



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Из условия:
$$\begin{cases} ab : 2^{14} 7^{10} \\ bc : 2^{12} 7^{17} \\ ac : 2^{20} 7^{37} \end{cases} \Rightarrow abc : 2^{51} 7^{64}$$

Но $(abc)^2$ - квадрат натурального числа $\Rightarrow (abc)^2 : 2^{52}$
Тогда если $(abc)^2 : 2^{57} 7^{64} \Rightarrow abc : 2^{28} 7^{32}$ \Downarrow
 $abc : 2^{26}$
Пример, когда $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$:
 $a = 2^8 \cdot 7^{15}$
 $b = 2^6 \cdot 7^3$
 $c = 2^{12} \cdot 7^3$

Далее замечаем, что $abc : 7^{37}$ и $ac : 7^{37}$

Тогда $abc : (2^{26} \cdot 7^{37})$

Пусть $a = 2^8 \cdot 7^{20}$

$b = 2^6 \cdot 7^3$

$c = 2^{12} \cdot 7^3$

$ab : 2^{14} 7^{10}$

$bc : 2^{18} 7^{17}$

$ac : 2^{20} 7^{37}$

$И abc = 7^{37} \cdot 2^{26}$

Ответ $abc = 7^{37} \cdot 2^{26}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть мы сократили дробь $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$ на m . Пусть $\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2) = k$.
Тогда $k \geq m$, так сокращать можно только на общие делители
и дробь можно сократить на k .

Найдем максимальное значение $\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2)$
По алгоритму Евклида: $\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2) = \text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2 - (a+b)(a-7b))$
 $= \text{НОД}(a+b, -8ab) \leq 8$, так дробь $\frac{a}{b}$ несократима $\Rightarrow (a,b) = 1$

Тогда Пусть наименьшее a в самом деле, если $ab : p$, где
 p - простое, то либо a либо b делится на p , (пусть это будет a)
Тогда $a : p, ab : p \Rightarrow a+b : p. \Rightarrow \text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2) \leq 8$.

При $a=7, b=1$ достиг-ся рав-во $\frac{1+7}{49-42+1} = \frac{8}{8} = 1$
← сократили на 8.

Ответ при $m=8$.

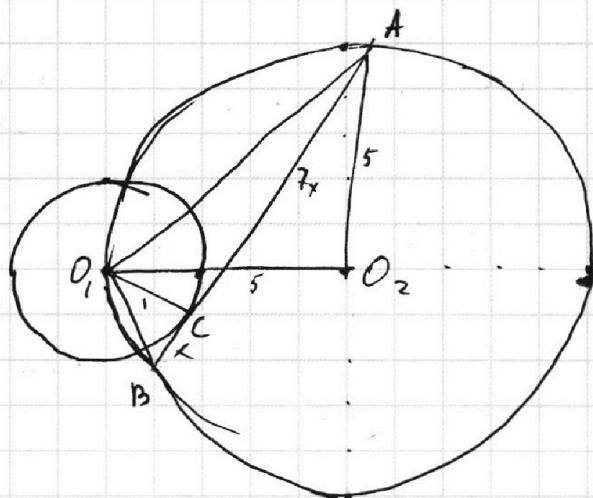
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Из условия: $\frac{AC}{CB} = \frac{7}{1}$ Пусть $BC = x \Rightarrow AC = 7x$

$O_1C \perp AB$, т.к. O_1C — радиус окр-ти ω проведенный в точку касания хорды AB .

Из теоремы Пифагора: $O_1B = \sqrt{O_1C^2 + CB^2} = \sqrt{1+x^2}$

$\cos O_1BC = \frac{BC}{O_1B} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \cos O_1BA$. $\angle O_1BA = \frac{1}{2} \angle O_1O_2A$.
(т.к. O_1C — на середину O_1A , а O_2 — центр ω)

$$\cos(O_1O_2A) = \cos(2 O_1BA) = \cos^2 O_1BA - \sin^2 O_1BA$$

$$\cos^2 O_1BA = \frac{x^2}{1+x^2}, \sin^2 O_1BA = 1 - \cos^2 O_1BA = \frac{1}{1+x^2} \Rightarrow \cos(O_1O_2A) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$O_1A^2 = (O_1C + O_2C)^2 = O_1O_2^2 + O_2A^2 - 2 O_1O_2 O_2A \cos O_1O_2A$$

$$= 50 - 50 \frac{x^2-1}{x^2+1} = 49x^2 + 1 \text{ т.к. } O_1A^2 = 49x^2 + 1 \text{ из } \Delta O_1CA \text{ по т. Пифагора}$$

$$\text{т.к. } O_1A^2 = O_1C^2 + CA^2 = 1 + 49x^2$$

$$t = x^2, t \geq 0$$

$$50 - 50 \frac{t-1}{t+1} = 49t + 1$$

$$50t + 50 - 50t + 50 = 49t^2 + 50t + 1$$

$$49t^2 + 50t - 99 = 0$$

$$49(t-1)(t+\frac{99}{49}) = 0$$

$$t = \frac{99}{49} \text{ не год. усл. т.к. } t \geq 0$$

От

$$\Rightarrow t = x^2 = 1$$

$$x = 1 \text{ (} x = -1 \text{ не год. усл.)}$$

$$BA = BC + AC = 8x = 8$$

Ответ: $AB = 8$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\cancel{2x^2 - 5x + 3 = \alpha} \quad 2x^2 - 5x + 3 = \alpha$$
$$\cancel{2x^2 + 2x + 1 = \beta} \quad 2x^2 + 2x + 1 = \beta$$

