



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x , y , z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA , AB , BC в точках D , E , F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab \cdot be \cdot ac = \text{Наименьшее}$$

$$x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$\left. \begin{aligned} ab &= x \cdot 3^{11} \cdot 5^{11} \\ be &= y \cdot 3^{12} \cdot 4^{12} \\ ac &= z \cdot 3^{21} \cdot 4^{21} \end{aligned} \right\} \text{по условию}$$

$$ab \cdot be \cdot ac = x^2 y^2 z^2 = x^2 y^2 z^2 = 3^{50} \cdot 4^{65}$$

Т.к. abc - натур. число \Rightarrow их произведение тоже натуральное

$$\Rightarrow abc = \sqrt{x^2 y^2 z^2} = 3^{25} \cdot 4^{32}$$

$$\Rightarrow \sqrt{xyz} = \text{натур} \Rightarrow xyz = 4$$

Т.к. как надо наименьшее произведение $\Rightarrow x, y, z$ - наименьшие \Rightarrow или $x=1$ или $y=1$ или $z=1$ тогда

$$\Rightarrow abc = 3^{25} \cdot 4^{32}$$

$$\text{Ответ: } \min abc = 3^{25} \cdot 4^{32}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

по условию $\frac{a}{b}$ - несократ $\Rightarrow \text{НОК}(a, b) = ab$

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab} \rightarrow \frac{(a+b)}{m} \equiv \frac{(a+b)^2}{m}$$

т.к. $(a+b):m$

тогда и $2ab:m$

$$\frac{2ab}{m} \equiv a+b$$

но т.к. $\text{НОК}(a, b) = ab$

\Rightarrow максимальное $m = 10$

т.е. если $(a+b):10$ то

$\frac{2ab}{m}$ и $(a^2-2ab+b^2):10$

т.д.

ответ: $\max m = 10$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~Решение~~ $2x^2 - 3x + 4 = a$

$$D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 2 < 0 \Rightarrow a \geq 0$$

~~Решение~~ $2x^2 + x + 3 = b$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 3 < 0 \Rightarrow b \geq 0$$

тогда ~~запишем~~ запишем уравн.: $\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$

$$\sqrt{a} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{a} = 1 - \sqrt{b} \quad \text{где} \quad 1 \geq \sqrt{b}$$

$$a = 1 - 2\sqrt{b} + b$$

$$2\sqrt{b} = 1 + b - a$$

$$2\sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 + 4x - 1$$

$$2\sqrt{2x^2 + x + 3} = 4x \quad x \geq 0$$

$$2x^2 + x + 3 = 4x^2$$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 = 5^2$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{4} = 1,5$$

$$x_2 = \frac{1 - 5}{4} = -1 \quad (\text{пост. кор})$$

проверка:

$$\sqrt{2 \cdot \frac{9}{4} - 3 \cdot \frac{3}{2} + 4} - \sqrt{2 \cdot \frac{9}{4} + \frac{3}{2} + 3} = 1 - 2 \cdot 3$$

$$\sqrt{\left(\frac{9}{2} - \frac{9}{2}\right) + 4} - \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{3}{2} + 3} = 1 - 6$$

$$2 - 3 = 1 - 6$$

$$-1 \neq -5$$

$$\Rightarrow x = 1,5 \quad (\text{пост. кор.})$$

→ Ответ: решений
нет.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение

- 1) AC - диаметр мал. окруж.
- 2) ~~провести хорду~~

~~геометрия~~

Ф.к. $\triangle OCB$ - равнобедренный

$$\rightarrow AC + BC = 17 \Rightarrow AO = OB = R = 8,5$$

$$\Rightarrow OA' = 8,5; OC = 4,5;$$

3) по т. Пифагора $AC = 4 \Rightarrow A'E = 4$

4) проведем через O хорду $DE \Rightarrow \angle EE'O = 90^\circ$
 $\angle DOE' = 90^\circ$

