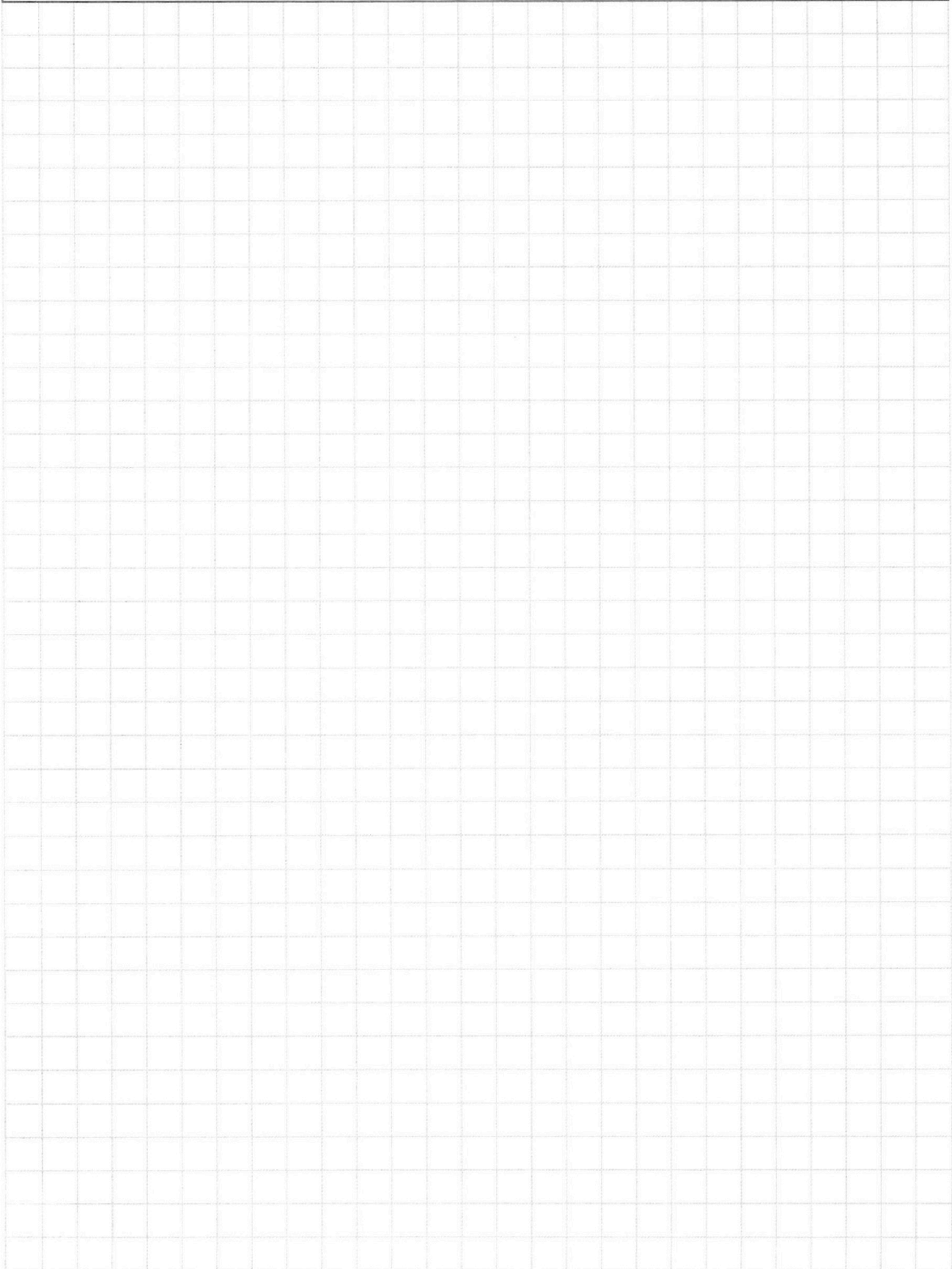
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

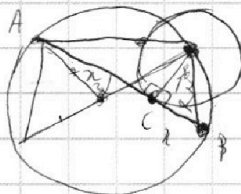
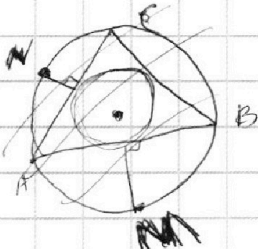
0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	4	10	1	4	1		

10

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	4	9	16	25	36	49	64	81

$$\frac{2+6}{4-6 \cdot 2 \cdot 6+36}$$

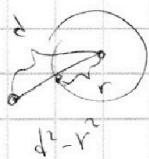
$$40-72 = -32$$



$$\frac{a+b}{a^2+6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$(a+b)^2 - 8ab \quad \begin{matrix} a+b \\ \uparrow \uparrow \\ \text{взр. н.} \end{matrix}$$