$$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \alpha - \beta$$

$$\sqrt{\alpha} + \alpha = \sqrt{\beta} - \beta$$

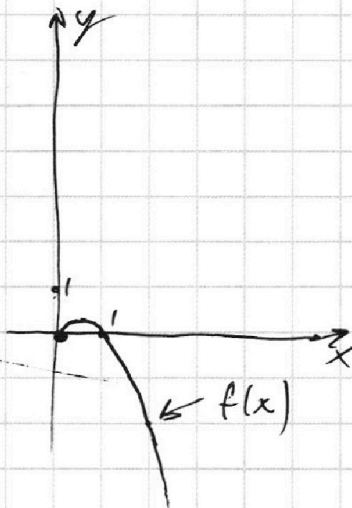
$$f(x) = \sqrt{x} - x = \sqrt{x}(1 - \sqrt{x}), x \geq 0$$

$$f(\alpha) = f(\beta)$$

Получается, что либо

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Rightarrow \alpha = \beta \\ \alpha, \beta \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{либо } f(\alpha) = f(\beta) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \beta \\ \alpha \neq \beta, 0 \leq \alpha, \beta < 1 \end{cases}$$



$$\alpha = \beta \text{ при } 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$\Downarrow$$
$$2 = 7x \Rightarrow x = \frac{2}{7} \quad (\text{подстановка в } \alpha, \beta \text{ убедится, что } \alpha, \beta \geq 0)$$

$$\alpha = 1 - \beta \text{ при}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = -2x^2 - 2x$$

$$\cancel{4x^2 - 3x + 3 = 0} \quad 4x^2 - 3x + 3 = 0 \quad (D < 0, \text{ нет корней})$$
$$x = \cancel{3 \pm \sqrt{9}}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{7} = x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение.

$$\begin{aligned} \text{Иск } 10 \cdot 13 + 9 \cdot 12 \cdot 0 \text{ и } \Rightarrow \text{можем } 13(10 \cdot 13 + 9 \cdot 12) = \\ = 13(130 + 108) = 13(238) = 3094 \end{aligned}$$

Ответ: 3094.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

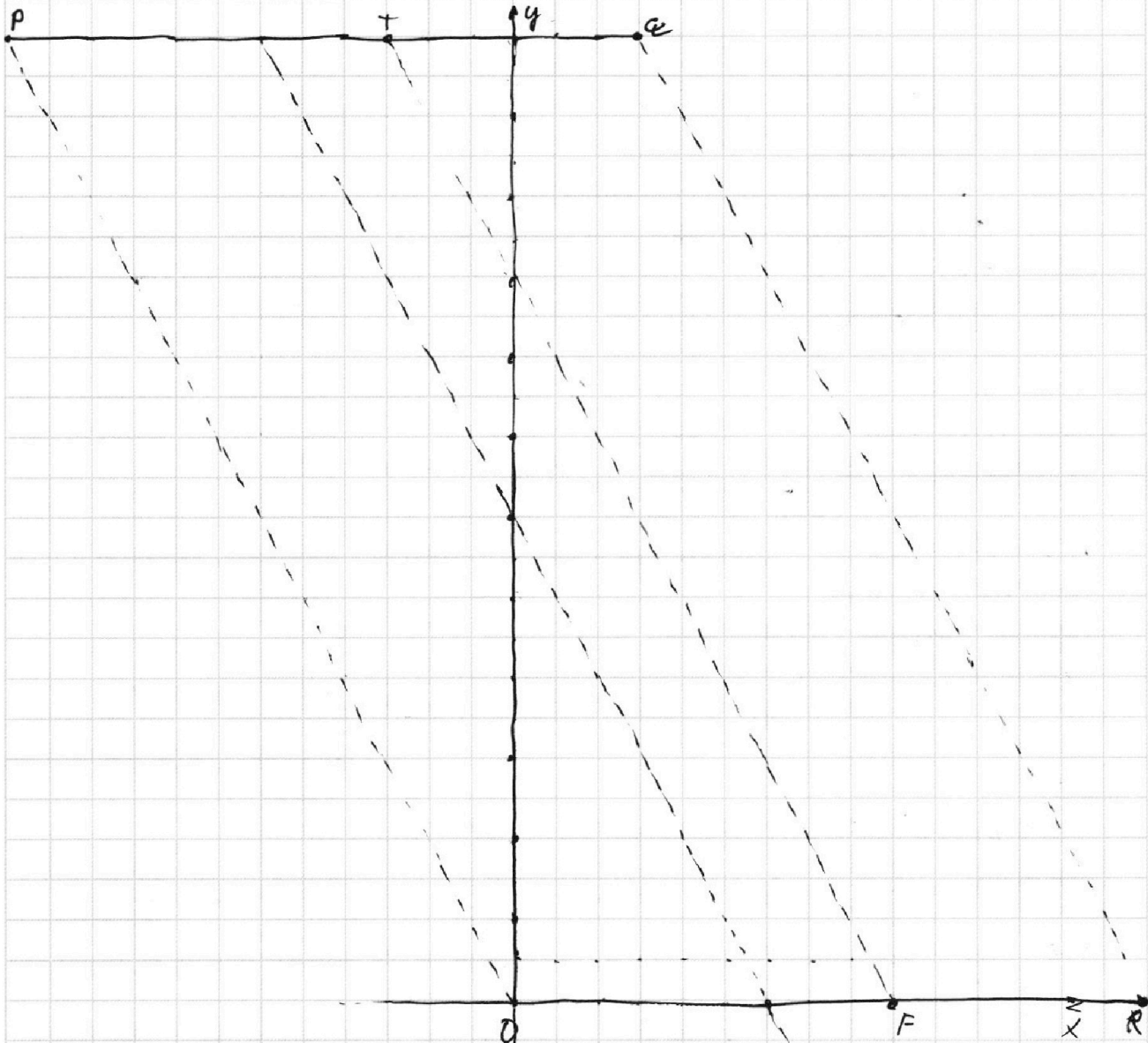
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Зафиксируем точку x_1, y_1 . Найдём 2MT таких точек x_2, y_2 , что выполним соотношение: $2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$. График задаёт прямую: $y_2 = 12 + y_1 + 2x_1 - 2x_2$, крестик при $x_2 = 2$. Заметим, что внутри пар-графа для всех точек внутри или на границах пар-графа PTFR для каждой точки x_1, y_1 соотв-ет 13 точек x_2, y_2 , (но для точки (x_2, y_2) не соотв-ет та точка x_1, y_1 , а другая) \Rightarrow мы можем посчитать как во всех точках x, y внутри или на границах PTFR. $10 \times 75 = 250$, для каждой соотв 13 точек \Rightarrow всего пар $250 \times 13 = 3250$. Вне пар-графа PTFR нет точек x_2 и y_2 будет нечётное количество (следствие из рисунка) \Rightarrow ответ 3250

