



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Из условия: 
$$\begin{cases} ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc : 2^{12} \cdot 7^{17} \\ ac : 2^{20} \cdot 7^{37} \end{cases} \Rightarrow abc : 2^{51} \cdot 7^{64}$$

Но  $(abc)^2$  - квадрат натурального числа  $\Rightarrow (abc)^2 : 2^{52}$   
Тогда если  $(abc)^2 : 2^{57} \cdot 7^{64} \Rightarrow abc : 2^{28} \cdot 7^{32}$   $\Downarrow$   
 $abc : 2^{26}$   
Пример, когда  $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$ :  
 $a = 2^8 \cdot 7^{15}$   
 $b = 2^6 \cdot 7^3$   
 $c = 2^2 \cdot 7^3$

Далее замечаем, что  $abc : 7^{37}$  и  $ac : 7^{37}$

Тогда  $abc : (2^{26} \cdot 7^{37})$

Пусть  $a = 2^8 \cdot 7^{20}$

$b = 2^6 \cdot 7^3$

$c = 2^2 \cdot 7^3$

$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$

$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$

$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$

$И abc = 7^{37} \cdot 2^{26}$

Ответ  $abc = 7^{37} \cdot 2^{26}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть мы сократили дробь  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$  на  $m$ . Пусть  $\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2) = k$ .  
Тогда  $k \geq m$ , так сокращать можно только на общие делители  
и дробь можно сократить на  $k$ .

Найдем максимальное значение  $\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2)$   
По алгоритму Евклида:  $\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2) = \text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2 - (a+b)(a-7b))$   
 $= \text{НОД}(a+b, -8ab) \leq 8$ , так дробь  $\frac{a}{b}$  несократима  $\Rightarrow (a,b) = 1$

Тогда Пусть наибольший  $d$  в самом деле, если  $ab : p$ , где  
 $p$  - простое, то либо  $a$  либо  $b$  делится на  $p$ , (пусть это будет  $a$ )  
Тогда  $a : p, ab : p \Rightarrow a+b : p. \Rightarrow \text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2) \leq 8$ .

При  $a=7, b=1$  достиг-ся рав-во  $\frac{1+7}{49-42+1} = \frac{8}{8} = 1$   
← сократили на 8.

Ответ при  $m=8$ .

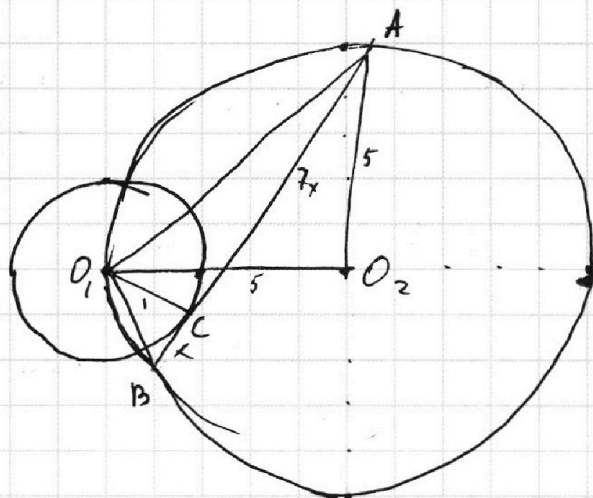
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Из условия:  $\frac{AC}{CB} = \frac{7}{1}$  Пусть  $BC = x \Rightarrow AC = 7x$

$O_1C \perp AB$ , т.к.  $O_1C$  — радиус окр-ти  $\omega$  проведенной в точку касания хорды  $AB$ .

Из теоремы Пифагора:  $O_1B = \sqrt{O_1C^2 + CB^2} = \sqrt{1+x^2}$

$\cos O_1BC = \frac{BC}{O_1B} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \cos O_1BA$ .  $\angle O_1BA = \frac{1}{2} \angle O_1O_2A$ .  
(т.к.  $O_1C$  — на биссектрисе  $O_1A$ , а  $O_2$  — центр  $\omega$ )

$$\cos(O_1O_2A) = \cos(2 O_1BA) = \cos^2 O_1BA - \sin^2 O_1BA$$

$$\cos^2 O_1BA = \frac{x^2}{1+x^2}, \sin^2 O_1BA = 1 - \cos^2 O_1BA = \frac{1}{1+x^2} \Rightarrow \cos(O_1O_2A) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$O_1A^2 = (O_1C + O_2A \cos(O_1O_2A))^2 = O_1C^2 + O_2A^2 - 2 O_1C O_2A \cos(O_1O_2A)$$

$$= 50 - 50 \frac{x^2-1}{x^2+1} = 49x^2 + 1 \text{ т.к. } O_1A^2 = 49x^2 + 1 \text{ из } \Delta O_1CA \text{ по т. Пифагора}$$

$$\text{т.к. } O_1A^2 = O_1C^2 + CA^2 = 1 + 49x^2$$

$$t = x^2, t \geq 0$$

$$50 - 50 \frac{t-1}{t+1} = 49t + 1$$

$$50t + 50 - 50t + 50 = 49t^2 + 50t + 1$$

$$49t^2 + 50t - 99 = 0$$

$$49(t-1)(t + \frac{99}{49}) = 0$$

$$t = \frac{99}{49} \text{ не год. усл. т.к. } t \geq 0$$

От

$$\Rightarrow t = x^2 = 1$$

$$x = 1 \text{ (} x = -1 \text{ не год. усл.)}$$

$$BA = BC + AC = 8x = 8$$

Ответ:  $AB = 8$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \cancel{2x^2 - 5x + 3 = \alpha} & & 2x^2 - 5x + 3 = \alpha \\ \cancel{2 = 7x} & & 2x^2 + 2x + 1 = \beta \end{aligned}$$

