



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Оценка: $a^2: 3^{11} \cdot 4^{11}$, $b^2: 3^{18} \cdot 4^{16}$, $c^2: 3^{25} \cdot 4^{38} \Rightarrow$

$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2: 3^{(11+18+25)} \cdot 4^{(11+16+38)} = 3^{50} \cdot 4^{65}$ т.к. $(abc)^2$ - квадрат,

то $(abc)^2$: хотя бы $4^{66} \Rightarrow abc: 3^{25} \cdot 4^{33} \Rightarrow \min abc = 3^{25} \cdot 4^{33}$

Пример:

Осталось решить две системы

I $\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=16 \\ x+z=21 \end{cases}$

и II $\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=16 \\ x+z=38 \end{cases}$

решения I $x=4, y=4, z=14$

решения II: x

и вторая сист. $\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=16 \\ x+z=38 \end{cases}$ это предположим

$\begin{cases} y+z=16 \\ x+z=38 \end{cases}$ к z одному из значений прибавить 22

т.к. $2y+x+z=24 \Rightarrow y < 0$, а у нас x, y, z положительные степени 4. $\Rightarrow 2y+38=24+k \quad k \geq 11 \Rightarrow \min k=11$

$\Rightarrow x=22, y=0, z=16 \Rightarrow$ оценка $abc \min(abc) = 3^{25} \cdot 4^{38}$

$a = 3^4 \cdot 4^{22}, b = 3^4, c = 3^{14} \cdot 4^{16} \Rightarrow$ такой минимум не достигается.
Ответ: $\min(abc) = 3^{25} \cdot 4^{38}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \quad \frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} \quad a, b \in \mathbb{N}$$

сокр. на m дроби $\Rightarrow a+b \equiv 0 \pmod{m}$ и $a^2-8ab+b^2 \equiv 0 \pmod{m}$

$$\Rightarrow a \equiv -b \pmod{m} \Rightarrow a^2-8a \cdot (-a) + (-a)^2 \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow 10a^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$a^2 \not\equiv 0 \pmod{m}$ т.к. если ократно $m \Rightarrow \text{НОД}(a, m) \neq 1$

из усл. что $a \equiv -b \pmod{m} \Rightarrow 10 \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow \max(m) = 10$.

Пример: $a=14$ $b=13$, т.к. a^2 оканч. на 4 и b^2 оканч. на 9
 a в $a+b$ тоже оканч. на 9 то вся сумма: 10 $a+14+13=30$
10.

Ответ: $\max(m) = 10$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$ *умножим на сопряженное.*

$$2x^2-3x+4 - 2x^2-x-3 = (1-4x)(\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3})$$

$$(1-4x) = (1-4x)(\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3}) \quad | : (1-4x)$$

$$1 = 2x^2-3x+4 + 2x^2+x+3 + 2\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)}$$

$$x = 2x^2+3 + \sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} \Rightarrow x > 0 \text{ т.к.}$$

$$2x^2 > 0 \quad 3 > 0 \quad \text{и} \quad \sqrt{\dots} > 0$$

$$\Rightarrow x \geq 2x^2+3 \quad \text{но} \quad 2x^2+3-x > 0 \text{ при } \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

Ответ: нет таких x .

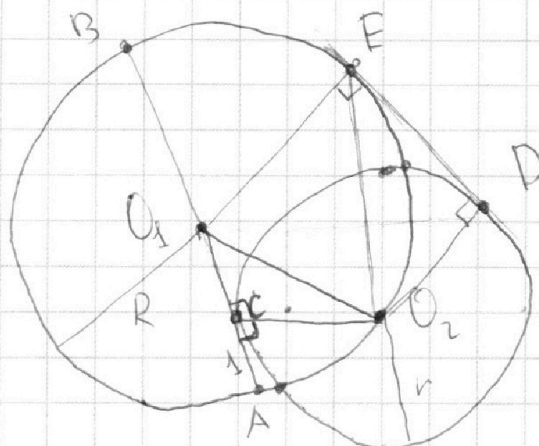
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BC=16 \quad CA=1$$

$$\Rightarrow R = \frac{16+1}{2} = 8,5$$

O_2C - высота $\triangle O_1O_2A$

$$\Rightarrow r^2 + (8,5-1)^2 = 8,5^2$$

$$r^2 = (8,5-8,5+1)(8,5+8,5-1) = 16 \quad r=4 \quad R=8,5$$

т.к. $O_1E=O_1O_2=R$] $\angle O_1EO_2=2 \Rightarrow \angle EO_2O_1=2$

т.к. $O_1E \perp ED$ и $O_2D \perp ED \Rightarrow O_1E \parallel O_2D \Rightarrow$

