



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Заметим, что если  $ac: 2^{23} \cdot 7^{39}$ , то  $\min ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$

Тогда  $\neq ab: 2^{15} \cdot 7^{18}$

$bc: 2^{17} \cdot 7^{18}$  заметим, что 7 у нас хватает (в смысле  $\min abc$  содержит  $7^{39}$ , т.к. 7 можно разложить в  $a$  и  $c$  так, чтобы  $ab: 2^{15} \cdot 7^{18}$ , а  $bc: 2^{17} \cdot 7^{18}$ )

А вот с 2 есть проблема т.к.  $ac$  содержит только 23 "2", тогда  $\neq abc: 2^{32} \cdot 7^{29}$ , тогда  $b^2: 2^9 \Rightarrow \min b = 2^5$

Давайте поймём, что  $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$   $\min$ , ну мы знаем, что  $ac$  меньше чем  $2^{23} \cdot 7^{39}$  быть не может.

Ну тогда допустим  $ac \gg 2^{23} \cdot 7^{39}$  но  $ac < 2^{28} \cdot 7^{39} \Rightarrow \Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{55} \cdot 7^{68} \Rightarrow abc: 2^{28} \Rightarrow$  мы нашли минимальное  $abc$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ , пусть  $E_m$  существует  $m$ , такое что

$(a+b):m$  и  $(a^2-7ab+b^2):m$ , причём  $m - \max$ .

$\nexists a^2-7ab+b^2 = (a+b)^2 - 9ab$ , т.к.  $a+b:m \Rightarrow$   
 $\Rightarrow (a+b)^2:m \Rightarrow 9ab:m$ .

Пусть  $a+b=mk, k \in \mathbb{N}$ , а  $9ab=ms, s \in \mathbb{N}$

Тогда  $9abk = a+b(a+b)s = a^2+2ab+b^2$

Ну, т.к.  $9abk:a$ , то  $(a+b)s+a^2:a$ , т.к.  $a^2:a$ , то  
 $sb:a \Rightarrow$ , но  $\forall \lambda$ , где  $\text{НОД}(b;a)=1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow s:a$

Аналогично  $s:b \Rightarrow s:ab$

Пусть  $s=abrt, r \in \mathbb{N}$

Тогда

$$9ab = mabrt$$

$$9 = mrt$$

$$m_1=1$$

$$r_1=9$$

$$m_2=3$$

$$r_2=3$$

$$m_3=9$$

$$r_3=1$$

(т.к.  $m$  и  $r \in \mathbb{N}$ )

Тогда  $\max m=9$

Приведём пример:  $a=4; b=5$  ( $\text{НОД}(4;5)=1$ )

$$\frac{4+5}{4^2+5^2-7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{-99} = -\frac{1}{11}$$

Ответ:  $m=9$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

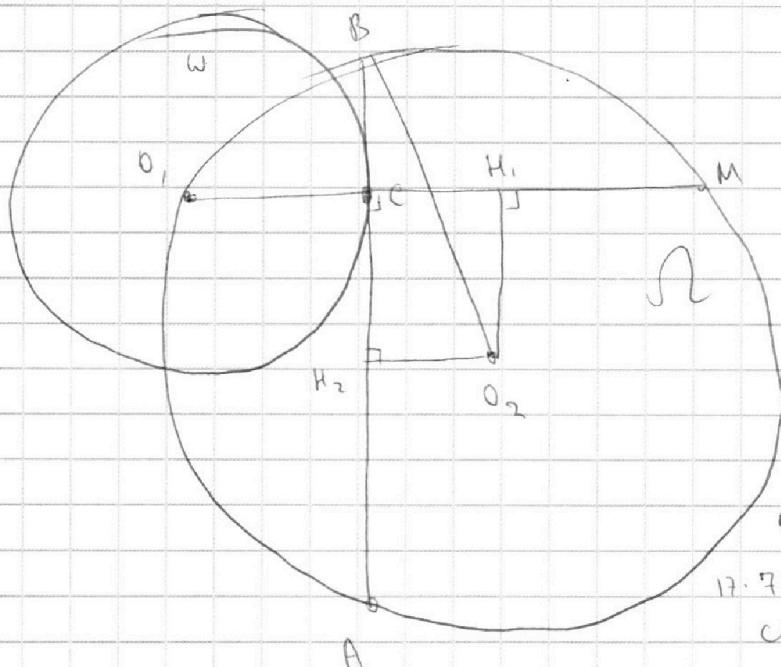
1   
 2   
 3   
 4   
 5   
 6   
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3



$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$   
 Проведем  $O_2H_1$ ,  $K_2O_2$ ,  
 $O_1M$  как показано  
 на рис. т.е.  
 $O_1C \perp O_2M = M$   
 $O_2H_1 \perp O_1M = H_1$   
 $O_2H_2 \perp AB = H_2$   
 Тогда пусть  $BC = 7x$   
 А  $AC = 17x$

$O_1C \cdot CM = BC \cdot AC$  (ср. хорд)  
 $17 \cdot 7x^2 = 7 \cdot CM$   
 $CM = 13x^2$