$$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \alpha - \beta$$

$$\sqrt{\alpha} + \alpha = \sqrt{\beta} - \beta$$

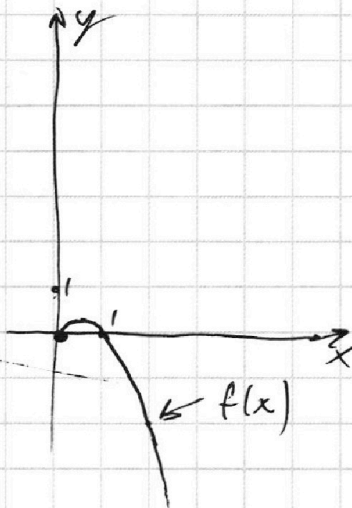
$$f(x) = \sqrt{x} - x = \sqrt{x}(1 - \sqrt{x}), x \geq 0$$

$$f(\alpha) = f(\beta)$$

Получается, что либо

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Rightarrow \alpha = \beta \\ \alpha, \beta \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{либо } f(\alpha) = f(\beta) & \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \beta \\ \alpha = 1 - \beta \end{cases} \\ \alpha \neq \beta, 0 \leq \alpha, \beta < 1 & \end{aligned}$$



$$\alpha = \beta \text{ при } 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$\Downarrow \\ 2 = 7x \Rightarrow x = \frac{2}{7} \quad (\text{подстановка в } \alpha, \beta \text{ убедимся, что} \\ \text{это при } x = \frac{2}{7} \quad \alpha, \beta \geq 0)$$

$$\alpha = 1 - \beta \text{ при}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = -2x^2 - 2x$$

$$\cancel{4x^2 - 3x} \quad 4x^2 - 3x + 3 = 0 \quad (D < 0, \text{ нет корней}) \\ x = \cancel{3 \pm \sqrt{9}}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{7} = x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

*Продолжение.*

$$\text{Иск } 10 \cdot 13 + 9 \cdot 12 \cdot \text{ и } \Rightarrow \text{можем } 13(10 \cdot 13 + 9 \cdot 12) =$$

$$= 13(130 + 108) = 13(238) = 3094$$

*Ответ: 3094.*

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

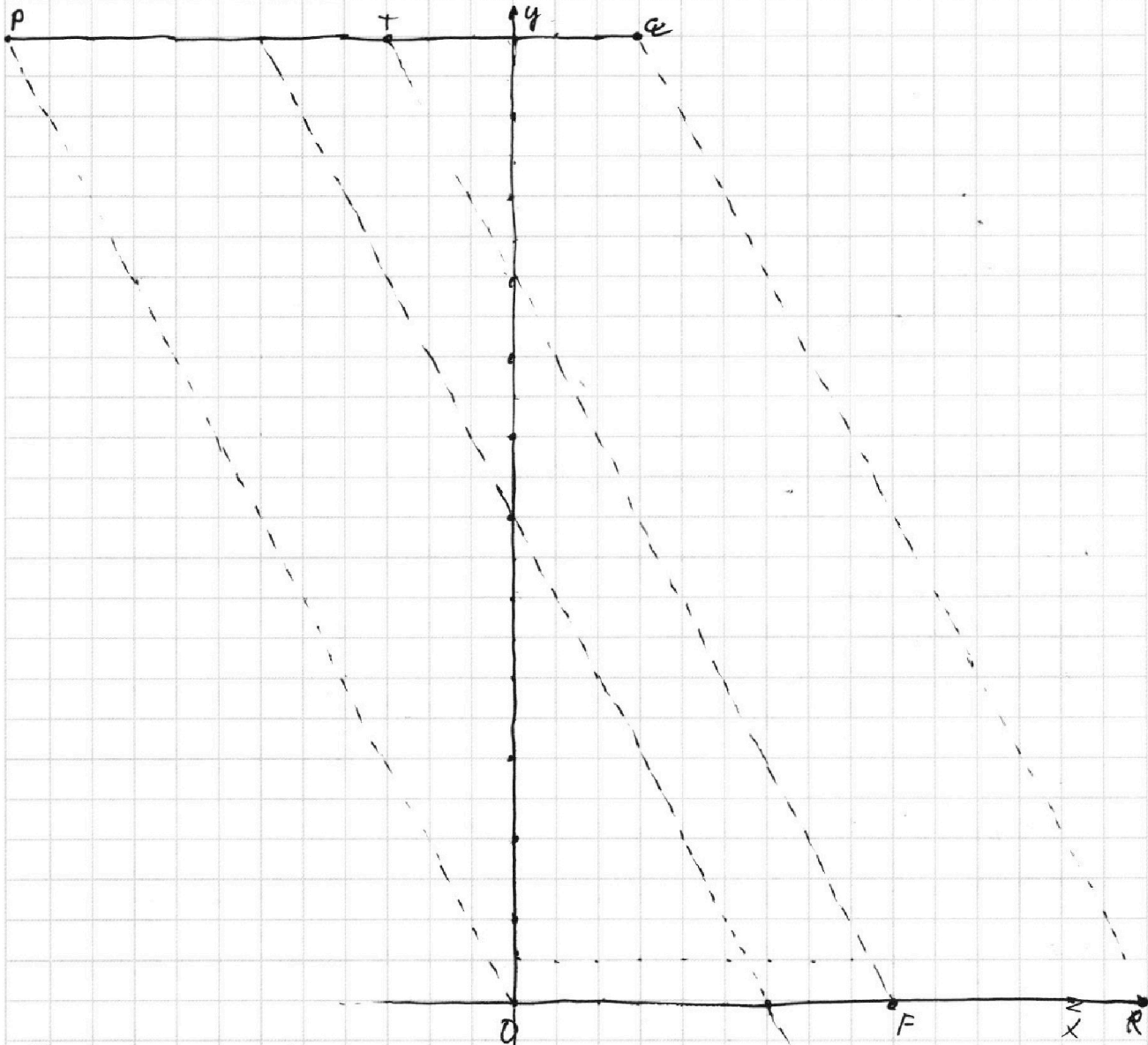
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача решена по оси  $x, y$ . Найдём 2MT макс точек  $x_2, y_2$ , что в сумме соотношении:  $2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$ . График задаёт прямую:  $y_2 = 12 + y_1 + 2x_1 - 2x_2$ , крестик при  $x_2 = 2$ . Заметим, что внутри пар-граница для всех точек внутри или на границах пар-границ  $P, T, F, O$  для каждой точки  $x, y$ , соотв-ен 13 точек  $x_2, y_2$ , (но для точки  $(x_2, y_2)$  не соотв-ен та точка  $x, y$ , а другая)  $\Rightarrow$  мы можем посчитать макс кол-во точек  $x, y$  внутри или на границах  $P, T, F, O$ .  $10 \times 25 = 250$ , для каждой соотв 13 точек  $\Rightarrow$  всего пар  $250 \times 13 = 3250$ . Вне пар-границ  $P, T, F, O$  нет точек  $x_2, y_2$  будет не из условия (следствие из рисунка)  $\Rightarrow$  ответ 3250