$\angle EO_2D=2$ запишем, что т. синусов. гл $\triangle EDO_2$ и

$$\triangle O_1EO_2 \quad EO_2 = \frac{ED}{\sin 2} = \frac{r}{\cos 2} \quad \text{гтд} \quad \angle EO_1O_2 = 90-2 =$$

$$= 2(\angle O_2ED) \Rightarrow \frac{EO_2}{\sin 2} = \frac{R}{\sin 2} \Rightarrow \frac{R \cdot \sin 2}{\sin 2} = \frac{r}{\cos 2} \Rightarrow$$

↑
гтд между хордой и кас.

$$R \cdot 2 \cdot \cos^2 2 = r$$

$$8,5 \cdot 2 = \frac{4}{\cos^2 2} \quad \cos^2 2 = \frac{4}{17} \quad \cos 2 = \frac{2}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow \sin 2 = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{ED}{\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{17}}} = \frac{4}{\frac{2}{\sqrt{17}}} \quad ED = 2\sqrt{15}$$

Ответ: $ED = 2\sqrt{15} = \sqrt{60}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5) \quad 2x + 2z = 3x + 2y \quad (3y + x)(3x + 2y) = 2xy$$
$$9xy + 2xy + 3x^2 + 6y^2 = 2xy \quad 9xy + 3x^2 + 6y^2 = 0$$

$$3(x+y)(x+2y) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ x = -2y \end{cases}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x + 2y)^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 6 \cdot 12xy}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= \frac{-(6x^2 + 8y^2 + 12xy)}{x^2 - 6y^2}$$

Разберём два случая. $x = -y$ и $x = -2y$

$$\text{I.} - \frac{(6y^2 + 8y^2 - 12y^2)}{-5y^2} = \frac{4}{5} \quad \text{II.} - \frac{(24y^2 + 8y^2 - 24y^2)}{x^2 - 6y^2} = 4$$

Т.к. нам нужен max, то ответ: $2y^2$ max = 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

S - путь x - \varnothing велосипед. y - \varnothing мотоцикл.

найти: S - ?

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{S}{x} &= \frac{S}{y} + 2 \\ \frac{S}{x} &= \frac{S}{y} + 96 \\ \frac{S}{x+6} &= \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4} \end{aligned} \right.$$

$$S \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = 2$$

$$S \left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y} \right) = 96$$

$$\frac{2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{96}{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}} \Rightarrow 2xy = \frac{96xy}{x+y}$$

$$\Rightarrow x+y=48 \quad x=48-y \Rightarrow \frac{S}{54-y} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$

$$S(y+6-54+y) = 5(54-y)(y+6) \Rightarrow S = \frac{5(54-y)(y+6)}{4(2y-48)}$$

$$\Rightarrow \frac{5(54-y)(y+6)(y-42+y)}{(48-y)(2y-48)4 \cdot y} = 2 \quad (\text{в I перенесли } S \text{ в одну сторону.})$$

$$5(54-y)(y+6) = 28y(48-y)$$

$$240y - 5y^2 + 1620 = 384y - 28y^2$$

$$3y^2 - 144y + 1620 = 0 \quad y^2 - 48y + 540 = 0$$

$$y_1 = 30 \quad \text{если } y=18 \text{ то } S < 0 \Rightarrow y=30 \Rightarrow S = \frac{5 \cdot 24 \cdot 36}{x \cdot 12} = 90 \text{ км}$$