Ф.к. хорды и касательной $\perp \Rightarrow OE'ED$ - ~~прямоугольник~~

прямоугольник $\Rightarrow OE' = ED, \text{ так } OB = OE'$

5) по т. Пифагора $OA'^2 = A'E'^2 + E'O^2$

$$\Rightarrow OA'^2 - (OD - A'E)^2 = OE'^2$$

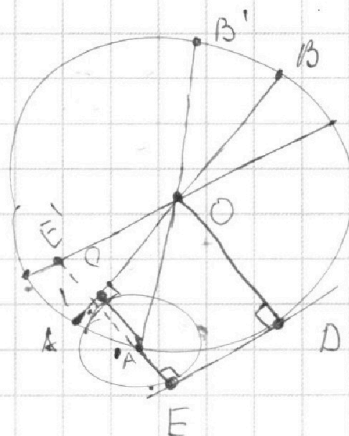
$$8,5^2 - (8,5 - 4)^2 = OE'^2$$

$$8,5^2 - (4,5)^2 = OE'^2$$

$$(4)(13) = OE'^2$$

$$OE' = 2\sqrt{13} \Rightarrow DE = 2\sqrt{13}$$

Ответ: длина касательной равняется $2\sqrt{13}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Восстановим уравнение.

$$1) \quad t_m + 2 = t_0 \Rightarrow \frac{S}{V_m} + 2 = \frac{S}{V_0} \Rightarrow V_0 \cdot S + 2V_m V_0 = (V_m \cdot S) \Rightarrow 2V_m V_0 = S(V_m - V_0)$$

$$2) \quad \frac{V_0 \cdot S}{V_m} + 9,6 = \frac{S V_m}{V_0} = V_0^2 \cdot S + 9,6 V_m V_0 = S \cdot V_m^2$$

$$3) \quad \frac{S}{V_m + 6} + 1,25 = \frac{S}{V_0 + 6} \Rightarrow (V_m \cdot S) + 6S = V_0 \cdot S + 1,25 V_m \cdot V_0 + 9,5V_0 + 4,5V_m + 4,5 + 6S$$

$$\cancel{V_0 S} + 2V_m V_0 = \cancel{V_0 S} + 1,25 V_m \cdot V_0 + 9,5V_0 + 4,5V_m + 4,5$$

$$\Rightarrow V_m V_0 = 10(V_m + V_0) + 60$$

из 2 уравнен. $9,6 V_m V_0 = S(V_m - V_0)(V_m + V_0) = 9,6 V_m V_0$

$$\cancel{2 V_m V_0 (V_m + V_0)} = \cancel{9,6 V_m + V_0} \quad 4,8$$

$$\begin{cases} V_m + V_0 = 48 \\ V_m \cdot V_0 = 540 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 48 V_0 - V_0^2 = 540$$

$$\Rightarrow V_0^2 - 48 V_0 + 540 = 0$$

$$D_2 = 36 = 6^2$$

$$x_1 = \frac{24 + 6}{1} = 30$$

$$x_2 = \frac{24 - 6}{1} = 18$$

из 1 уравнен

мы найдем что $V_m \neq V_0$

тогда $V_0 = 18 \text{ км/ч}$; $V_m = 30 \text{ км/ч}$

Ответ: $V_0 = 18 \text{ км/ч}$; $V_m = 30 \text{ км/ч}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение

1) Пусть $\angle A = \alpha \Rightarrow \angle DCY = \alpha$

$\Rightarrow \angle EOD = 180 - \alpha$; $\Rightarrow \angle OED = \frac{1}{2}\alpha$

2) $\angle BEO = 90^\circ$ тк. AB - касател.