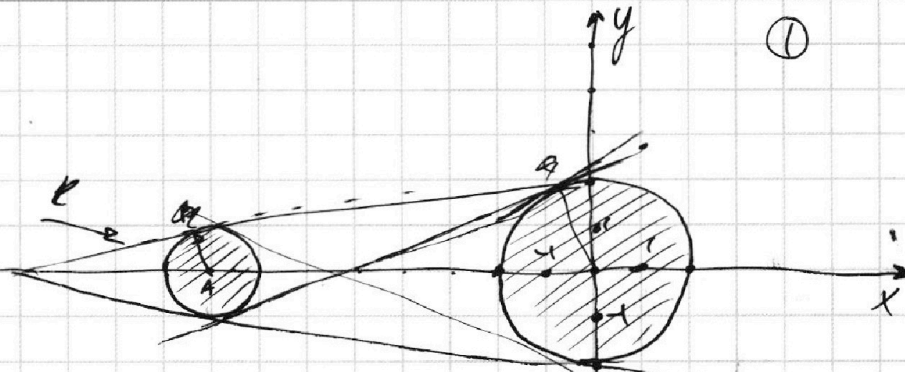
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

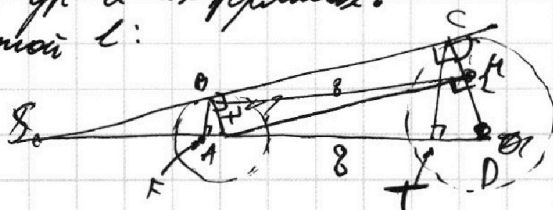
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



II уравнение задает своим решением область двух кругов с радиусами 2 и 1, располож как на картинке

Тогда мы а-модее и б-модее, то $ax - y + 10b = 0$ задает область правую, левую, или заштрихованную. Заметим что прямая касаясь 2 окр-тей дает 2 решения омонии, пересек окр-ть с 2 решениями, не соприкосн. ни с 1 окр-ю - Орешки, соприкоснов. с 1 окр-ю - 1 решение \Rightarrow нас интересуют только касательные к 2 окр-тям (как известно, их 4, 2 внутри, 2 внешние)

Найдем ур-я их прямых.



h - высота перпенд. из O на AB

ABCD - трапеция так $AB \perp BC$, $DC \perp BC$ так BC радиус перпенд касат проведем в точку касания. $ABND$ - трапеция так $AN \parallel AB$ так $AN \parallel CD$ и $AN \perp BC$ так $AN \parallel BC$, $AN \perp CD$, $BC \perp CD \Rightarrow$

$AN \parallel BC \Rightarrow \angle NAC = 90^\circ$
 $\angle BNC = 90^\circ$
 $ANBC$ - трапеция

Тогда $AN = CN = 1$ $ND = CD - CN = 1$

$$AN = \sqrt{AD^2 + DN^2} = \sqrt{63} = BC$$

$S = BC \cdot AD$ из подобия трапеций ANB и BCD с одной вершиной S

$$SNA \text{ и } SCD \Rightarrow \frac{SA}{AN} = \frac{SD}{CD} = \frac{SA+AD}{CD} \Rightarrow SA=8, SB = \sqrt{SA^2 - AB^2} = \sqrt{63}$$

BF - высота в $\triangle SNA$, CT - выс. на $\triangle SCD$. $BF = \frac{SB \cdot AN}{SA} = \frac{\sqrt{63}}{8}$

$$FA = \sqrt{AN^2 - BF^2} = \sqrt{1 - \frac{63}{64}} = \frac{1}{8} \Rightarrow FD = \frac{1}{8}$$