Кроме того  $O_1, O_2, M, O_1H_1 = H_1, M$  ( $O_2H_1 \perp O_1M \Rightarrow$  диаметр  $HO_1M$ )  
 и  $H_2$  - середина  $AB$

Тогда  $CH_1 = O_1H_1 - O_1C = \frac{17x^2 + 7}{2} - 7x = \frac{17x^2 - 7}{2} = CH_2$  (ср.  $O_2H_1$  в  $\triangle O_1H_1M$ )

$BH_2 = \frac{17x + 7x}{2} = 12x$     Проведем  $BO_2 = R = 13$

$\triangle BO_2H_2$ : по Т. Пифагора:  $(12x)^2 + (\frac{17x^2 - 7}{2})^2 = 169$

$144 \cdot 4x^2 + (17x^2 - 7)^2 = 169 \cdot 4$

$144 \cdot 4x^2 + 289x^4 - 2 \cdot 17 \cdot 7x^2 + 49 = 169 \cdot 4$

$576x^2 + 289x^4 - 238x^2 + 49 = 169 \cdot 4$

$(17x^2 + 7)^2 = 169 \cdot 4$

$17x^2 + 7 = 13 \cdot 2$

$17x^2 = 19$

$x^2 = \frac{19}{17}$ , т.к.  $x > 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{19}{17}}$

$AB = 24x = 24 \sqrt{\frac{19}{17}}$

Ответ:  $AB = 24 \sqrt{\frac{19}{17}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Заметим, что  $3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 + 1 - 9x$

Тогда пусть  $3x^2 + 3x + 1 = t$ , а  $1 - 9x = d$ .

тогда:

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{t} = d \quad | \cdot (\sqrt{t+d} + \sqrt{t}) \neq 0, \text{ т.к. } 0 \text{ достигается}$$

никогда

или  $\sqrt{t} = 0$ , но  $\sqrt{t}$  может не быть 0.

тогда  $t+d - t = d(\sqrt{t+d} + \sqrt{t})$   
 $d = d(\sqrt{t+d} + \sqrt{t})$

1)  $d=0 \Rightarrow 1-9x=0$   
 $x = \frac{1}{9}$

2)  $d \neq 0 \Rightarrow 1 = \sqrt{t+d} + \sqrt{t}$

$\sqrt{t}$  и  $\sqrt{t+d}$  - всегда больше 0  $\Rightarrow \sqrt{t}$  достигает минимума, когда  $\sqrt{t+d}$  достигает минимума

при  $x = x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \min t = \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{t} > 1$ , а  $\sqrt{t+d} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{t+d} + \sqrt{t} > 1 \Rightarrow$  уравнение  $\sqrt{t+d} + \sqrt{t} = 1$  не имеет корней.

Ответ:  $x = \frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

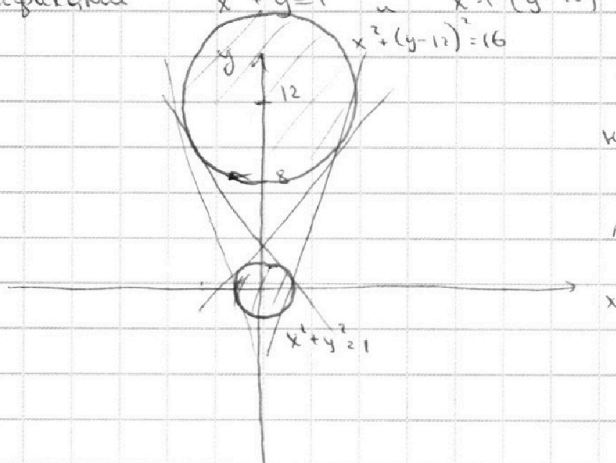
$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

схематично

Далее изображим второе неравенство графически:

графиками  $x^2+y^2=1$  и  $x^2+(y-12)^2=16$  являются окр.

$$x^2+(y-12)^2=16$$



Тогда решением неравенства будет множество точек в окр, в том числе граница

$\times$   $ax+y-8b=0$  — это прямая, тогда, чтобы было только 2 решения нужно, чтобы она касалась двух окр. одновременно как показано на рис. Т.е. всего 4 прямых

Тогда нам нужно решить систему:

$$\begin{cases} x^2+(8b-ax)^2=1 & (1) \\ x^2+(8b-ax-12)^2=16 & (2) \end{cases}$$

так, чтобы каждое уравнение имело всего лишь 1 корень, т.е.  $D=0$

$$(1) \quad x^2 + x^2(a^2+1) - 16abx + 64b^2 - 12 = 0$$

$$D = a^2 - 64b^2 + 1 = 0$$

$$(2) \quad (a^2+1)x^2 + ax(24-16b) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

$$D = a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$$

$$\begin{cases} a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \\ a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \end{cases}$$

$$-60b^2 - 12b + 9 = 0$$

$$60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$b_1 = -\frac{1}{2} \quad (1) \quad a^2 - 64\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -1 \quad a^2 = 15 \Rightarrow a = \pm\sqrt{15}$$

$$b_2 = \frac{3}{10} \quad (2) \quad a^2 - 64\left(\frac{3}{10}\right)^2 = -1 \quad a^2 = \frac{169}{25} - 1 = \frac{119}{25}$$

$$a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt{15}; -\frac{\sqrt{119}}{5}; \frac{\sqrt{119}}{5}; \sqrt{15}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