$\Rightarrow \angle DEB = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$

3) по св. вписанного центр. угла ($\angle EBCY$)

$90 + 90 + 90 + \frac{1}{2}\alpha + \angle EYC = 360$

$\Rightarrow \angle CYD = 90 - \frac{1}{2}\alpha$

$\Rightarrow \angle CDY = 90 - \frac{1}{2}\alpha \Rightarrow \Delta DCY - \text{пр/б}$

$\Rightarrow DC = YC = FC \Rightarrow \angle CFY = 45^\circ$; $\Rightarrow \angle EFO = 45^\circ$ как диагональ квадрата $\Rightarrow \angle EFH = 90^\circ \Rightarrow EX$ - диаметр \Rightarrow

$\Rightarrow \angle EBHX$ - прямоугол. $\Rightarrow \Delta EFB = \Delta FXH \Rightarrow EF = FX$

4) пусть $xy = a \Rightarrow EX = 2\sqrt{2}a$ и по т. Пифаг $EF = FX = 2a$

$\Rightarrow FC^2 + CY^2 = FY^2$ (по т. Пифаг) $\Rightarrow 2a^2 = 2FC^2$

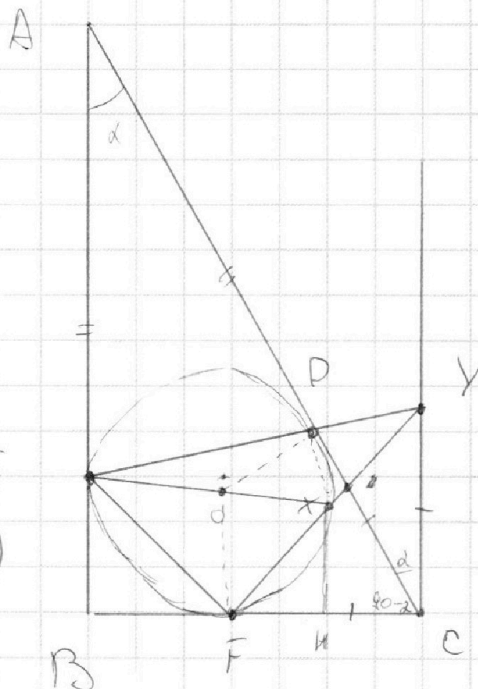
$\Rightarrow FC = \frac{3\sqrt{2}}{2}a$

5) ΔADE и ΔEDY отн. подобны по 2 углам; $\frac{DC}{AD} = \frac{DY}{ED}$

6) $ED = \sqrt{4a^2 + 9a^2} = \sqrt{13}a$

7) $\angle AEFY$ и $\angle YDX$; она подобны Δ , $\angle E = \angle F = 90^\circ$; $\angle Y$ - общий.

$\Rightarrow \frac{XY}{FY} = \frac{DY}{FY} \cdot \frac{a}{\sqrt{13}} = \frac{DY}{3a} \Rightarrow \sqrt{13}a = DY \Rightarrow ED = \frac{13}{\sqrt{13}}a = \frac{3}{\sqrt{13}}a = \frac{10}{\sqrt{13}}a$



AD:DC = 10:3

$\frac{10}{13} = \frac{10}{13}$
 $\frac{13}{13} = 1$
 $\frac{10}{13} = \frac{10}{13}$
 $\frac{DE}{DY} = \frac{10}{13}$
 $\frac{AD}{DC} = \frac{10}{3}$