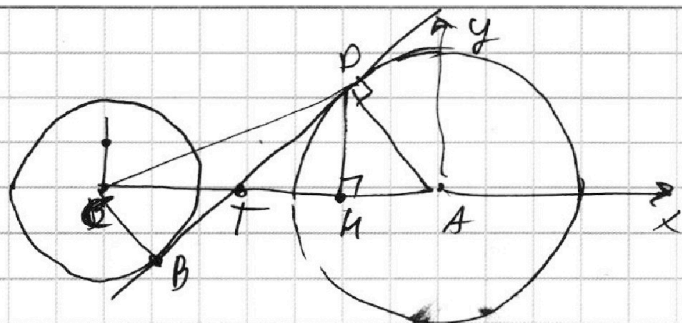
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Аналог. считаем: $\triangle CMT \sim \triangle ADT$ по 2L ($\angle APT = \angle T \approx 90^\circ$)
 КСС CT общий ($T = CA \cap BO$)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{CT}{TA} = \frac{OC}{AD} \\ CT + TA = 8 \end{array} \right. \Rightarrow CT = \frac{8}{3}, TA = \frac{2}{3} \cdot 8 = \frac{16}{3}$$

$$TD = \sqrt{TA^2 - AD^2} = \sqrt{\frac{16^2}{9} - 4} = \sqrt{\frac{256 - 36}{9}} = \sqrt{\frac{220}{9}} = \frac{2}{3} \sqrt{55}$$

$$T = \left(-\frac{16}{3}; 0\right)$$

$$DH = \frac{TD \cdot AD}{TA} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3} \sqrt{55}}{\frac{16}{3}} = \frac{\sqrt{55}}{4}$$

$$MA = \sqrt{DA^2 - MD^2} = \sqrt{4 - \frac{55}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

$$D = \left(-\frac{3}{4}; \frac{\sqrt{55}}{4}\right)$$

уравнение прямой через T и D:

$$\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2} \Rightarrow \frac{x + \frac{3}{4}}{-\frac{3}{4} + \frac{16}{3}} = \frac{y - \frac{\sqrt{55}}{4}}{\frac{\sqrt{55}}{4} - 0}$$

$$\frac{(4x+3)3}{55} = \frac{4y - \sqrt{55}}{\sqrt{55}} \quad \frac{(4x+3)x}{\sqrt{55}} = 4y - \sqrt{55}$$

$$\frac{12x + 9 + 55}{4\sqrt{55}} + \sqrt{55} = \frac{12x + 64}{4\sqrt{55}} = 4$$

$$\frac{3x}{\sqrt{55}} + \frac{16}{\sqrt{55}} = 4$$

уравнение прямой касательной:

$$\frac{3x}{\sqrt{55}} + \frac{16}{\sqrt{55}} = 4$$

Ответ: $\alpha = \frac{3}{\sqrt{55}} + \frac{1}{\sqrt{63}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Продолжим

(2)

Тогда $B = \left(-\frac{81}{8}, \frac{\sqrt{63}}{8}\right)$

$CT = \frac{SC \cdot CD}{SD} = \frac{4\sqrt{63}}{16} = \frac{\sqrt{63}}{4}$ $TD = \sqrt{CD^2 - CT^2} = \sqrt{4 - \frac{63}{16}} =$

$= \sqrt{1 - \frac{15}{16}} = \frac{1}{4} \Rightarrow C = \left(-\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{63}}{4}\right)$

Ур-е прямой: $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$

$\frac{x + \frac{65}{8}}{-\frac{65}{8} + \frac{y}{8}} = \frac{y - \frac{\sqrt{63}}{8}}{\frac{\sqrt{63}}{8} - \frac{\sqrt{63}}{4}} \Rightarrow$

$\frac{8x + 65}{-63} = \frac{8y - \sqrt{63}}{-\sqrt{63}}$

$8\sqrt{63}x + 65\sqrt{63} = 8 \cdot 61y - 61 \cdot \sqrt{63}$

$8\sqrt{63}x + 4\sqrt{63} = 8 \cdot 61y$

$2\sqrt{63}x + \sqrt{63} = 122y$

$y = \frac{2\sqrt{63}x + \sqrt{63}}{122}$

$\frac{8x + 65}{\sqrt{63}} + \sqrt{63} = y$

$\frac{x}{\sqrt{63}} + 16\sqrt{63} = y$

Тогда при $a = \frac{2\sqrt{63}}{122}$ найдем $b = \frac{\sqrt{63}}{122}$

В силу симметрии относительно ОХ: прямая $y = \left(\frac{x}{\sqrt{63}} + 16\sqrt{63}\right)$ является

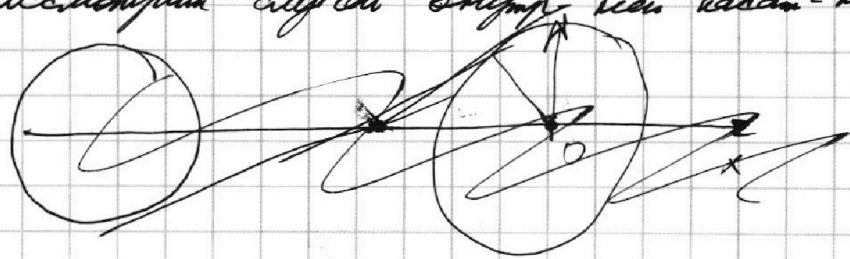
прямая $y = -\frac{2\sqrt{63}}{122}x - \frac{\sqrt{63}}{122}$

тоже касательная

II Внешняя касательная

Тогда при $y = -\frac{2\sqrt{63}}{122}$ найдем $b = -\frac{\sqrt{63}}{122}$

Рассмотрим случаи внешней и касательной:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$(a+b) (a+b, a^2 - 6ab + b^2)$

$ab : 2^4 \cdot 7^{10}, \quad bc : 2^{12} \cdot 7^{17}$
 $ac : 2^{20} \cdot 7^{17}$

$3^4 \cdot 17 = 51$
 $3^7 + 17 + 10 = 54$

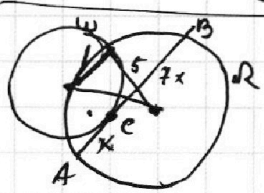
$(a+b, a^2 - 6ab + b^2 - (a+b)^2)$

$(a+b, 8ab)$ **8**

$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{51} \cdot 7$

$(abc)^2 = k 2^{51} \cdot 7^{54}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{27}$