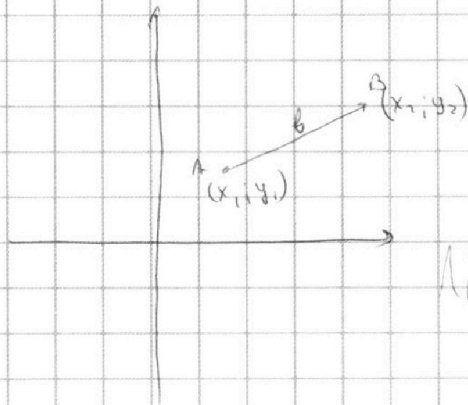
- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



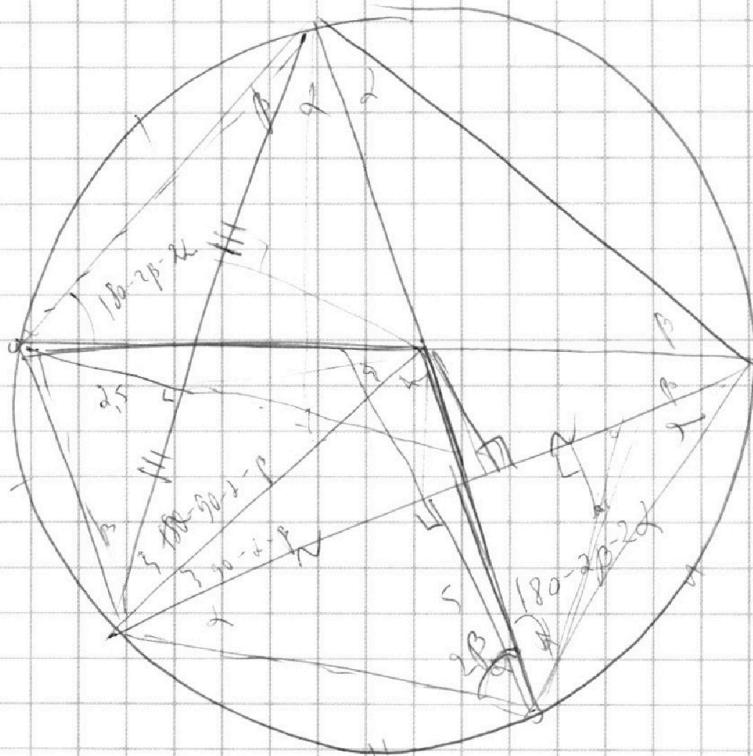
№5. Давайте возьмём любой вектор с координатами  $x_1(x_2-x_1); (y_2-y_1)$



$\text{угол } AB = \beta$   
 $2x_2 - x_1 - y_2 - y_1$

$180 - 2\alpha - 2\beta$

$\frac{b}{\sin \alpha}$      $\frac{r}{\sin \beta}$



$\frac{R}{r} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

$\frac{2R \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{r \sin \beta}{\sin \alpha}$

$\frac{r}{\sin \alpha} = \frac{2R \sin \alpha}{\sin \beta}$   
 $\frac{r}{\sin \beta} = \frac{2R \sin \alpha}{\sin \alpha \sin \beta}$   
 $r = 2R \sin \alpha$   
 $(180 - 2\alpha - 2\beta)$   
 $2 \cdot \frac{52.5}{150 \cdot \sin \beta} = \sin(180 - 2\alpha - 2\beta)$

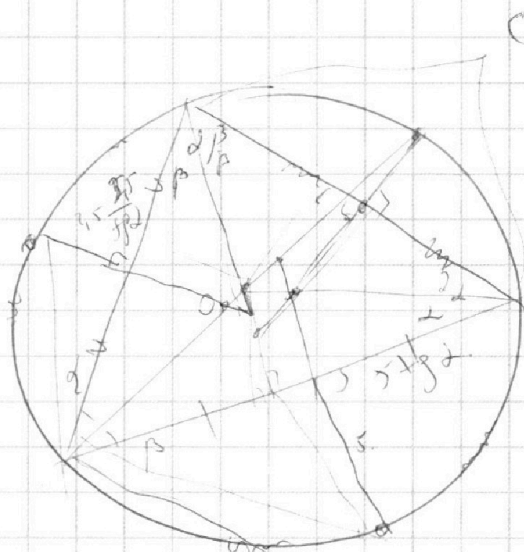
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{10}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{5}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \dots$$