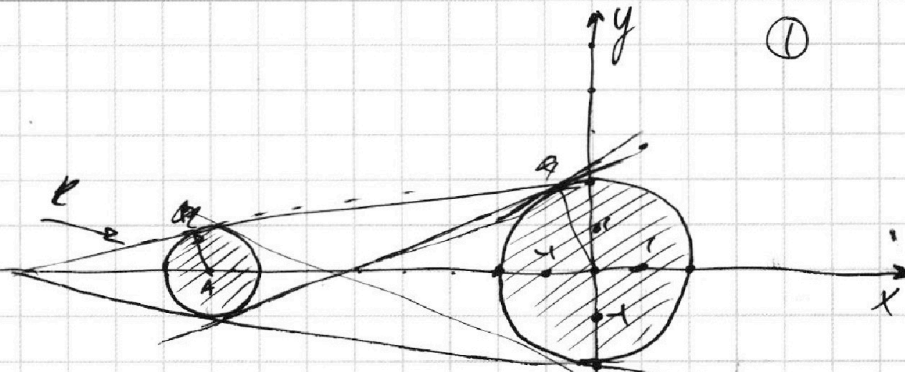
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



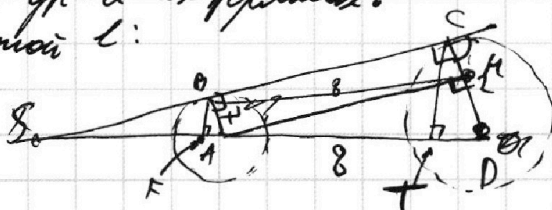
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



II уравнение задает своим решением область двух кругов с радиусами 2 и 1, располож как на картинке

Тогда мы а-модее и б-модее, то  $ax - y + 10b = 0$  задает область правую, левую, или заштрихованную. Заметим что прямая касаясь 2 окр-тей дает 2 решения омонии, пересек окр-ть с 2 решениями, не соприкосн. ни с 1 окр-ю - Орешки, соприкоснов. с 1 окр-ю - 1 решение  $\Rightarrow$  нас интересуют только касательные к 2 окр-тям (как известно, их 4, 2 внеш, 2 внутр.) Найдём ур-я их прямых.

Для прямой l:



K - выс. перпенд. из S на AD.

ABCD - трапеция так  $AB \perp BC$ ,  $DC \perp BC$  так  $BC$  - радиус перпенд касат провод в точку касания.  $ABND$  - трапеция так как  $AN \parallel AB$  так  $AN \parallel AD$  и  $AN \perp AD$  так  $AN \parallel BC$ ,  $AN \perp CD$ ,  $BC \perp CD \Rightarrow$

$AK \parallel BC \Rightarrow \angle KAD = 90^\circ$   
 $\angle BCK = 90^\circ$   
 $AKCK$  - трапеция.

Тогда  $AK = CK = 1$   $KD = CD - CK = 1$

$$AK = \sqrt{AD^2 + DK^2} = \sqrt{63} = BC$$

$S = BC \perp AD$  из подобия трапеций  $\Delta SBC$  и  $\Delta SBA$  верш S

$$SBA \text{ и } SCD \Rightarrow \frac{SA}{AB} = \frac{SD}{CD} = \frac{SA+AD}{CD} \Rightarrow SA=8, SB = \sqrt{SA^2 - AB^2} = \sqrt{63}$$

BF - высота  $\Delta SBA$ , CT - выс. на  $\Delta SCD$ .  $BF = \frac{SB \cdot AB}{SA} = \frac{\sqrt{63}}{8}$

$$FA = \sqrt{AB^2 - BF^2} = \sqrt{1 - \frac{63}{64}} = \frac{1}{8} \Rightarrow FD = \frac{1}{8}$$