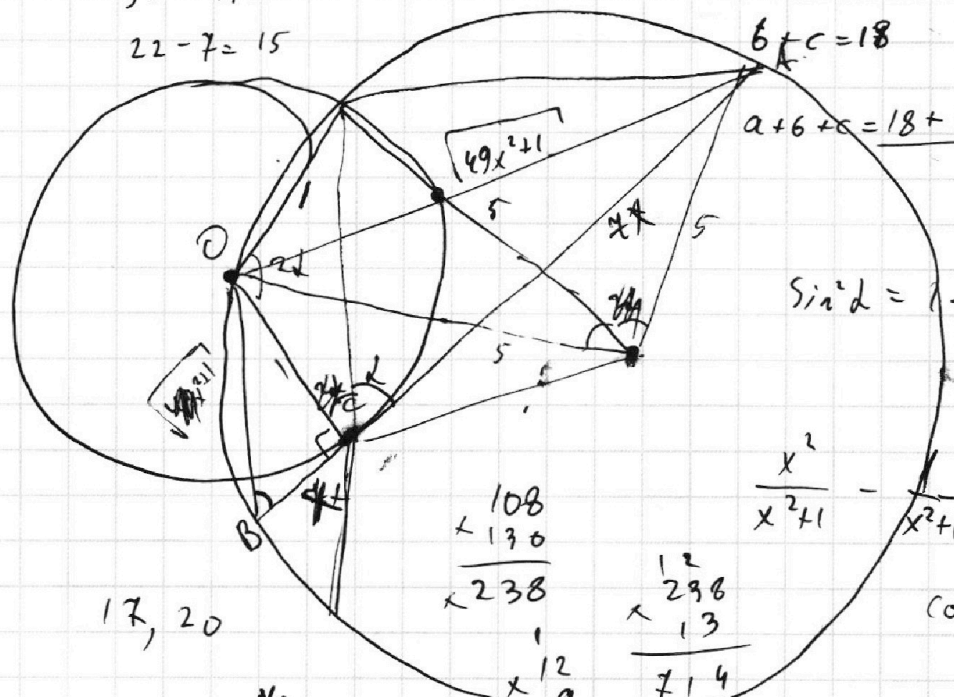


$a+b=10$
 $b+c=17$
 $a+c=37$

$a+c=20 \rightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=6 \\ c=12 \end{cases}$
 $a+b=14$
 $b+c=18$

$32 - 17 =$
 $22 - 7 = 15$

$a+b+c = \frac{18+14+20}{2} = \frac{9+7+10}{1} = 26$



$\sin^2 d = 1 - \frac{x^2}{x^2+1} = \frac{1}{x^2+1}$

$\frac{x^2}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+1} = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

$\cos 90^\circ = 0 =$

17, 20

$\begin{array}{r} 108 \\ \times 130 \\ \hline 238 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 12 \\ \times 298 \\ \hline 714 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 108 \\ \times 130 \\ \hline 238 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 12 \\ \times 298 \\ \hline 714 \end{array}$

$\cos \angle d = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$\cos^2 d = \frac{x^2}{x^2+1}$

$\frac{3}{4} \cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b =$

$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos^2 a - \sin^2 b$

$\cos 60 = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{x^2+1} - \frac{x^2}{x^2+1} = \frac{1-x^2}{x^2+1}$

$\sin^2 d = 1 - \cos^2 d = 1 - \frac{1}{x^2+1} = \frac{x^2}{x^2+1}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2(x - 2,5x + 1,5) = 2(x - 1,25)^2 +$$

$$\begin{array}{r} x \quad 1,25 \\ \times \quad 1,25 \\ \hline 1,25 \\ 250 \\ \hline 126 \\ \hline 15,725 \end{array}$$

$$t = 2x^2$$

$$-5x, 2x$$

$$-x$$

~~$$t = 2x^2 - 2$$~~

$$t = 2x^2 - 7$$

$$t = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$t^2 - \sqrt{t + 7x - 2} = 2 - 7x$$

$$t^2 - \sqrt{t - 6} = 6$$

$$t^2 - 6 = \sqrt{t - 6}$$

$$x^2 - 2x + x^2 - 5x + 3 + 7x - 2 = x^2 + 2x + 1$$

$$(x+1)^2 = \sqrt{t^2 - 6}$$

$$(x+1)^4 = t^2 - 6 = 2x^2 + 2x + 1 - 2 - 7x = 2x^2 - 5x - 1$$

$$(x+1)^4 = 2x^2 - 12x + 5$$

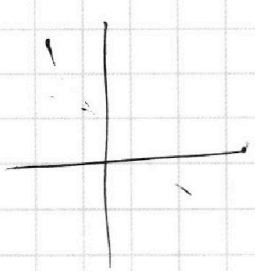
$$(-16; 0); \left(-\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{63}}{4}\right)$$