$$y_2 = 18$$

Ответ: 90 км.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

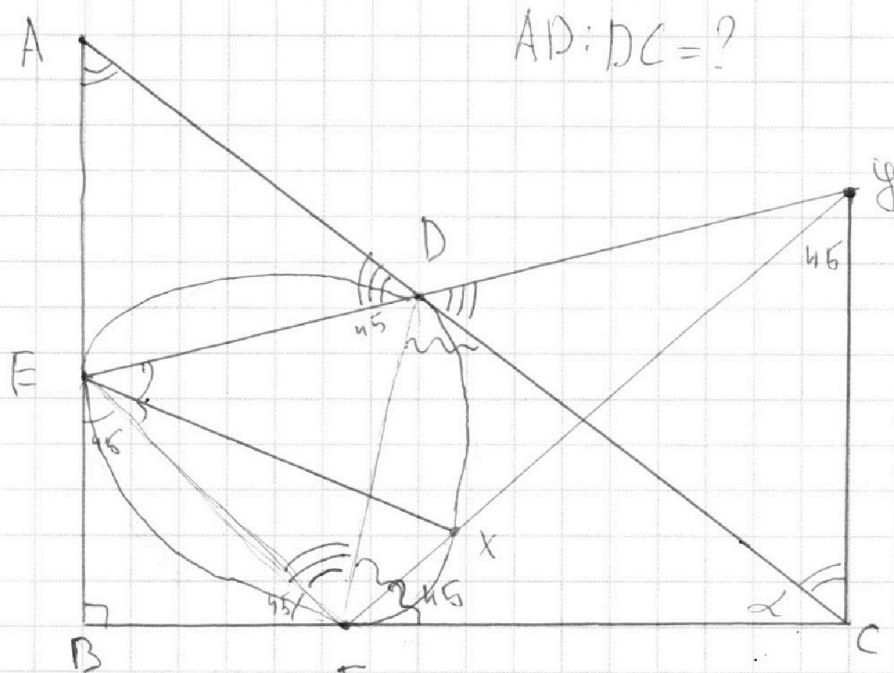
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AB \perp BC, BC \perp DC \Rightarrow AB \parallel DC$

$\angle BAC = \angle ACD$ по условию $EX = 2\sqrt{2} \cdot x \cdot y$

$\angle ADE = \angle DCB$ - верт. кат. кривые. $\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle DCB$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DB}$$

$\angle EDC = 45^\circ \Rightarrow \angle EDC = \angle EDC \cdot y = y \cdot x \cdot x \cdot F$

$$DB = \frac{y \cdot x \cdot x \cdot F}{yE}$$

$\triangle EDC \sim \triangle FDC$ т.к.

$\angle EDC$ - общ., а $\angle EDC$ и $\angle FDC$ - опираются на одну дугу. $\Rightarrow \frac{DE}{DF} = 2\sqrt{2}$

$DE = DF \Rightarrow DF = 2\sqrt{2} \cdot DE$ Дост. с углов

$$\frac{DE}{\sin 45^\circ} = \frac{DF}{\sin \alpha}$$

$\triangle EDC \sim \triangle FDC$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{FC}$$

$FC = DC$
 $\angle FDC = 45^\circ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{EB}{EF} = \frac{yc}{yF}$$

$$\frac{AD+DC}{\sin \alpha} = \frac{BE+AD}{\cos \alpha}$$

$$BE = \frac{yc \cdot EF}{yF}$$

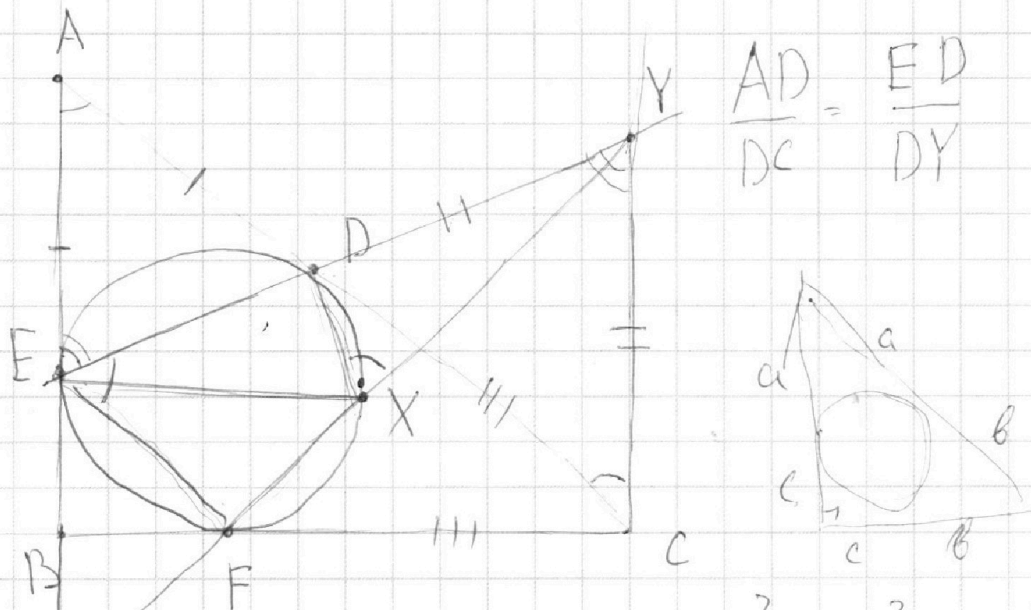
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$$