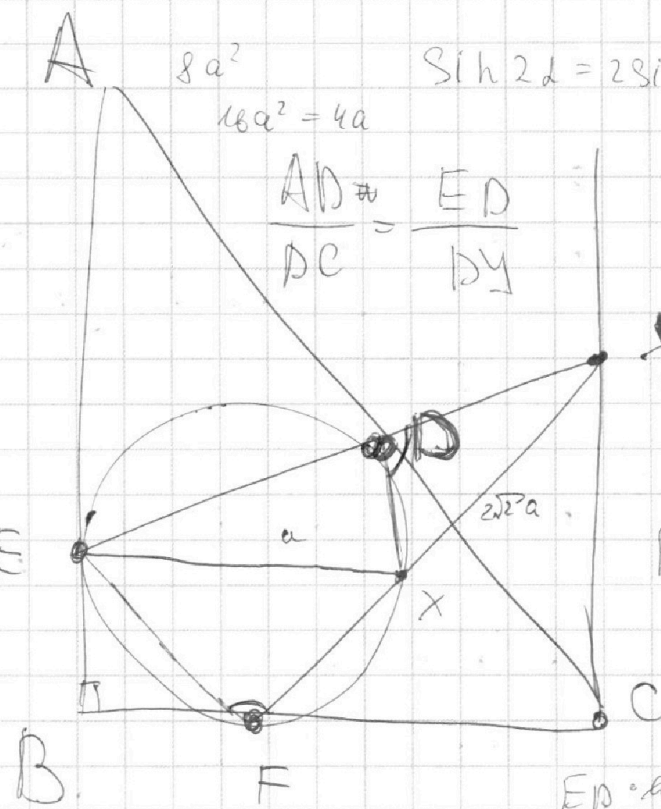
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$8a^2$
 $16a^2 = 4a$

$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$\frac{1}{2}\alpha$

$45 \quad 27,5 \quad \frac{1}{2}\alpha + \frac{27,5}{2}$

$ED \cdot DY = EX \cdot XF$

$3a$

$4a + 9a = 13a^2$

$\sqrt{13}a$

$\frac{135 + \alpha}{2}$

$ED \cdot DY =$

$30 + \frac{1}{2}\alpha$

$9a^2 \quad \sqrt{\frac{9}{2}a^2}$

$135 - \alpha$

$64,5 - \frac{1}{2}\alpha$

$ED \cdot a\sqrt{2} = \frac{2a \cdot 3a \cdot a}{45 + \alpha}$

$23,5 + \frac{1}{2}\alpha \quad \frac{3}{\sqrt{2}}$

$ED \cdot DY = \frac{a \cdot EX \cdot XF}{\sin \alpha} = \frac{2a^2 a}{\sin \alpha}$

$a\sqrt{2}$

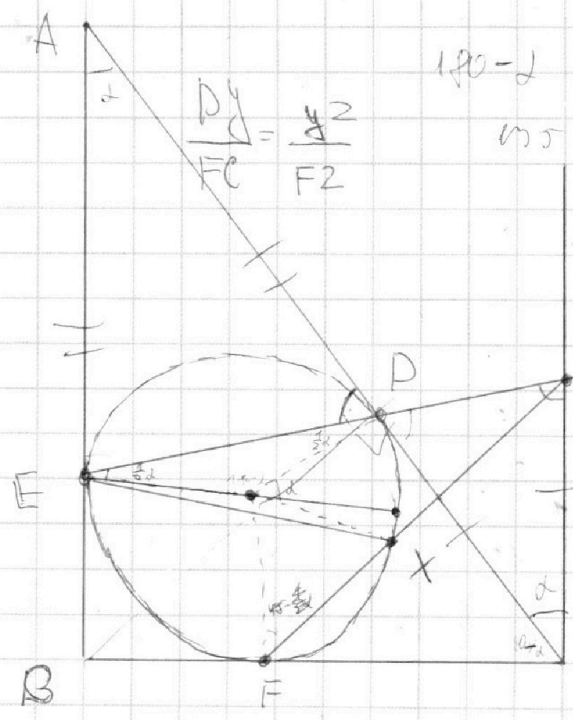
$40 - 135 + \alpha$

$EX = 2\sqrt{2} \cdot XY$

$45 + \alpha$

$45 = \frac{1}{2}\alpha$

$\frac{3\sqrt{2}}{2}a$



$\frac{DY}{DC} = \frac{EX}{FZ}$

$135 - \alpha$

45

$EDX = 90^\circ$

$90 + \alpha \Rightarrow \angle OPE = \alpha$

$\angle ODC = 90^\circ$

$30 - \frac{1}{2}\alpha$

$30 - \frac{1}{2}\alpha$

$DY = \frac{FC \cdot YZ}{FZ} = \frac{45 + \alpha}{2}$

$45 - \frac{1}{2}\alpha$

$\frac{3\sqrt{2}a}{2} \cdot \frac{a}{1} \cdot \frac{1}{3a} = a\sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\left(\frac{S}{V_m}\right) + 2 = \left(\frac{S}{V_0}\right)$$