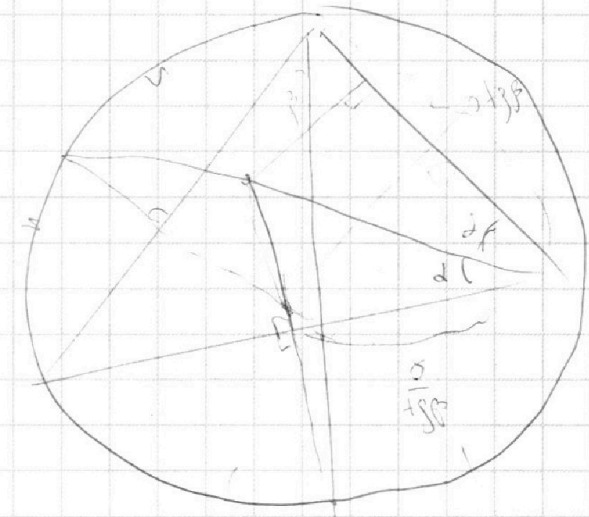
$$\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$

$$\frac{x \operatorname{tg} \beta = 2 \operatorname{tg} \alpha - 2x \operatorname{tg} \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

$$x = \frac{\operatorname{tg} \beta + 2 \operatorname{tg} \alpha}{\dots}$$

$$x \operatorname{tg} \beta = 2 \operatorname{tg} \alpha - 2x \operatorname{tg} \alpha$$

$$x = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha - 2 \operatorname{tg} \beta}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$



$$\frac{x \operatorname{tg} \beta}{\dots} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$x = \frac{5 \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



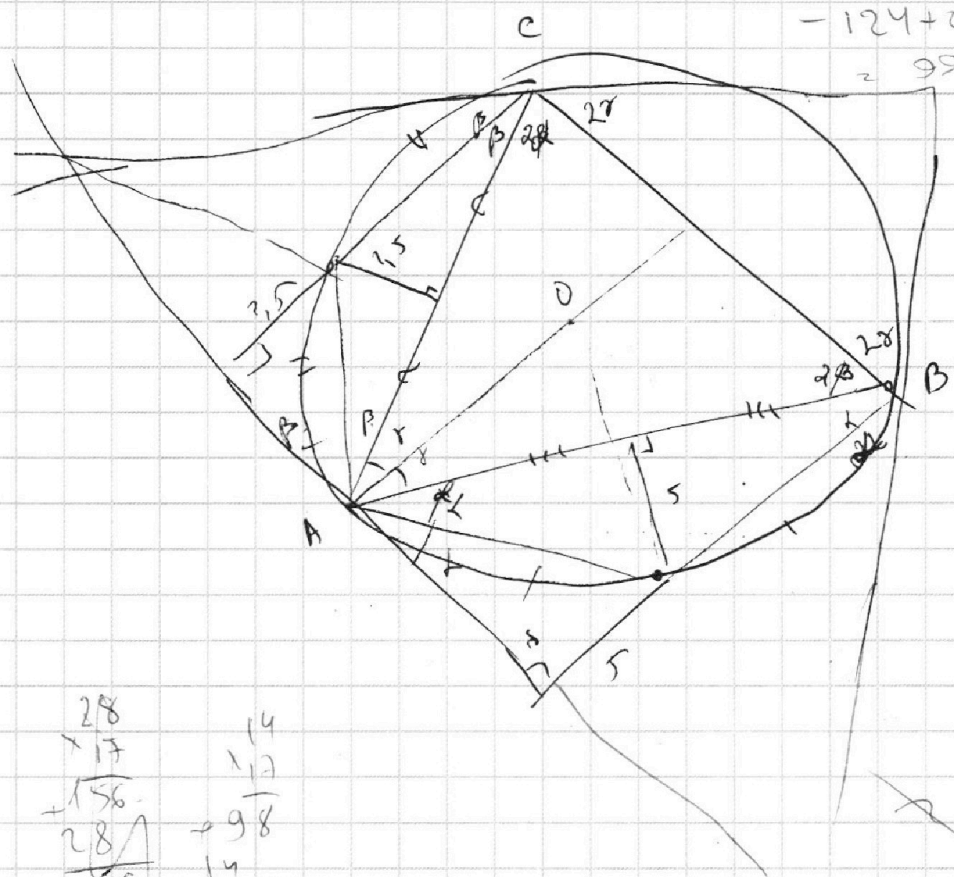
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$16 - 7 \cdot 4 + 25 = 140$$

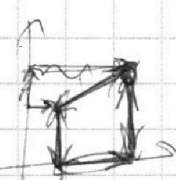
$$-124 + 25 = A_0 - ?$$

$$= 99$$



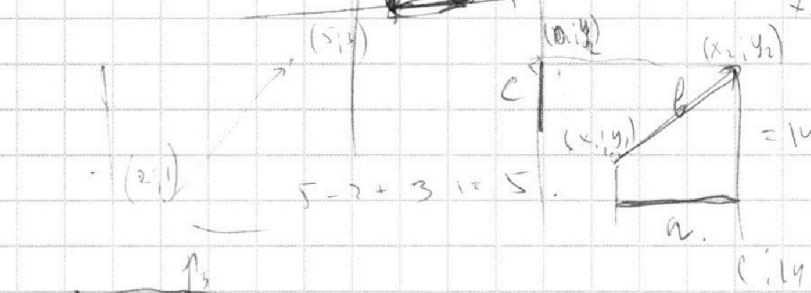
$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 17 \\ \hline 196 \\ 280 \\ \hline 476 \\ \div 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline 28 \\ 140 \\ \hline 168 \end{array}$$