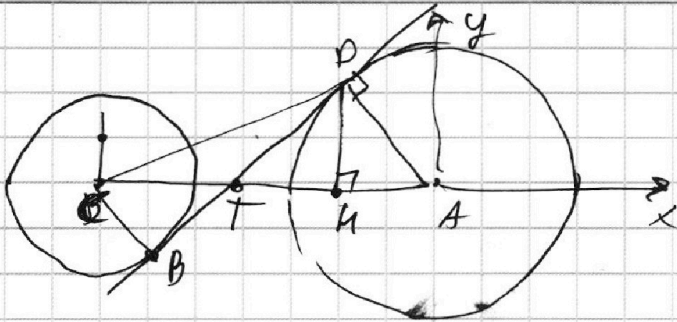
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Аналог. считаем:  $\triangle CBT \sim \triangle ADT$  по 2L ( $\angle CBT = \angle ADT$ )  
еще  $\angle T$  общий ( $T = CA \cap BD$ )  $\frac{1}{90^\circ}$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{CT}{TA} &= \frac{BC}{AD} \\ CT + TA &= 8 \end{aligned} \right. \Rightarrow CT = \frac{8}{3}, TA = \frac{2}{3} \cdot 8 = \frac{16}{3}$$

$$TD = \sqrt{TA^2 - AD^2} = \sqrt{\frac{16^2}{9} - 4} = \frac{2}{3} \sqrt{55}$$
$$T = \left( -\frac{16}{3}; 0 \right)$$

$$DK = \frac{TD \cdot AD}{TA} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3} \sqrt{55}}{\frac{16}{3}} = \frac{\sqrt{55}}{4} \quad MA = \sqrt{DA^2 - MD^2} = \sqrt{4 - \frac{55}{16}}$$

$$D = \left( -\frac{3}{4}; \frac{\sqrt{55}}{4} \right)$$

$$= \sqrt{\frac{9}{16}} = \left( \frac{3}{4} \right)$$

ур-е прямой через T и D:  $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x + \frac{3}{4}}{-\frac{3}{4} + \frac{16}{3}} = \frac{y - \frac{\sqrt{55}}{4}}{\frac{\sqrt{55}}{4} - 0}$

$$\frac{(4x+3)3}{55} = \frac{4y-\sqrt{55}}{\sqrt{55}} \quad \frac{(4x+3)x}{\sqrt{55}} = 4y-\sqrt{55}$$

~~$12x\sqrt{55} + 9\sqrt{55} = 44y - \sqrt{55}$~~   
 ~~$12x + 9 + 55 = 44y - 1$~~   
 ~~$12x + 64 = 44y$~~   
 ~~$\frac{3x}{\sqrt{55}} + \frac{16}{\sqrt{55}} = 4y$~~   
 ~~$-(\frac{3x}{\sqrt{55}} + \frac{16}{\sqrt{55}}) = 4y$~~

Ответ:  $\alpha = \pm \frac{12}{\sqrt{55}}$   
 $\alpha = \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \pm \frac{1}{\sqrt{63}}$

ур-е прямой через кас-ной

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Продолжим

(2)

Тогда  $B = \left(-\frac{81}{8}, \frac{\sqrt{63}}{8}\right)$

$CT = \frac{SC \cdot CD}{SD} = \frac{4\sqrt{63}}{16} = \frac{\sqrt{63}}{4}$   $TD = \sqrt{CP^2 - CT^2} = \sqrt{4 - \frac{63}{16}} =$

$= \sqrt{1 - \frac{15}{16}} = \frac{1}{4} \Rightarrow C = \left(-\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{63}}{4}\right)$

Ур-е прямой:  $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$

$\frac{x + \frac{65}{8}}{\frac{-65}{8} + \frac{y}{8}} = \frac{y - \frac{\sqrt{63}}{8}}{\frac{\sqrt{63}}{8} - \frac{\sqrt{63}}{4}} \Rightarrow$

$\frac{8x + 65}{-63} = \frac{8y - \sqrt{63}}{-\sqrt{63}}$

$8\sqrt{63}x + 65\sqrt{63} = 8 \cdot 61y - 61 \cdot \sqrt{63}$

$8\sqrt{63}x + 4\sqrt{63} = 8 \cdot 61y$

$2\sqrt{63}x + \sqrt{63} = 122y$

$y = \frac{2\sqrt{63}x + \sqrt{63}}{122}$

$\frac{8x + 65}{\sqrt{63}} + \sqrt{63} = y$

$\frac{x}{\sqrt{63}} + 16\sqrt{63} = y$

Тогда при  $a = \frac{2\sqrt{63}}{122}$  найдем  $b = \frac{\sqrt{63}}{122}$

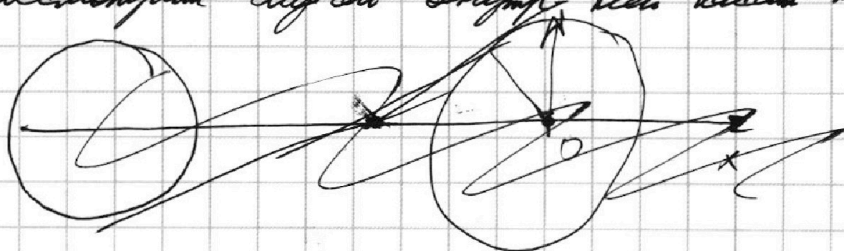
В силу симметрии относительно ОХ: прямая  $y = \left(\frac{x}{\sqrt{63}} + 16\sqrt{63}\right)$  является

прямая  $y = -\frac{2\sqrt{63}}{122}x - \frac{\sqrt{63}}{122}$  тоже касат-ва

II Внешн касат-ной

Тогда при  $y = -\frac{2\sqrt{63}}{122}$  найдем  $b = -\frac{\sqrt{63}}{122}$

Рассмотрим случаи внешн касат-ной:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(a+b) (a+b, a^2 - 6ab + b^2)$$