$$V_0 \cdot \frac{S}{V_m} + 96 = V_m \cdot \frac{S}{V_0}$$

$$\frac{S}{V_m + 6} + 1\frac{1}{5} = \frac{S}{V_m + 8}$$

$$\frac{2}{5} = 4,5$$

$$\frac{V_0 \cdot S + 96 V_m}{V_m} = \frac{S \cdot V_m}{V_0}$$

$$V_0^2 \cdot S + 96 V_m V_0 = S \cdot V_m^2$$

$$S(V_0^2 - V_m^2) = -96 V_m V_0$$

$$S(V_m^2 - V_0^2) = 96 V_m V_0$$

$$S(V_m - V_0)(V_m + V_0) = 96 V_m V_0$$

$$S(V_m - V_0)(0,1 V_m V_0 - 6) = 96 V_m V_0$$

$$2 V_m V_0 = 96 V_m V_0 + 48$$

$$\frac{S + 2 V_m}{V_m} = \frac{S}{V_0}$$

$$V_0^2 - 48 V_0 + 540 = 0$$

$$D_2 = 24^2 - 540 = 36$$

$$(V_0 \cdot S + 2 V_m V_0) = V_m \cdot S$$

$$2 V_m V_0 = S(V_m - V_0)$$

$$\frac{V_0 \cdot S}{V_m} + 96 = \frac{S \cdot V_m}{V_0}$$

$$\frac{S + 1,25 V_m + 7,5}{V_m + 6} = \frac{S}{V_0 + 6}$$

$$96 : 2 = 48$$

$$V_m \cdot S + 96 S = (V_0 \cdot S + 1,25 V_m V_0 + 7,5 V_0)$$

$$+ 96 S + 4,5 V_m + 45 =$$

$$V_0 \cdot S + 2 V_m V_0 = S V_0 + 1,25 V_m V_0 + 7,5 V_0 + 4,5 V_m + 45$$

$$0,75 V_m V_0 = 7,5(V_m + V_0 + 6)$$

$$4,5 V_m V_0 = 45(V_m + V_0 + 6)$$

$$V_m \cdot V_0 = 10 V_m + 10 V_0 + 60$$

$$10(V_m + V_0 + 6)$$

$$V_m - V_0 = 540$$

$$(0,1 V_m - V_0) = V_m + V_0 = 48$$

$$V_m + V_0 = 48$$

$$V_m = 48 - V_0$$

$$48 V_0 - V_0^2 = 540$$

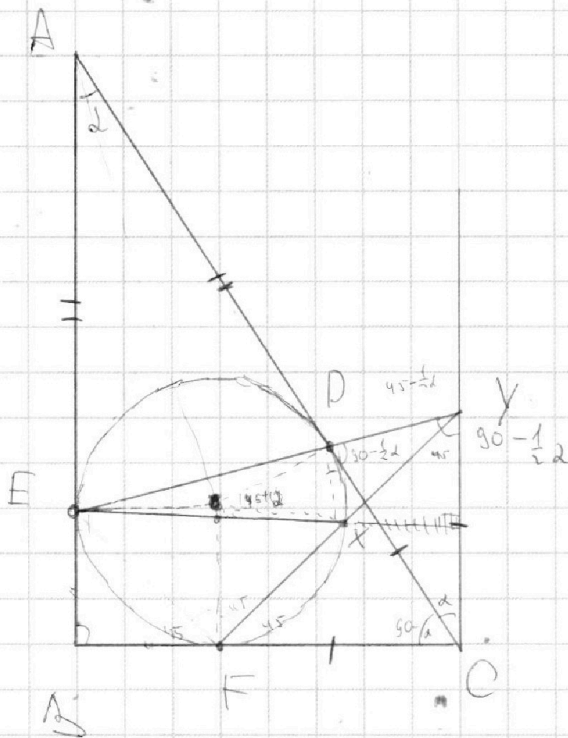
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