$$DY \cdot ED = \cancel{DX} \cdot XF = x^2 + \cancel{2cx} + 2ac + 2bc = \cancel{x^2} + 2ab$$

$$DY = \frac{2\sqrt{2} \cdot XF}{ED}$$

$$\frac{2y^2 + 6xy}{-5y^2}$$

$$\frac{c^2 + c(a+b) - ab}{2y^2 - 6y^2}$$

$$-(6x^2 + 8y^2 + 6xy)$$

$$(x+y)(x+2y) = 0$$

$$-5y^2$$

$$x^2 - 6y^2$$

$$5y^2 (x+y) \quad x = -y$$

$$\frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}$$

$$+(24y^2 + 8y^2 - 12y^2)$$

$$x = -2y \quad c^2$$

$$+ 2y^2$$

$$c(a+b+c) = ab$$

$$P - a - b = \frac{ab}{P}$$

$$c = P - a - b \quad c = \frac{ab}{P}$$

$$P^2 - P(a+b) = ab \quad c^2 + c(a+b)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 14 \\ \hline \end{array}$$

$$13 \quad 49 + 13 \cdot 169 - \quad (8 \cdot 34) \cdot \frac{56}{3}$$

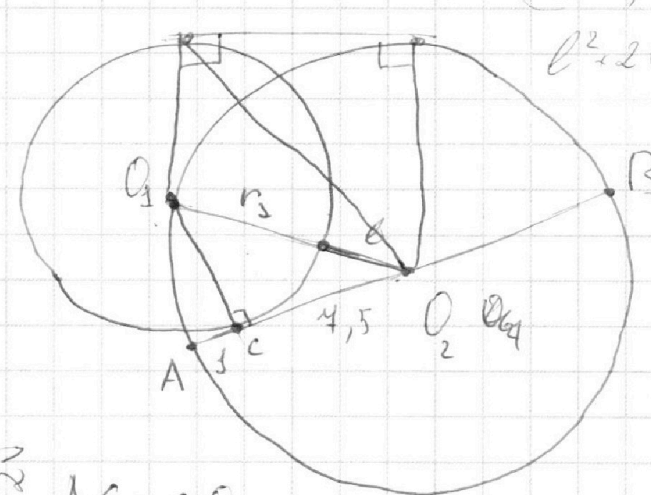
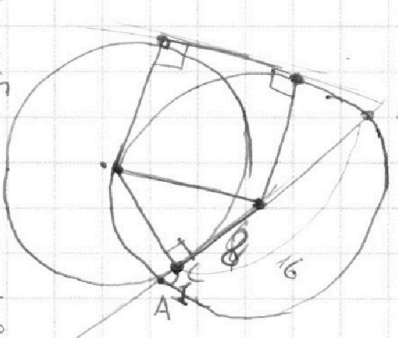
$$9 + 49 - \quad 14^2 \quad 13^2 \quad 32$$

$$(2x^2 + 4x + 2)(x + 2) = 2x^2 + 4x + 2x + 4 = 2x^2 + 6x + 4$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 1 + 16x^2 - 8x$$

$$4x^2 - 2x + 4 - 1 - 16x^2 + 8x = 2\sqrt{4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x^3 - 3x^2 - 8x + 2x^2 + 4x + 12}$$

$$-12x^2 + 6x + 6 = 2\sqrt{4x^4 - 10x^2 - 4x + 12}$$



$$r_1^2 - 2r_1l + l^2 = (4,5)^2$$

$$(r_1 + l)r_1 = (4,5)^2$$

$$l^2 - 2r_2l = (4,5)^2$$

$$(r_1 - l)(r_1 + l)$$

$$3(-2x^2 + x + 1) = 0$$

$$1 + x = 16 - x$$

$$2x = 15 \quad x = 4,5$$

$$l(l + r_1) = r_1^2$$

$$(-2x^2 + x + 1)(-2x^2 + x + 1) = 4x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$$

$$= 4x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$$

$$9(4x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1) = 36x^4 - 36x^3 - 27x^2 + 18x + 9 = 4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x^3 - 3x^2 - 8x + 2x^2 + 4x + 12$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 - x - 4 = 3$$