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}, \quad bc : 2^{12} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{17}$$

$$34 \cdot 17 = 578$$

$$37 \cdot 17 + 10 = 629$$

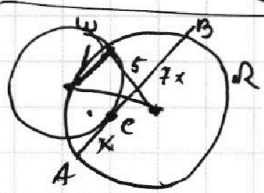
$$(a+b, a^2 - 6ab + b^2 - (a+b)^2)$$

$$(a+b, 8ab) \quad \textcircled{8}$$

$$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{51} \cdot 7$$

$$(abc)^2 = k \cdot 2^{51} \cdot 7^{54}$$

$$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{27}$$



$$a+b=10$$

$$b+c=17$$

$$a+c=37$$

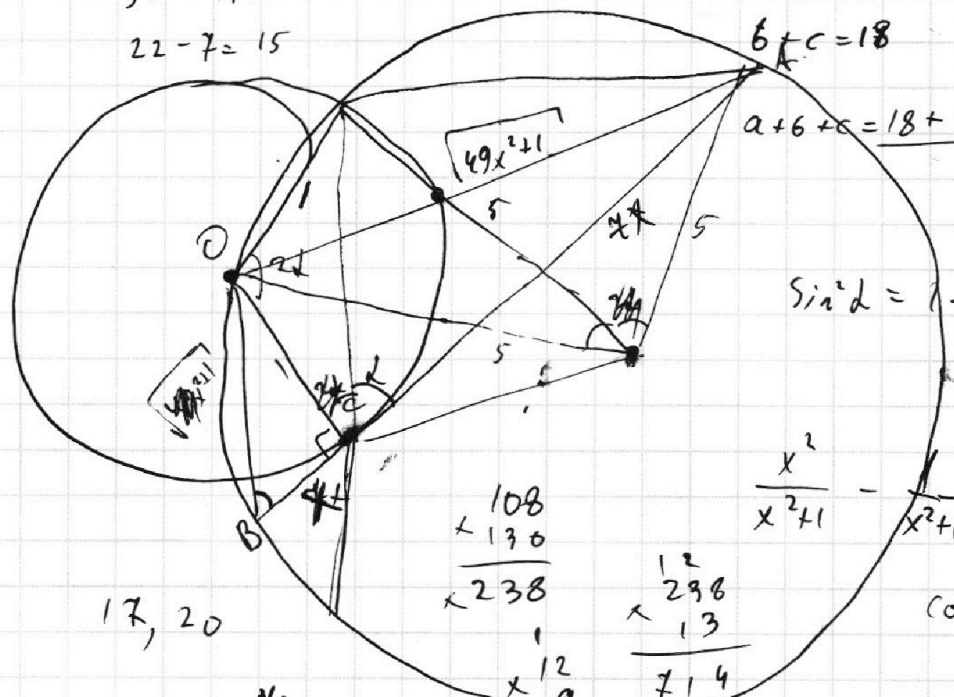
$$a+c=20 \rightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=6 \\ c=12 \end{cases}$$

$$32 - 17 = 15$$

$$22 - 7 = 15$$

$$a+b+c = 18 + 14 + 20 = 52$$

$$\frac{52}{2} = 26$$



$$\sin^2 d = 1 - \frac{x^2}{x^2+1} = \frac{1}{x^2+1}$$

$$\frac{x^2}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+1} = \frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$17, 20$$

$$\cos \angle d = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\cos^2 d = \frac{x^2}{x^2+1}$$

$$\cos(\frac{\pi}{6}) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos^2 a - \sin^2 b$$

$$\cos(\frac{\pi}{6}) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x^2+1} - \frac{x^2}{x^2+1} = \frac{1-x^2}{x^2+1}$$

$$\sin^2 d = 1 - \cos^2 d = 1 - \frac{1}{x^2+1} = \frac{x^2}{x^2+1}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ \times 130 \\ \hline 238 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 298 \\ \hline 714 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ \times 12 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ \times 130 \\ \hline 238 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2(x - 2,5x + 1,5) = 2(x - 1,25)^2 +$$

$$\begin{array}{r} x \quad 1,25 \\ \times \quad 1,25 \\ \hline 125 \\ 250 \\ \hline 125 \\ \hline 15,725 \end{array}$$

$$t = 2x^2$$

$$-5x, 2x$$

$$-x$$

$$t = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$t^2 - \sqrt{t + 7x - 2} = 2 - 7x$$

$$t^2 - \sqrt{t - 6} = 6$$

$$t^2 - 6 = \sqrt{t - 6}$$

$$x^2 - 2x + x^2 - 5x + 3 + 7x - 2 = x^2 + 2x + 1$$

$$(x+1)^2 = \sqrt{t^2 - 6}$$

$$(x+1)^4 = t^2 - 6 = 2x^2 - 5x + 3 + 2 - 7x = 2x^2 - 12x + 5$$

$$(x+1)^4 = 2x^2 - 12x + 5$$

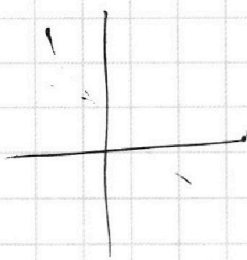
$$(-16; 0); \left(-\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{63}}{4}\right)$$

$$\frac{x+16}{-16 + \frac{1}{4}} = \frac{y}{-\frac{\sqrt{63}}{4}}$$

$$\frac{x\sqrt{63}}{4} + 4\sqrt{63} =$$

$$\frac{x+16}{-63} = \frac{y}{-\sqrt{63}}$$

$$\frac{x}{\sqrt{63}} + 16\sqrt{63} = y$$



$$\frac{8x + 65 + \sqrt{63}}{\sqrt{63}} = y$$

$$8x +$$

$$\begin{array}{r} 65 + 63 = 128 \\ \hline 6 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\frac{128}{\sqrt{63} \cdot 8}$$

$$64$$

$$128$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{36 - 10}}{2}$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 4 \\ \hline 64 - 9 = 55 \end{array}$$