$$\frac{x+16}{-16 + \frac{1}{4}} = \frac{y}{-\frac{\sqrt{63}}{4}}$$

$$\frac{x\sqrt{63}}{4} + 4\sqrt{63} =$$

$$\frac{x+16}{-63} = \frac{y}{-\sqrt{63}}$$

$$\frac{x}{\sqrt{63}} + 16\sqrt{63} = y$$



$$\frac{8x + 65 + \sqrt{63}}{\sqrt{63}} = y$$

$$8x +$$

$$65 + 63 = 128 \quad \begin{array}{r} 128 \\ - 6 \\ \hline 122 \end{array}$$

$$\frac{128}{\sqrt{63} \cdot 8}$$

$$64$$

$$128$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{36 - 10}}{2}$$

$$\frac{16}{4} \quad \frac{67 - 9 = 58}{67 - 9 = 58}$$



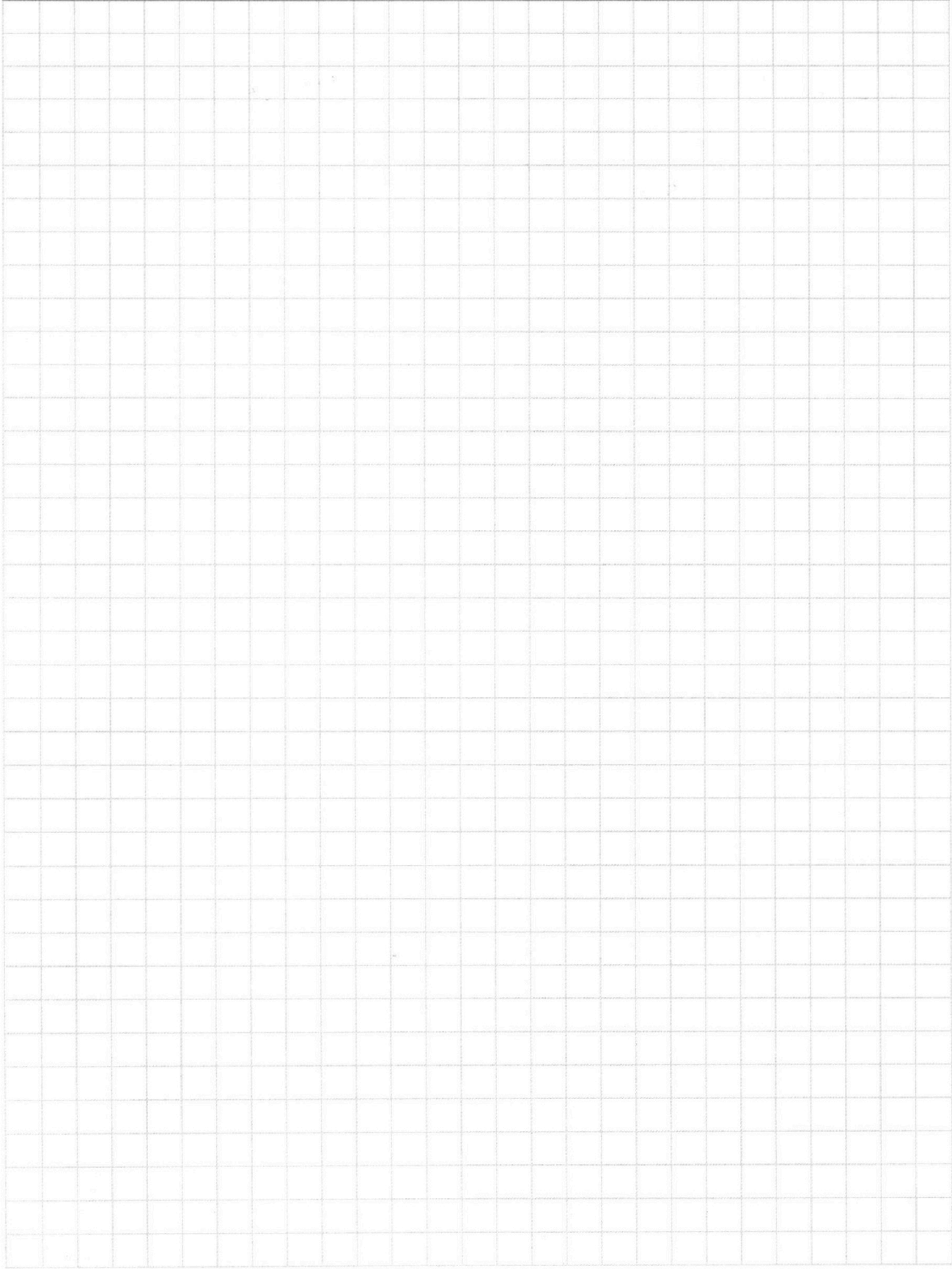
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



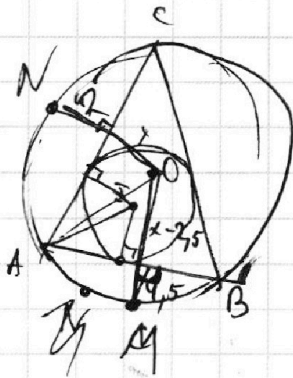
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2 + x = y + 4,5$$

$$y = x - 2,5$$

$$a + b = 14$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4,5 \\ \times 4,5 \\ \hline 22,5 \\ 180 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 4,5 \\ \times 4 \\ \hline 180 \end{array}$$