8



$$\frac{4+12}{4 \cdot 4 - 4 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 6 + 36 \cdot 4}$$

$$\frac{1+7}{1-6 \cdot 7 + 49} = \frac{8}{8-42} = \frac{8}{-34}$$

$$\frac{3 \times 5}{3 \times 5}$$

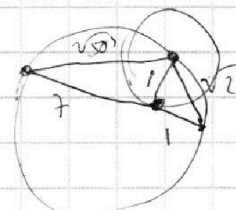
$$x^2 = (x^2 + 1)^2 - 1$$

$$x^2 + 1 = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$x^4 + 2x^2 + 1 = x^2 + 1$$

$$x^4 + x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 + 1) = 0$$



$$\frac{1+7}{1-6 \cdot 7 + 49} = \frac{8}{-34}$$

$$25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot \cos 2\alpha = 49x^2 + 1$$

$$50 - 50 \cos 2\alpha = 49x^2 + 1$$

$$\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$$

$$\cos 60 = -\sin^2 30 + \cos^2 30$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$400 - 4 = 396 \quad 1 - 2 \cdot \frac{1}{4}$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$\Delta = 2500 + 4 \cdot 99 \cdot 49$$

15

$$\frac{49x^4 + 50x^2 - 99}{-49x^4 - 49x^2} \quad \frac{x^2 - 1}{49x^2 - 99}$$

$$\frac{99x^2 - 99}{99x^2 - 99}$$

$$\frac{50 - 49x^2 - 1}{50} = \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{50 - 49x^2 - 1}{50} = 1 - \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$50 \cdot \left(1 - \frac{49x^2 + 1}{50} \right) = x - \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$\frac{49x^2 + 1}{50} = \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 = 99$$

$$x^2(49x^2 + 50) = 99$$

$$1 - 1$$

$$(x+1)(x-1)(49x^2+99) = 0$$

$$49x^2 + 99 = 0$$

$$x^2 = -\frac{99}{49} \quad \times$$

8

x=2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1 \quad D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 2$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 45x^2 - 28x + 4$$

$$4x^2 - 3x + 4$$

$$-2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 45x^2 - 25x$$

$$45x^2 - 25x \leq 0$$

$$4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = (45x^2 - 25x)^2$$

$$4(4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3) = 45^2 x^4 - 50 \cdot 45 x^3 + 625 x^2$$

$$\begin{array}{r} \times 45 \\ 45 \\ \hline 225 \\ + 225 \\ \hline 18025 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 45 \\ 45 \\ \hline 2250 \end{array}$$

$$16x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 40x^3 - 40x^2 - 20x + 24x^2 + 24x + 12 = 45^2 x^4 - 50 \cdot 45 x^3 + 625 x^2$$

$$16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12 = 45^2 x^4 - 2250 x^3 + 625 x^2$$

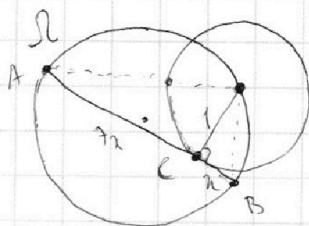
$$(2025 - 16)x^4 - (2250 - 24)x^3 + (625 + 8)x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$2009x^4 - 2226x^3 + 633x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$2009x^4 - 2226x^3 + 633x^2 - 4x - 12 \quad \begin{array}{r} 7x - 2 \\ \underline{2226x^3 - 14x^2 + 28x - 14} \\ 7x - 2 \end{array}$$

$$2009 - 2226 + 633 - 4 - 12$$

$$8(4018 - 2226) + 633 \cdot 4 - 8 - 12 = 0$$



$$AC:CB = 7$$

$$\sqrt{49x^2 + 1} \cdot (\sqrt{49x^2 + 1} - 1)$$

$$49x^2 + 1 - \sqrt{49x^2 + 1} = 49x^2$$

$$1 - \sqrt{49x^2 + 1} \quad 1 = 49x^2 + 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

$$ab = 2^{14} 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} 7^{11}$$

$$bc = 2^{17} 7^{11}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

$$\frac{a}{b} : ac = 2^{20} 7^{37}$$

$$\frac{a}{b} = 2^3 \cdot 7^{20}$$

$$a^2 = 2^{17} 7^{30}$$

$$a^2 = 2^{18} 7^{30}$$

$$a = 2^9 7^{15}$$

$$b = 2^5 7$$

$$abc = 2^{28} 7^{32}$$

2)

$$\frac{a-b}{a^2-bab+b^2}$$

$$\frac{a+b}{(a-b)^2-4ab}$$

$$a^2-bab+b^2 \quad D = 36b^2 - 4b^2 = 32b^2$$

$$\frac{6b \pm \sqrt{32}b}{2} = \frac{6b \pm 4\sqrt{2}b}{2} = 3b \pm 2\sqrt{2}b$$