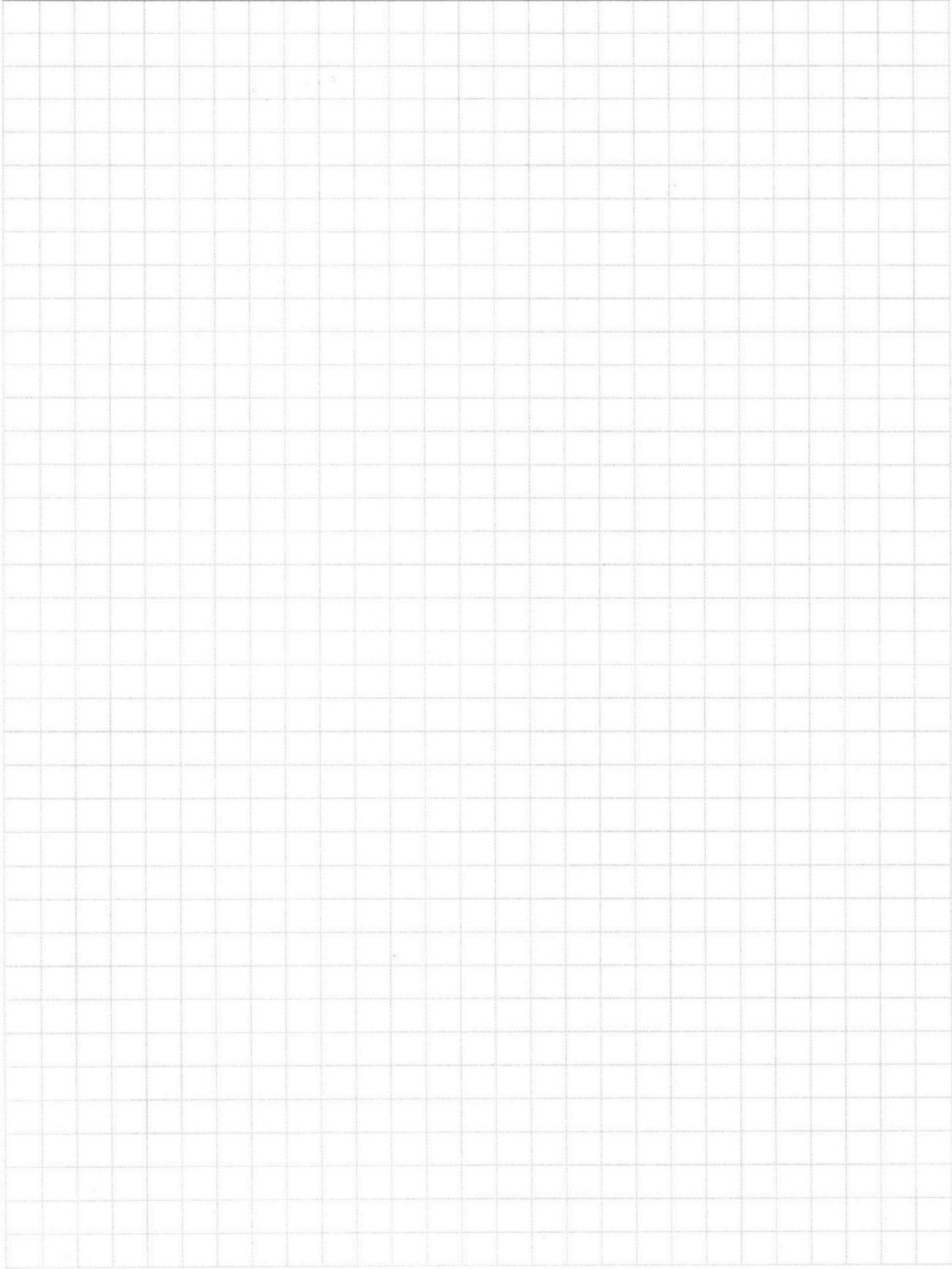
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



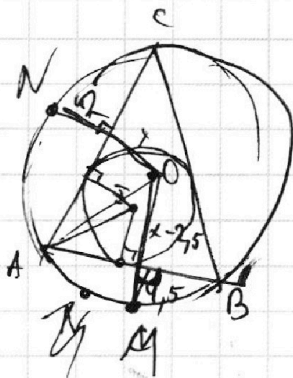
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2 + x = y + 4,5$$

$$y = x - 2,5$$

$$a + b = 14$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4,5 \\ \times 4,5 \\ \hline 22,5 \\ 180 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 4,5 \\ \times 4 \\ \hline 180 \end{array}$$