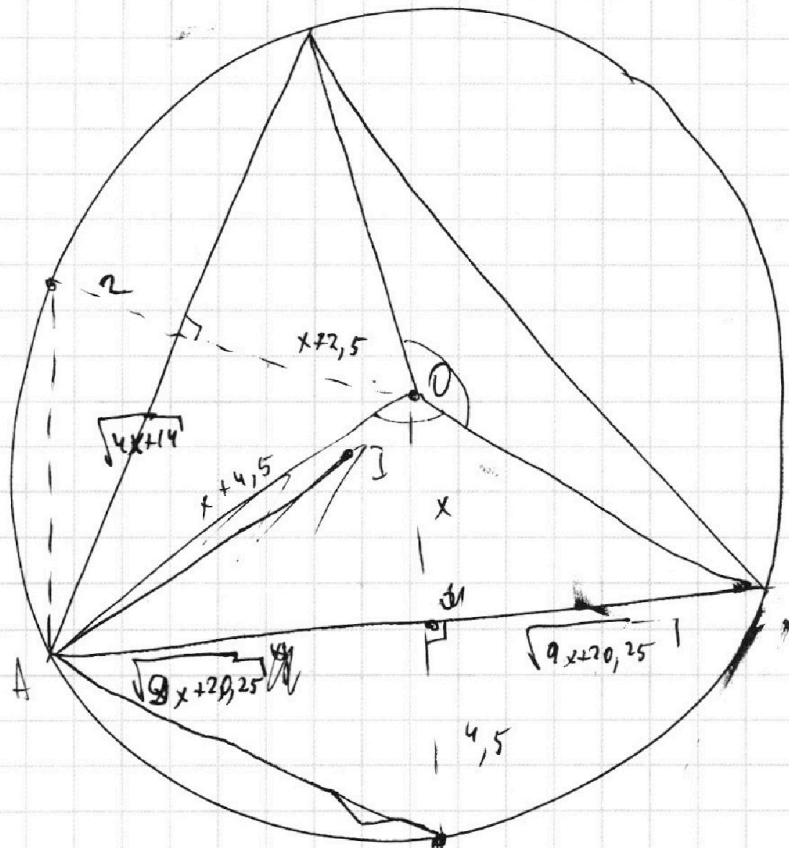
$$(x + 4,5)^2 - x^2 = 9x + 5$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ 180 \\ \hline 20,25 \end{array}$$

$$x + 2,5$$

$$x^2 + 9x + 20,25 - x^2 - 5x = 6,25$$

$$\begin{array}{c} 2,5 \\ \text{---} \\ 4x + 14 \end{array}$$



$$\frac{(x + 4,5) \sqrt{4x + 14}}{2} = \frac{1}{2} (x + 4,5) \cdot \frac{\sqrt{4x + 14}}{x + 4,5}$$

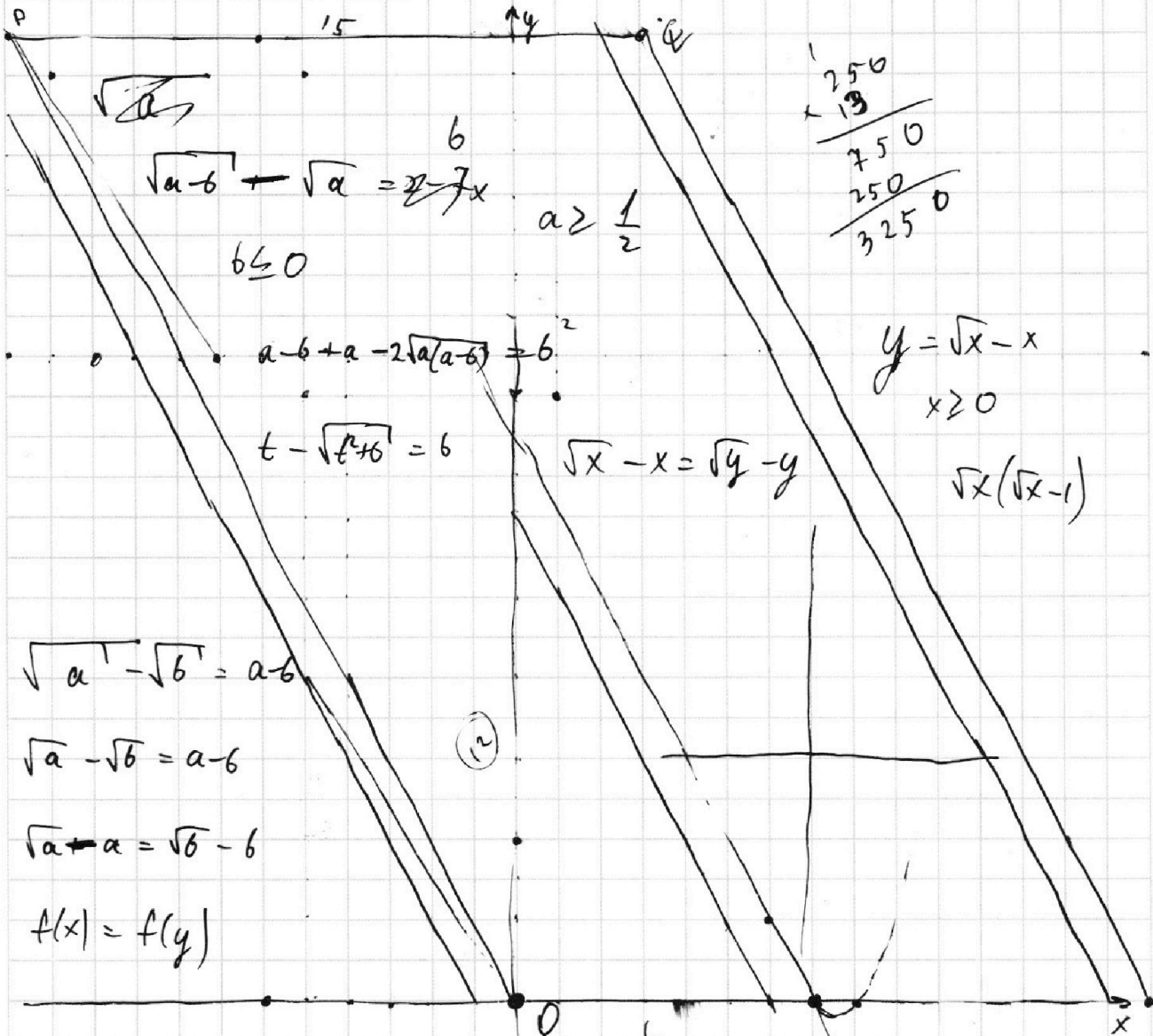
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{a}$$