$$-14 = 0$$

$$(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) + z_2 - z_1 = 14$$



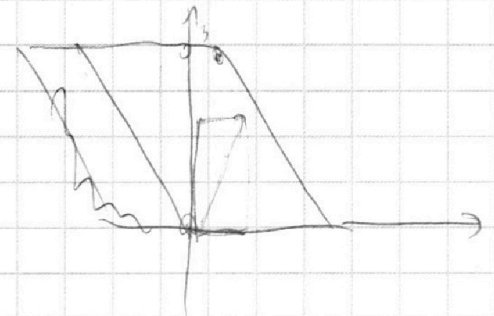
$$b + a = 14$$

$$a^2 + c^2 = b^2$$

$$c^2 = (b-a) \cdot 14$$

$$c^2 = 14$$

$$c = \sqrt{14}$$



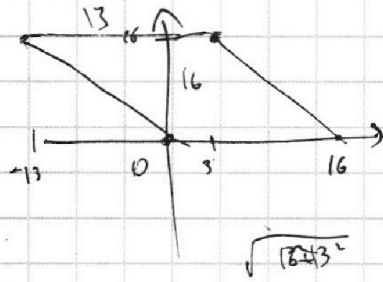
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



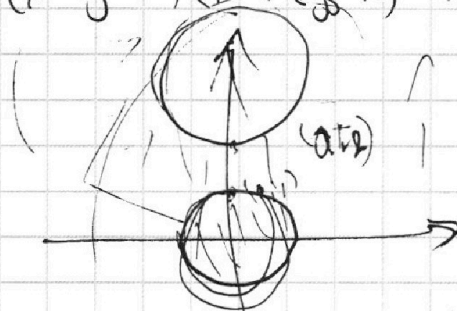
$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(y_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$(x_1, y_1) - (x_2, y_2) + x_2 + y_2 = 14$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) = 0$$



$$x^2 + (y - 1)^2 = 1$$

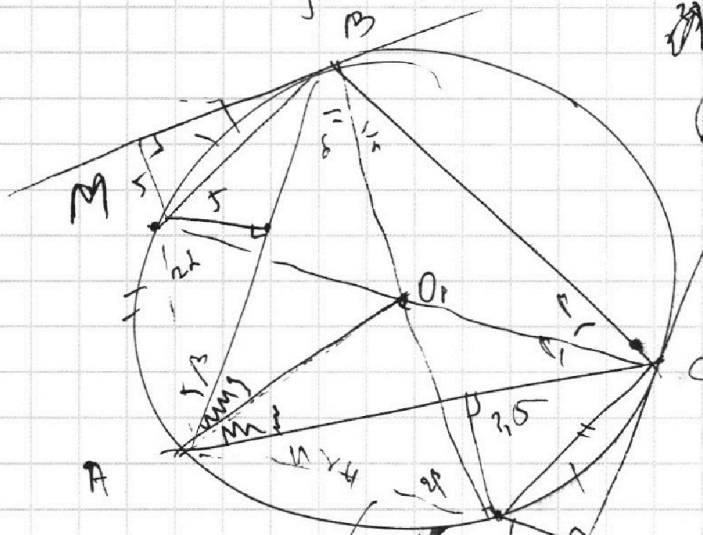
$$a = \frac{2^{15} \cdot 7^{11} \cdot d_1}{b}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{2^8 \cdot 7^{28}}{d_1}$$

$$1) x^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + (y - 12)^2 \leq 16$$

$$y = -ax + 8b$$



$$ab^2c : 2 \cdot 7$$

$$b^2c : 2$$

$$b : 2$$

$$ab : 2 \cdot 7$$

$$bc : 2 \cdot 7$$

$$ac : 2 \cdot 7$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot d_1$$

$$bc =$$

$$c = \frac{2^{15} \cdot 7^{11} \cdot d_1}{a}$$

$$\frac{b}{a \cdot 2 \cdot 7 \cdot d_1} = \frac{2^8 \cdot 7^{28}}{d_2}$$

$$bd_1 = 2^7 \cdot d_2 \cdot a$$

$$ac : \frac{2^{23} \cdot 7^{39}}{2 \cdot a \cdot 7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

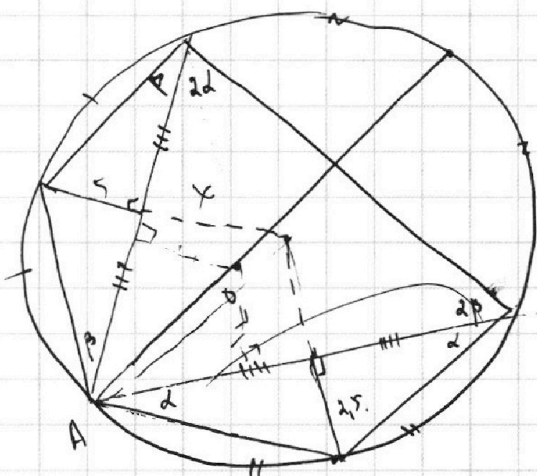
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(cos φ = cos α cos β)
   