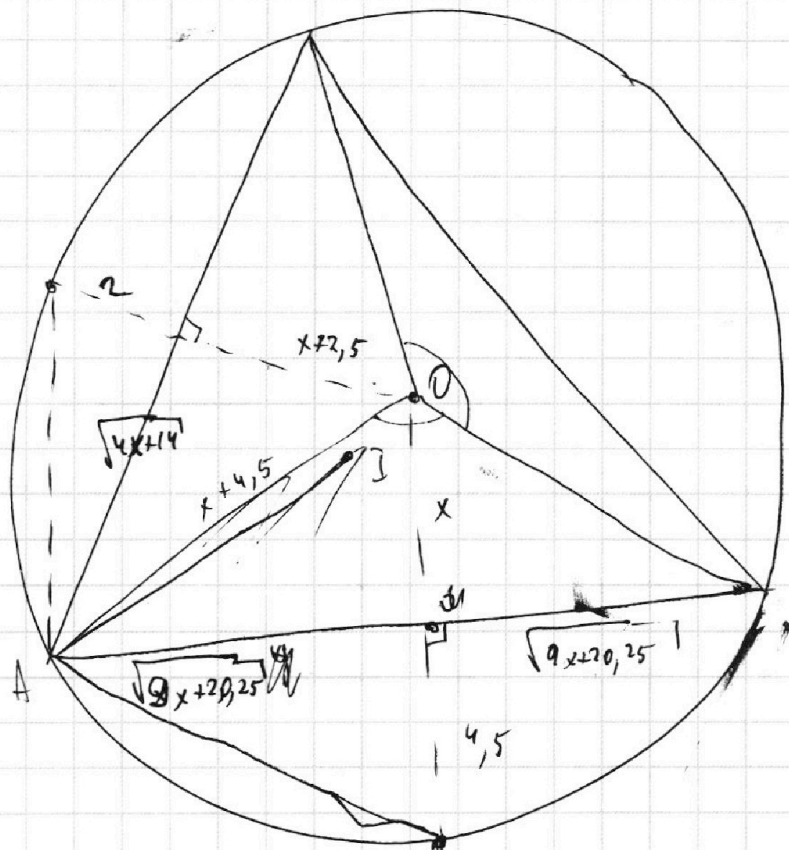
$$(x + 4,5)^2 - x^2 = 9x + 5$$

$$\begin{array}{r} 22,5 \\ 180 \\ \hline 20,25 \end{array}$$

$$x + 2,5$$

$$x^2 + 9x + 20,25 - x^2 - 5x = 6,25$$

$$\begin{array}{c} 2,5 \\ \text{---} \\ 4x + 14 \end{array}$$



$$\frac{(x + 4,5) \sqrt{4x + 14}}{2} = \frac{1}{2} (x + 4,5) \cdot \frac{\sqrt{4x + 14}}{x + 4,5}$$

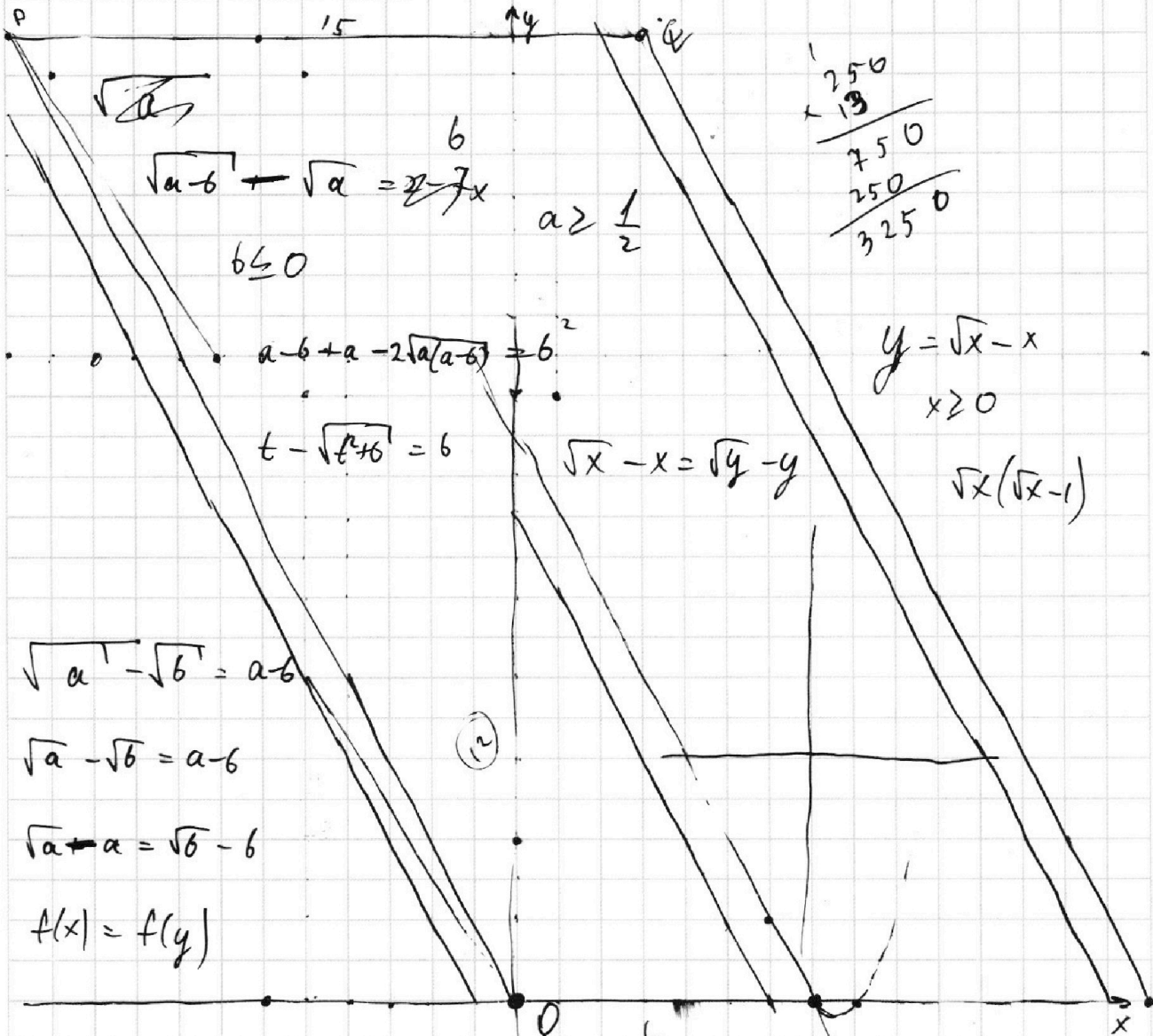
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{a-b} + \sqrt{a} = 2 - 7x$$