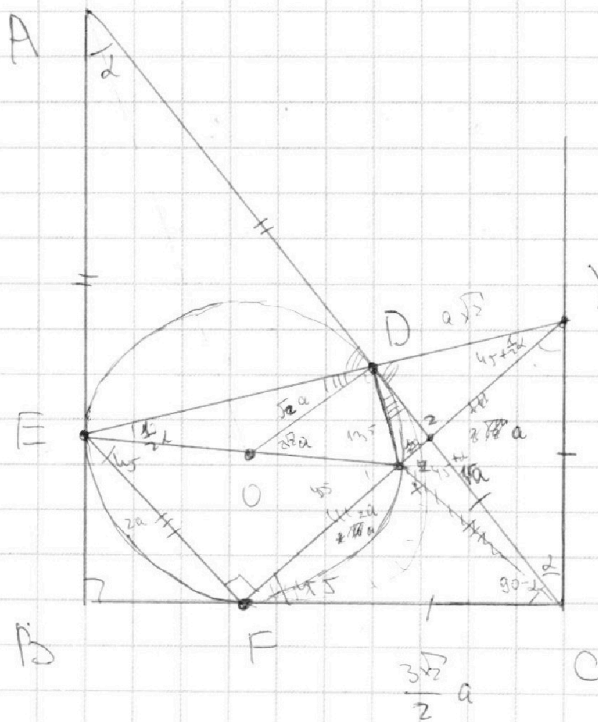
$$EX = 2\sqrt{2}XY$$

$$\angle EOD = 180 - 2\alpha$$

$$\Rightarrow \angle COEA = \frac{1}{2}\alpha$$

$$\angle \Rightarrow \angle BED = 90 + \frac{1}{2}\alpha$$

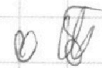
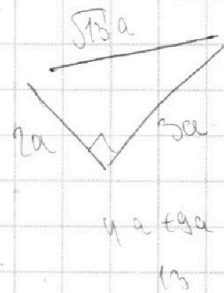
$$90 + 90 + 90 + 90 + 90 + \frac{1}{2}\alpha = 90 + \frac{1}{2}\alpha$$