$$-4x + 1$$

$$\cancel{1 - 4x}^1 = (1 - 4x) \left(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} \right)$$

$$x = 2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 + 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)}$$

$$\cancel{2x} = 2x^2 + 4 + 4x^2 + 6 + 2\sqrt{\dots}$$

$$x > 0$$

$$x > 2x^2 + 3$$

$$0 > 2x^2 - x + 3$$

$$(x-1)^2 + x + 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^2 - 3x + 4 = (2x - 2)(x - 2) + 3x$$

$$(2x^2 + x + 3) = (2x + 3)(x + 1)$$

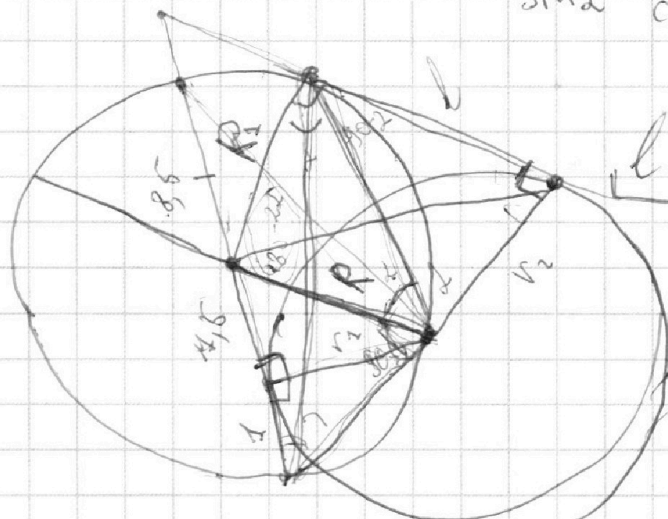
$$1 + 16x^2 - 8x = 4x^2 - 2x + 4 - 2\sqrt{\quad}$$

$$2\sqrt{\quad} = -12x^2 + 6x + 6$$

$$\sqrt{\quad} = -6x^2 + 3x + 6 \quad (9) + 36 \cdot 4$$

100

8,5



$$\frac{4}{\sin \alpha} = \frac{r_2}{\cos \alpha} = \frac{R \cdot \sin 2\alpha}{\sin \alpha}$$

$$4 = R \cdot \sin 2\alpha$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \cdot 14 \\ \hline 14 \\ \cdot 14 \\ \hline 119 \\ \cdot 14 \\ \hline 289 \\ \cdot 16 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\frac{8,5}{\cos \alpha} = \frac{(r_1^2 + (4,5)^2)^{1/2}}$$

$$\frac{4}{\cos \alpha} = 8,5 \cdot 2 \cos \alpha$$

$$\frac{4}{8,5} \cdot \frac{2}{14} = \cos \alpha \quad 243$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$11 + 18 + 21 = 50$$

$$11 + 16 + 38 = 65$$

$$a = 3^{11} \quad \text{or} \quad 1234564$$

$$a^2 b^2 c^2 = 3^{50} \cdot 4^{65}$$

$$a^2 b^2 c^2 = 3^{32} \cdot 4^{49}$$

$$abc = 3^{25} \cdot 4^{33}$$

$$\frac{abc}{a} =$$

$$bc =$$

$$a + b = 11$$

$$a = 11 - b$$

$$b + c = 16$$

$$c + a = 21$$

$$a + b = 11$$

$$c + 11 - b = 21 \quad c - b = 10$$

$$b + c$$

$$2c - 28$$

$$c = 14$$

$$a = 4$$

$$b = 4$$

$$\text{НОД}(a, b) = 1$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$

$$\frac{a+b}{(a-b)^2} = 10$$

$$10$$

$$m = 10 \quad 8 \cdot 25$$

$$a + b \equiv m$$

$$a^m \equiv -b$$

$$a^{2m} \equiv 0$$

$$25$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \equiv m$$

$$10 a^{2m} \equiv 0$$

$$50 -$$

$$2a^2 + 2a^{2m} \equiv 0$$

$$2a^2(1 + 4) \equiv 0$$

$$50 - 200$$

$$49 + 9 =$$

$$8 - 9 = 3$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 24 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\frac{10}{10}$$

$$40$$

$$\begin{array}{r} 2186 \\ - 53 \\ \hline \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + 4x = 1 + \sqrt{2x^2 + x + 3}$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 16x^2 + 8x\sqrt{2x^2 - 3x + 4}$$

$$3x^2 - 4y^2 - 3x + 2y$$

$$t = 2x^2 - 3x + 4$$

$$\sqrt{t} = \sqrt{t + 4x - 1} \quad x^2 - 6y^2$$

$$(1 - 4x)$$

$$3x + 2y = x$$

$$-2(3x^2 + 4y^2 + 3xy) -$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$1,25 (x+y)(3x+4y)$$