$$b \leq 0$$

$$a \geq \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ \times 13 \\ \hline 750 \\ 250 \\ \hline 3250 \end{array}$$

$$a-b + a - 2\sqrt{a(a-b)} = b^2$$

$$t - \sqrt{t^2 + 6} = 6$$

$$\sqrt{x} - x = \sqrt{y} - y$$

$$y = \sqrt{x} - x$$

$$x \geq 0$$

$$\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a-b$$

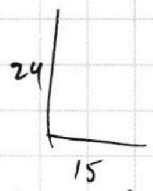
$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a-b$$

$$\sqrt{a} + a = \sqrt{b} - b$$

$$f(x) = f(y)$$

(12)

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$



$$\frac{24}{15} = \frac{8}{5} = \frac{8}{4}$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$y_1 =$$

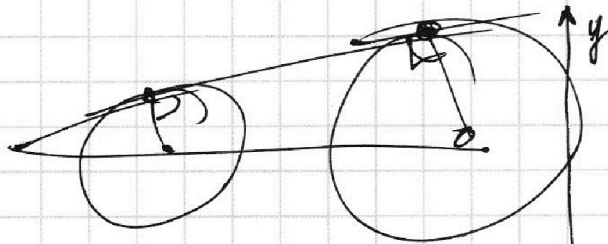
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

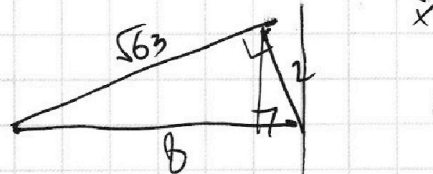
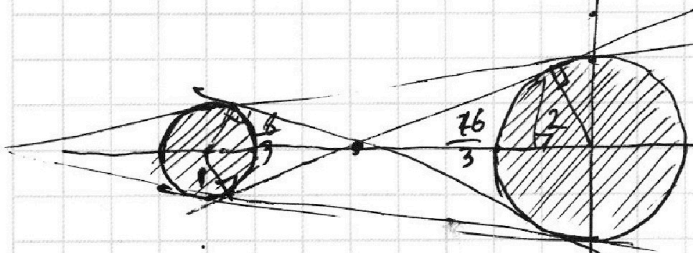
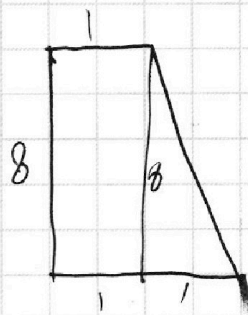
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax + 10b = y.$$



$$\left(\frac{1}{8}a\right)$$

$$50 - 50 = \frac{x^2 - 1}{x + 1} = 49x^2 + 1$$

$$50x + 50 - 50x + 50 = (49x + 1)(x + 1) = 49x^2 + 50x + 1$$

$$99 = 49x^2 + 50x$$

$$49x^2 + 50x - 99 =$$

$$= (x - 1) \left(x + \frac{99}{49}\right) \frac{1}{8} x + x = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\frac{1}{8} x + 6 = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\frac{1}{64} x^2 + \frac{1}{4} x + 6 + 6 = x^2 - 4$$

$$16^2 - 4 =$$



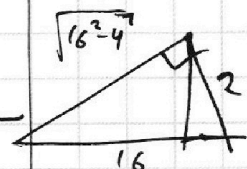
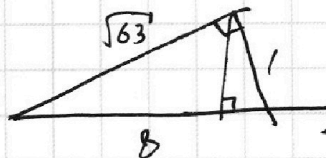
$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 4 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times 16 \\ \hline 256 - 36 = \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 108 \\ \hline \times 238 \\ 238 \\ \hline \times 714 \\ 238 \\ \hline 3094 \end{array}$$

$$64 - 9 = 55$$



$$\frac{\sqrt{63}}{8}$$

$$\frac{16^2 - 4}{16}$$

$$\frac{110}{2} - 64 - 55$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t \geq \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$t^2 = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \rightarrow 1+1 = \left(\frac{1}{2}\right) \quad t \geq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{t^2 + 2 - 7x} = t = 2 - 7x, \quad t \geq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1 + 2 - 7x} - t = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - t = 2 - 7x$$

$$\sqrt{t^2 + 6} - t = 6$$

$$\sqrt{t^2 + 6} = 6 + t$$

$$t^2 + 6 = 6^2 + t^2 + 26t$$

$$\sqrt{2x^2 + 9} - \sqrt{2x^2 + 1} \geq 2 - 7x$$

$$0 \geq 2 - 7x$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{b} + \sqrt{a} \quad \sqrt{b^2+a} \leq \sqrt{a+b}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a+b} = b$$

$$\sqrt{a} \leq b + \sqrt{a+b}$$

$$7+8, 49+8 - 6 \cdot 7$$

дел. 6

$$16 \quad 50 - 42 = 8$$

$$t = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$t^2 - \sqrt{t^2 + 7x - 2} = 2 - 7x$$

$$2x^2 + 2x + 1$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{a+b} = b$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{a+b} + b \Rightarrow b = 0$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a-b} = b$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{a-b} + b$$

$$a = a - b + b^2 + 2b\sqrt{a-b}$$

$$b = b^2 + 2b\sqrt{a-b}$$

$$1 = b + 2\sqrt{a-b}$$

$$\sqrt{a} = b + \sqrt{a-b}$$