$$ED \cdot DY = \sqrt{15}a = 2a^2$$

$$\sqrt{15} = 2a$$

$$a = \frac{\sqrt{15}}{2}$$



$$\frac{a\sqrt{15}}{a} = \frac{3X}{DY} \quad DY = \frac{3}{\sqrt{15}}a$$

$$DY \cdot \sqrt{15} = 3a$$



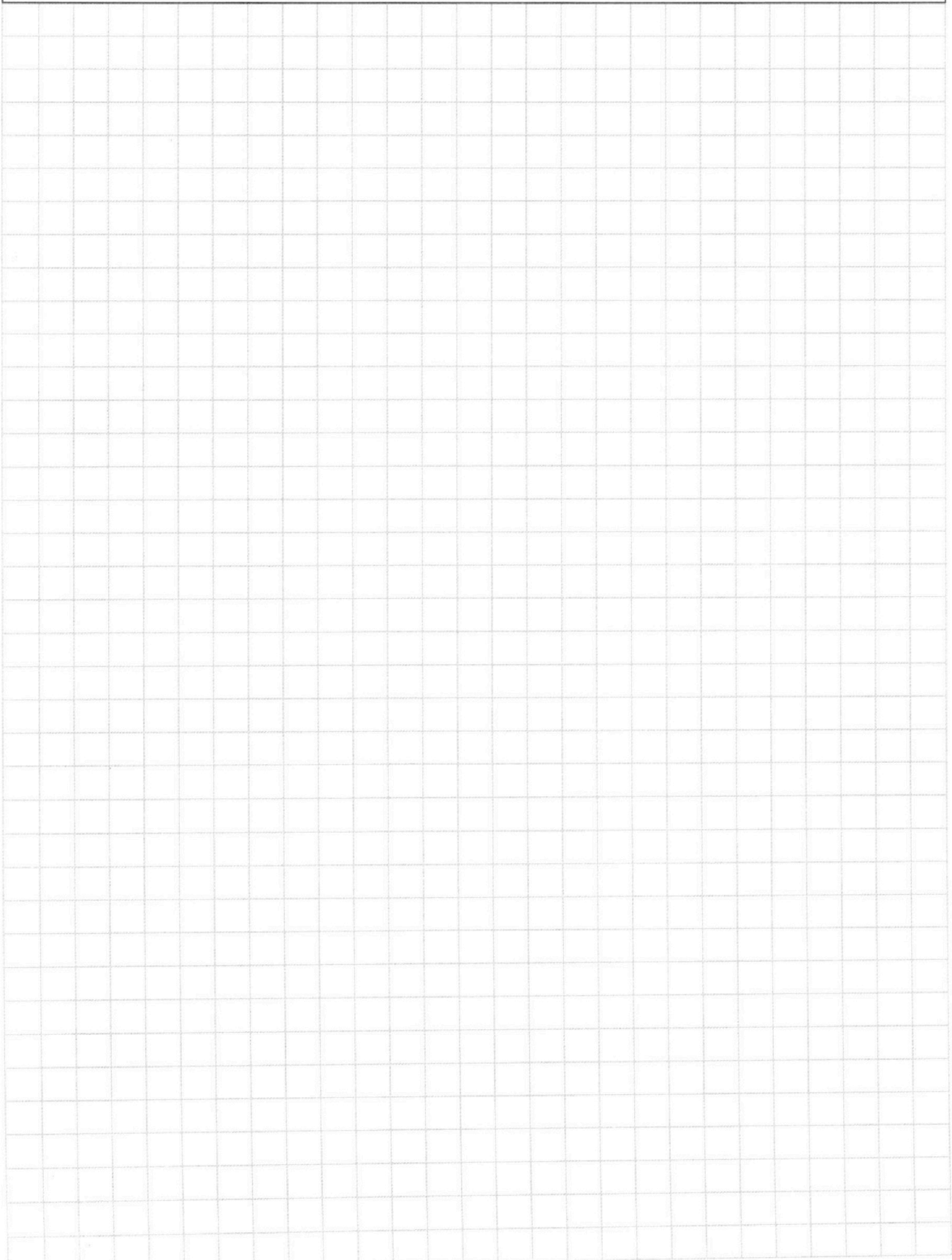
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

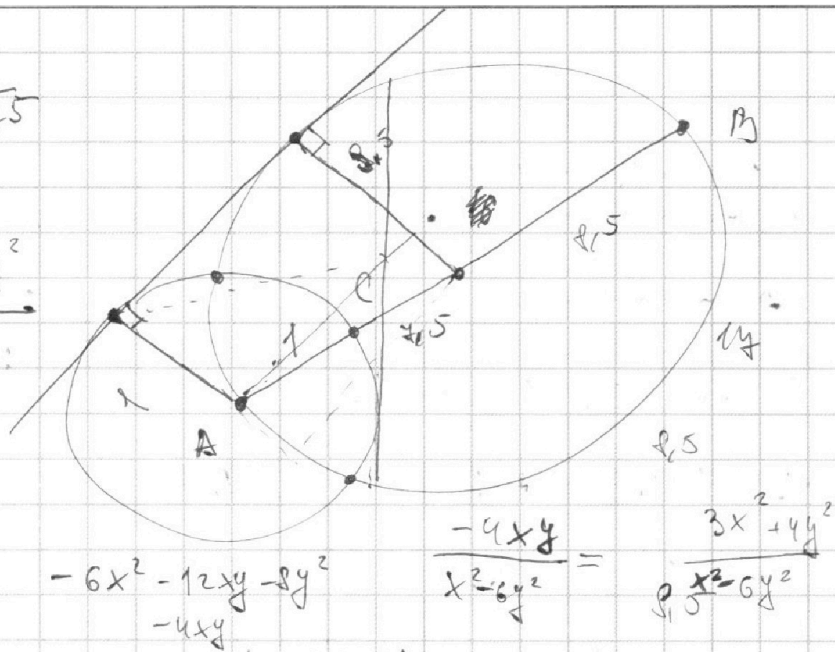
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 2} \\ 50 \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$$