$$\frac{1}{a-bb+bb/a} + \frac{1}{a^2/b-6a+b}$$

$$\frac{1}{1-bb/a+b^2/a^2} + \frac{1}{a^2/b-6a+b}$$

$$\frac{1}{a} +$$

$$\frac{1+b/a}{a-bb+bb/a}$$

$$\frac{\frac{1}{a} + \frac{b}{a^2}}{1-bb/a + \frac{b^2}{a^2}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{a}(\frac{b}{a} + 1)}{(\frac{b}{a} - 3 - 2\sqrt{2})(\frac{b}{a} - 3 + 2\sqrt{2})}$$

$$36 - 4 \cdot 32$$

$$x^2 - 6x + 1$$

$$D = 36 - 4 \cdot 1 = 32$$

$$\frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$ab: \begin{matrix} 2^{14} 7^{10} \\ k_1 2^{14} 7^{10} \end{matrix}$$

$$bc: \begin{matrix} 2^{17} 7^{17} \\ k_2 2^{17} 7^{17} \end{matrix}$$

$$ac: \begin{matrix} 2^{20} 7^{37} \\ k_3 2^{20} 7^{37} \end{matrix}$$

$$k_1 k_2 k_3 2^{51} 7^{64} = a^2 b^2 c^2$$

$$a^1 b^1 c^2 \min 2^{51} 7^{64}$$

$$2^{52} 7^{64} = a^2 b^2 c^2$$

$$abc = 2^{26} 7^{32}$$

$$2^{26} 7^{38} = abc$$

$$ac \quad b = 7 \cdot 2^6$$

$$c = 7^{28} \cdot 2^{12}$$

$$a = 7^{11} \cdot 2^9$$

$$abc = 2^x 7^y$$

$$c =$$

$$37 \cdot 2 = 74$$

$$2^{25} 7^{37}$$

$$c = 2^{12} 7^{27}$$

$$b = 2^6 7^4$$

$$a = 2^9 7^{10}$$

$$18 + 9 = 27$$

$$\begin{matrix} b = 2^5 7^4 \\ a = 2^9 7^{10} \\ c = 2^{12} 7^{27} \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 2009x^4 - 2226x^3 + 633x^2 - 4x - 12 & 7x - 11 \\ - 2009x^4 - 3444x^3 & \\ \hline 1218x^3 + 633x^2 - 4x - 12 & \\ - 1218x^3 - 1988x^2 & \\ \hline 2621x^2 - 4x - 12 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 217 \\ 12 \\ \hline 5574 \\ 287 \\ \hline 34440 \\ 2226 \\ \hline 1218 \\ \hline 12 \times 174 \\ 248 \\ 174 \\ \hline 1588 \\ + 633 \\ \hline 2621 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик
1) (0; 0)

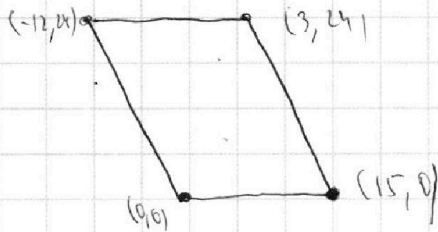
P (-12; 24)

Q (3; 24)

R (15; 0)

A (x₁; y₁) B (x₂; y₂)

x₁



$$0 < x < 15 \quad \text{и} \quad 0 < y < 24$$

$$2 \cdot 15 - 0 + 24 - 0 - 12$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$(y_2 - y_1)(x - x_1) = (y - y_1)(x_2 - x_1)$$

$$(12 - 24)(x - 0) = (y - 0)(15 - 0)$$

$$12x - 24x_2 + 24x_1 - 12x_1 + 2x_1x_2 - 2x_1^2 = yx_2 - yx_1 - yx_2 + yx_2$$

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$y = ax + 10b$$

$$x^2 + a^2x^2 = 20axb + 100b^2 - 4$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20axb + 100b^2 - 1$$

$$x^2(a^2+1) + x(20ab) + 100b^2 - 4$$

$$x^2(a^2+1) + x(16+20ab) + 100b^2 + 63$$

$$D = 20^2 a^2 b^2 - 4(100b^2 - 4)(a^2+1)$$

$$D = (16+20ab)^2 - 4(100b^2+63)(a^2+1)$$

$$-20ab \pm \sqrt{20^2 a^2 b^2 - 4(100b^2 - 4)(a^2+1)}$$

$$\frac{100b^2 - 4}{a^2 + 1} - \frac{(100b^2 + 63)(a^2 + 1)}{a^2 + 1}$$

$$100b^2 - 4 = 100b^2 + 63$$

x_1 x_2
 $(-\infty, x_1] \cup [x_2, \infty)$
 $[x_1, x_2]$
 $(-\infty, x_1] \cup [x_2, \infty)$