$$\sqrt{a-b} + \sqrt{a} = 2-7x$$

$$b \leq 0$$

$$a \geq \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ \times 13 \\ \hline 750 \\ 250 \\ \hline 3250 \end{array}$$

$$a-b+a-2\sqrt{a(a-b)} = b^2$$

$$t - \sqrt{t^2+b} = b$$

$$\sqrt{x-x} = \sqrt{y-y}$$

$$y = \sqrt{x-x}$$

$$x \geq 0$$

$$\sqrt{x(\sqrt{x}-1)}$$

$$\sqrt{a'} - \sqrt{b'} = a-b$$

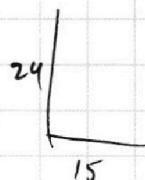
$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a-b$$

$$\sqrt{a} + a = \sqrt{b} - b$$

$$f(x) = f(y)$$

(12)

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$



$$\frac{24}{12} = \frac{6}{3} = \frac{6}{4}$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$y_1 =$$

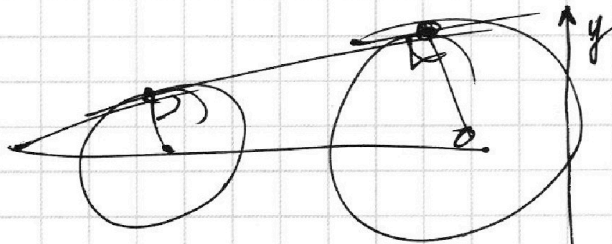
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

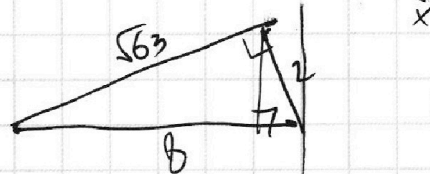
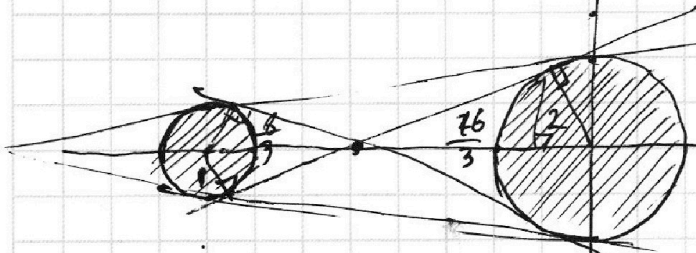
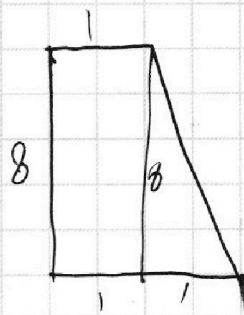
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax + 10b = y.$$



$$\left(\frac{1}{8}a\right)$$

$$50 - 50 = \frac{x^2 - 1}{x + 1} = 49x^2 + 1$$

$$50x + 50 - 50x + 50 = (49x + 1)(x + 1) = 49x^2 + 50x + 1$$

$$99 = 49x^2 + 50x$$

$$49x^2 + 50x - 99 =$$

$$= (x - 1) \left(x + \frac{99}{49}\right) \frac{1}{8} x + x = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\frac{1}{8}x + 6 = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\frac{1}{64}x^2 + \frac{1}{4}x + 6 + 6 = x^2 - 4$$

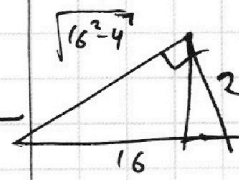
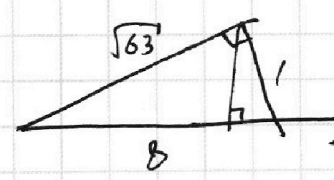
$$16^2 - 4 =$$



$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 4 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{12}{108} \\ \times \frac{238}{13} \\ \hline \frac{714}{3094} \end{array}$$

$$64 - 9 = 55$$



$$\frac{\sqrt{63}}{8}$$

$$\frac{16^2 - 4}{16}$$

$$\frac{110}{2} - 64 - 55$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ 160 \\ \hline 256 - 36 = \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t \geq \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$t^2 = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \rightarrow 1+1 = \left(\frac{1}{2}\right) \quad t \geq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{t^2 + 2 - 7x} \leftarrow t = 2 - 7x, \quad t \geq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1 + 2 - 7x} - t = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - t = 2 - 7x$$

$$\sqrt{t^2 + 6} - t = 6$$

$$\sqrt{t^2 + 6} = 6 + t$$

$$t^2 + 6 = 6^2 + t^2 + 26t$$

$$\sqrt{2x^2 + 9} - \sqrt{2x^2 + 1} \geq 2 - 7x$$

$$0 \geq 2 - 7x$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{b} + \sqrt{a} \quad \sqrt{b^2+a} \leq \sqrt{a+b}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a+b} = b$$

$$\sqrt{a} \leq b + \sqrt{a+b}$$

$$7+8, 49+8 - 6 \cdot 7$$

дел. 6

$$16 \quad 50 - 42 = 8$$

$$t = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$t^2 - \sqrt{t^2 + 7x - 2} = 2 - 7x$$

$$2x^2 + 2x + 1$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{a+b} = b$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{a+b} + b \Rightarrow b = 0$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a-b} = b$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{a-b} + b$$

$$a = a - b + b^2 + 2b\sqrt{a-b}$$

$$b = b^2 + 2b\sqrt{a-b}$$

$$1 = b + 2\sqrt{a-b}$$

$$\sqrt{a} = b + \sqrt{a-b}$$