 $2.5 \cdot 7 = R^2 \sin \alpha$

$2.5 \cdot 7 = R \sin \alpha$ 
  
 $R = 5 + x$

$$\sqrt{\left(\frac{5}{\sin \beta}\right)^2 - 2.5^2} = \frac{2.5 - 2.5 \sin \beta}{\sin^2 \beta}$$

$5 \tan \alpha = \frac{5}{\tan \beta}$ 
  
 $\tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}$

$\frac{5}{5+x} = \tan \beta$ 
  
 $x = \frac{5}{\tan \beta}$

$\frac{5}{5+x} \sin \alpha = \frac{1}{\tan \beta} \sin \beta$ 
  
 $2 \frac{5}{5+x} \sin \alpha = \frac{1}{\tan \beta} \sin \beta$

$5(x + 5 + x) = 5$ 
  
 $x(2x + 5) = \frac{5}{\tan^2 \beta}$

$5(2.5 + x + x + 5) = \frac{5}{\tan^2 \beta}$

$2.5 + 2x = \frac{2.5}{\tan^2 \beta}$

$2x + 5 = \frac{5}{\tan^2 \beta}$

$2.5 = \frac{2.5}{\tan^2 \beta} - \frac{5}{\tan^2 \beta}$ 
  
 $\frac{1}{\cos^2 \beta} + 1$

$1 = \frac{1}{\tan^2 \beta} - \frac{2}{\tan^2 \beta + 2}$ 
  
 $\frac{1}{\tan^2 \beta} = \frac{2}{\tan^2 \beta + 2}$

$\frac{2.5}{6 \cdot 10} = \frac{2.5}{6 \cdot 2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 x^2 + (8b - ax)^2 &= 1 \\
 x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 2 \cdot 8 \cdot ab \cdot x &= 1 \\
 x^2(a^2 + 1) - 16abx + 64b^2 - 1 &= 0 \\
 D &= 256a^2b^2 - 4(64b^2 - 1)(a^2 + 1) = 256a^2b^2 - 256ab^2 - \\
 &- 256b^2 + 4a^2 + 4 = 4a^2 - 64b^2 + 1 = 0
 \end{aligned}$$

$$x^2 + (8b - ax - 12)^2 = 16$$

$$x^2 + (8b - ax)^2 - 2(8b - ax) \cdot 12 + 144 = 16$$

$$x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 16abx - 192b + 24ax + 128 = 0$$

$$x^2(a^2 + 1) + ax(24 - 16b) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

$$D = a^2(24 - 16b)^2 - 4(64b^2 - 192b + 128)(a^2 + 1) =$$

$$\begin{aligned}
 &= 144a^2 - 24 \cdot 8a^2b + 64a^2b^2 - 64a^2b^2 - 64b^2 + 192a^2b + 192b - \\
 &- 128a^2 - 128 = 16a^2 - 64b^2 + 192b - 128 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 24 \\
 \times 24 \\
 \hline
 576
 \end{array}$$

$$\begin{cases}
 a^2 - 8b^2 + 12b - 8 = 0 \\
 a^2 - 64b^2 + 1 = 0
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 56b^2 + 12b - 10 &= 0 \\
 28b^2 + 6b - 5 &= 0
 \end{aligned}$$

$$D = 36 + 560 = 596 = 4 \cdot 149 = (2\sqrt{149})^2$$

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{-6 \pm 2\sqrt{149}}{28} = \frac{-6 \pm \sqrt{149}}{14} \\
 D &= 36 + 600 = 636
 \end{aligned}$$