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$3 \frac{3y(3x+2y) + x(3x+2y)}{2} = 2xy$$

$$(2y+x)(x+y)$$

$$9xy + 2xy + 3x^2 + 6y^2 = 3 \frac{11xy + 3x^2 + 6y^2}{2}$$

$$3xy = \frac{(3x+2y)(2y+x)}{2} \quad 3(3xy + 2y^2 + x^2) = 0$$

$$24xy + 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy = 2xy \quad 3xy + 2y^2 + x^2 \Big|_{x+y}$$

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 = 0 \quad y \cdot (x+y)(x+2y) =$$

$$3(x+y)(x+2y) = 0$$

$$= x^2 + 2xy$$

$$x = 11 - y$$

$$2z = 44$$

$$z - y = 28$$

$$11 - y + z = 39 \quad z =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(54-y)(y+6) = (54y - y^2 + 324 - 6y) \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 54 \\ \times 126 \\ \hline 108 \\ 1080 \\ \hline 1620 \\ 288 \\ \hline 1440 \\ \times 42 \\ \hline 288 \\ 1440 \\ \hline 384 \\ 1920 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$2 \cdot \frac{xy}{y-x} = \frac{xy}{y-x}$$

$$\frac{y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{240y - 5y^2 + 1620 - 30y}{384y - 2y^2}$$

$$2xy = \frac{96xy}{(x+y)}$$

$$2x + 2y = 96 \implies x = 48 - y$$

$$\frac{S}{54-y} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$

$$y^2 - 38y - 540 = 0$$

$x_1 \cdot x_2 = 38$
 $x_1 + x_2 = -540$

$$S(y+6) \cdot 4 = S(54-y) \cdot 4 + 5(54-y)(y+6)$$

$$4S(y+6-54+y) = 5(54-y)(y+6)$$

$$4S(2y-48) = 5(54-y)(y+6)$$

$$S = \frac{5(54-y)(y+6)}{4(2y-48)}$$

$$5(54-y)(y+6) = 2y(48-y)$$

$$\frac{5(54-y)(y+6)}{(48-y)(2y-48) \cdot 4} = \frac{5(54-y)(y+6)}{4y(2y-48)} + 2$$

$$\frac{5(54-y)(y+6)(y-48+y)}{(48-y)(2y-48) \cdot 4 \cdot y} = 2$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 36 \\ \times 38 \\ \hline 72 \\ 720 \\ \hline 1140 \\ 1440 \\ \hline 2160 \\ 3604 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S \quad v_1 \quad v_2$$

$$\frac{S}{v_1} = \frac{S}{v_2} + 2$$

~~$$v_2 (0,45 v_2 + 4,5)$$~~
$$4,5 v_2 + 4,5$$

$$\frac{S}{v_1} \cdot v_2 = \frac{S}{v_2} \cdot v_1 + 96$$

$$\frac{S}{v_1 + 6} = \frac{S}{v_2 + 6} + 1,25$$
$$S \left(\frac{v_2}{v_1} - \frac{v_1}{v_2} \right) = 96$$

$$S \left(\frac{1}{v_1 + 6} - \frac{1}{v_2 + 6} \right) = 1,25$$

$$S \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = 2$$

$$\frac{5}{4} = \frac{9}{36}$$

$$\frac{1,25(v_1 + 6)(v_2 + 6)}{v_2 - v_1} = \frac{2v_1v_2}{v_2 - v_1}$$

$$4,5$$

$$1,25v_1(v_1 + 6)(v_2 + 6) = (v_1v_2 + 6v_2 + 6v_1 + 36)1,25$$

$$= 2v_2v_1 \quad 4,5v_2 + 4,5v_1 + 4,5 = 0,45v_1v_2$$

$$4,5v_2 + 4,5 = v_1(0,45v_2 - 4,5)$$

$$v_1 = \frac{4,5v_2 + 4,5}{0,45v_2 - 4,5}$$