$$30b^2 + 20b + 4b - 3 = 0$$

$$D = 16 + 240 = 16 \cdot \frac{1}{2}$$

$$b = \frac{-4 \pm 16}{40}$$

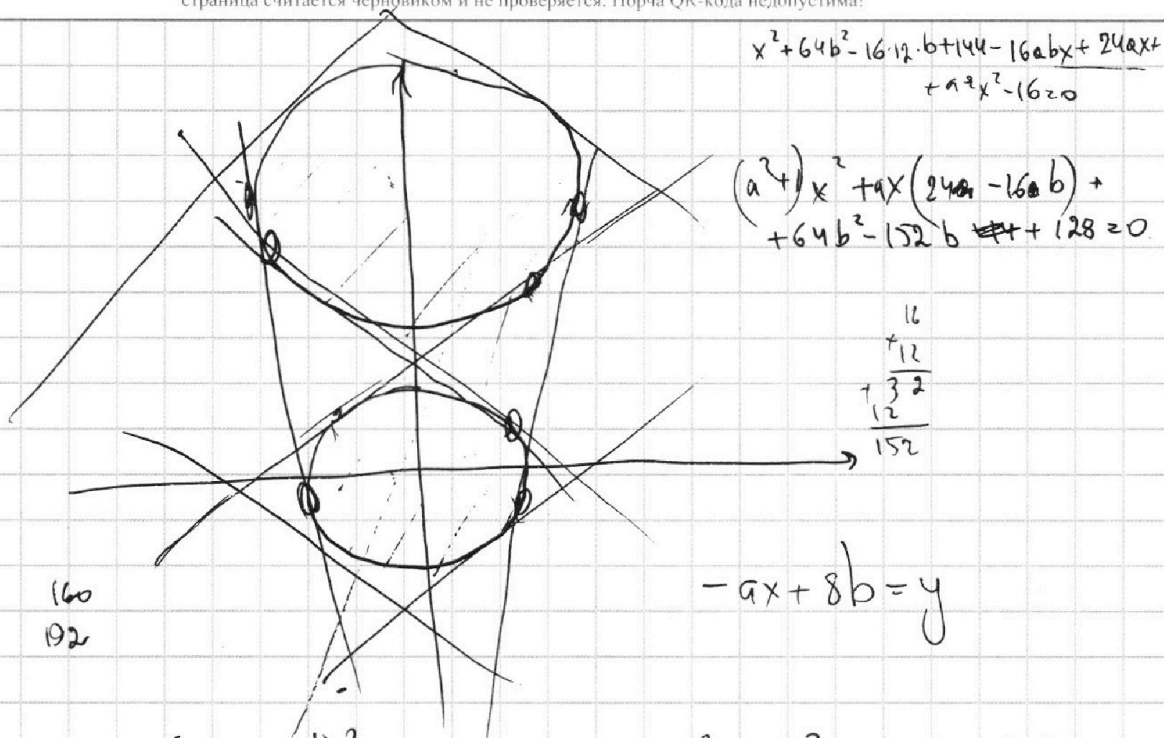
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + 64b^2 - 16 \cdot 12 \cdot b + 144 - 16abx + 24ax + a^2x^2 - 16z = 0$$

$$(a^2 + 1)x^2 + 4x(24a - 16ab) + 64b^2 - 152b + 128 = 0$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 12 \\ + 3^2 \\ 12 \\ \hline 152 \end{array}$$

$$-ax + 8b = y$$

$$\begin{cases} x^2 + (-ax + 8b)^2 = 1 \\ x^2 + (-ax + 8b - 12)^2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 64b^2 - 16abx + a^2x^2 = 1 \\ x^2 + (8b - 12)^2 - 2a(8b - 12)x + a^2x^2 = 16 \end{cases}$$

$$(-ax + 8b - 12 + ax - 8b)(-ax + 8b - 12 + ax + 8b) = 16$$

$$-24(-ax + 16b - 12) = 15$$

$$D = a^2(24 - 16b)^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 152b + 128) = 0$$

$$144a^2 - 24 \cdot 8a^2b + 64a^2b^2 - 64a^2b^2 + 152a^2b - 128a^2 - 64b^2 + 152b - 128 = 0$$

$$ax - 8b + 6 = \frac{15 \cdot 5}{24 \cdot 8}$$

$$16a^2 - 40a^2b - 64b^2 + 152b - 128 = 0$$

$$ax + 8b = -\frac{5}{8} + 6$$

$$-ax + 8b = \frac{43}{8}$$

$$\begin{cases} x + \frac{43}{8} = 1 \\ x^2 + \frac{8 + 43}{8} = 1 \end{cases}$$

$$x^2 + (a^2 + 1)x^2 - x(16 - 16abx + 64b^2 - 120)$$

$$D = 64a^2b^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 120) = 0$$

$$64a^2b^2 - 4 \cdot 64a^2b^2 + 4a^2 - 4 \cdot 64b^2 + 480 = 0$$

$$-3 \cdot 64a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0$$

$$-48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0$$

$$\begin{cases} 2a^2 - 5a^2b - 8b^2 + 19b - 16 = 0 \\ -48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{5x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 - 9x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$1 - 9x = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = d$$

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{d} = t \quad | \cdot (\sqrt{t+d} + \sqrt{d})$$

$$t+d+d - 2\sqrt{td+d^2} = t$$

$$t+2d-t^2 = 2\sqrt{td+d^2}$$

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{d} = \sqrt{(\sqrt{t+d} + \sqrt{d})}$$

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{d} = 1$$

$$gabk = sa + sb$$

$$gab = ms$$

$$s = ab$$

$$s = ab$$

$$gab = mabr$$

$$g = m$$

$$m = 1 \quad r = 2$$

$$m = 3 \quad r = 3$$

$$m = 9 \quad r = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x_0 = \frac{-3 \pm \sqrt{9-12}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$y_0 = 3 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{3-6+4}{4} = \frac{1}{4}$$

$$t+d+d+2\sqrt{td+d^2} = 1$$

$$t+2d-1 = -2\sqrt{td+d^2}$$

$$(t+2d-1)(t+2d-1) = d^2 + 2td - 1 + 2td + 4d^2 - 2d - t - 2d + 1 =$$

$$2d^2 + 4d^2 + 1 + 4d - 2t - 4d = 2d^2 + 4d^2 + 1 - 2t$$

$$69x^2 + 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 69 \cdot 4 =$$

$$16(8+69) = 16 \cdot 77$$

$$t^2 - 2(t+2d) + 1 = 0$$

$$D = (t+2d)^2 - 4$$

$$d^2 - 2t - 4d + 1 = 0$$

$$D = 4 + 16d - 4 = 16d = (4\sqrt{d})^2$$

$$t = \frac{2 \pm 4\sqrt{d}}{2} = 1 \pm 2\sqrt{d}$$

$$1 - 9x = 1 \pm 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-9x = \pm 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$

$$73x^2 - 12x + 4 = 0$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2 \cdot 7$$

$$bc : 2 \cdot 7$$

$$ac : 2 \cdot 7$$

$$9abk = 5a^2b^2$$

$$a^2b^2c^2 : 2 \cdot 15 \cdot 17 + 23 \cdot 11 + 18 + 39 = 2 \cdot 45 \cdot 68$$

$$abc : 7 \cdot 2 \cdot 23$$

$$\begin{aligned} \text{используем } S : a \\ S : b \\ S : c \end{aligned}$$

$$169 \cdot 4 = 289x^2 + 238x + 49$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$$\frac{a}{b} + 1$$

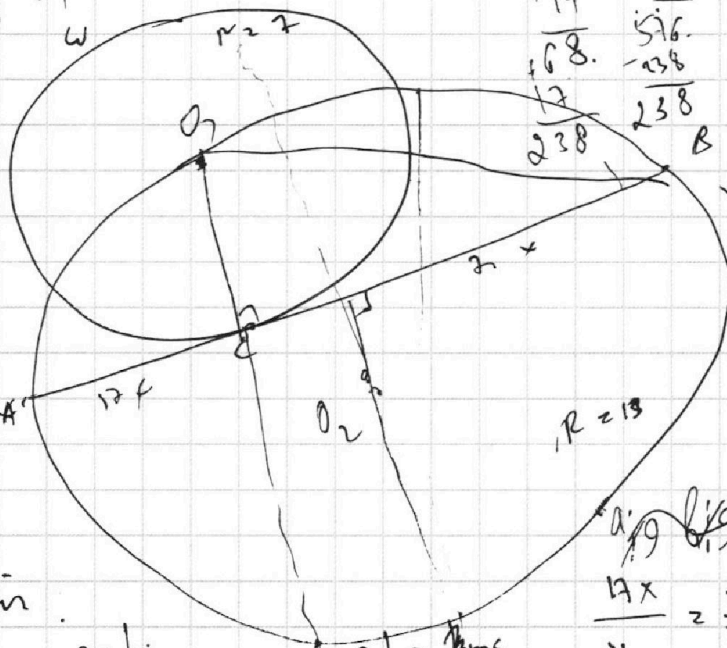
$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 7\left(\frac{a}{b}\right) + 1$$

$$169 \cdot 4 = (17x+7)^2$$

$$13 \cdot 2 = 17x^2 + 7$$

$$26 - 7 = 17x^2$$

$$\sqrt{19} \cdot 12$$



$$9ab : m \cdot s$$

$$m \cdot s : ab$$

$$\frac{(17x+7)^2}{2} - 7$$

$$\frac{(17x-7)^2}{2}$$

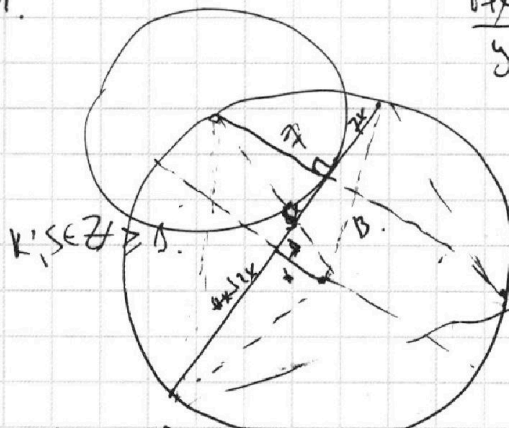
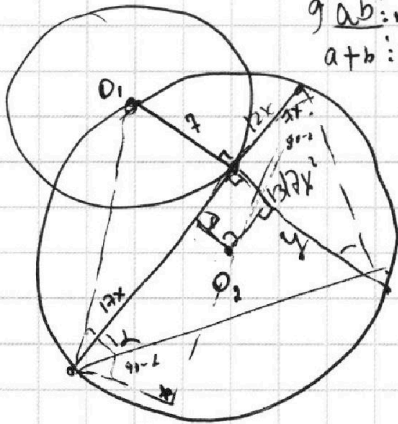
$$\frac{17x}{5} = \frac{7}{7x}$$

$$\frac{17x}{5} = \frac{1}{x}$$

$$y = 17x^2$$

$$\frac{(a+b)^2 - 9ab}{m}$$

$$\frac{9ab : m \cdot s}{a+b : m}$$



$$\frac{9ab}{s} = \frac{a+b}{k}$$

$$169 = \left(\frac{17x^2-7}{2}\right)^2 + (17x)^2$$

$$169 \cdot 4 = 289x^4 - 17 \cdot 7 \cdot 2 \cdot x^2 + 49 + 144 \cdot 4x^2$$