$$3x^2 - 4y^2 - 9x^2 + 12xy - 4y^2$$

$$x^2 - 6y^2$$



$$3x + 2y = 2$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x + 2y}$$

$$\frac{-6x^2 - 12xy - 8y^2}{-4xy} = \frac{3x^2 + 4y^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$a + b = c$$

$$\frac{3}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{ab}$$

$$\frac{3b + a}{ab} = \frac{2}{a + b}$$

$$(3b + a)(a + b) = 2ab$$

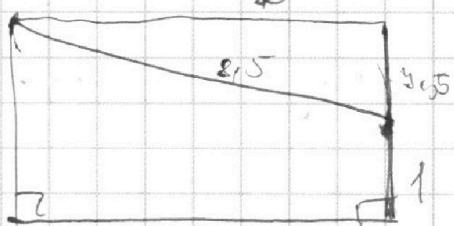
$$3ab + a^2 + 3b^2 + ab = 2ab$$

$$a^2 + 4ab + 3b^2 = 2ab$$

$$a^2 + 2ab + 3b^2 = 0$$

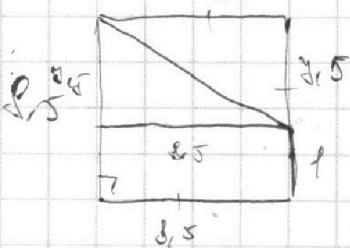
$$9x^2 + 12xy + 12y^2 = 0$$

$$3x^2 + 4xy + 4y^2 = 0$$



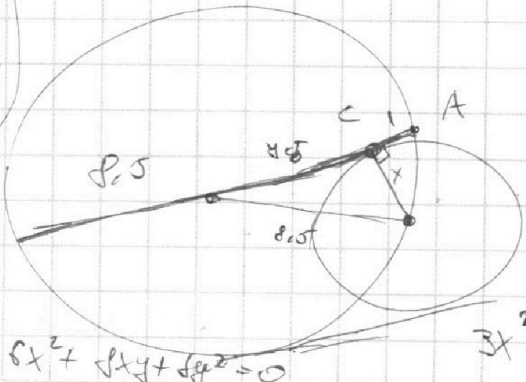
$$S = 8.5 \cdot 8.5$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 8.5 \cdot 4.5$$



$$8.5(8.5 + 3.75)$$

$$8.5$$



$$\Rightarrow x^2 = 8.5^2 + 4.5^2$$

$$x^2 = 1(16)$$

$$x^2 = 4^2 \Rightarrow x = \frac{-4y^2}{3x + 2y}$$

$$x(3x + 2y) = -4y^2$$

$$3x^2 + 4xy = -4y^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3. 4,5. $\sqrt{a^2 - b^2} = a - b$

~~$(\sqrt{a^2 - b^2})(\sqrt{a^2 + b^2}) = \sqrt{a^2 - b^2}$~~

$a^2 - 2ab + b^2 = (a+b)^2 - 4ab = (a+b)^2 - 4ab - 2ab = \sqrt{a^2 + b^2} = 0$

$= (a+b - 2\sqrt{ab}) (a+b + 2\sqrt{ab}) - 2ab = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = 2ab$

$= (a+b)^2 - 10ab$ $\sqrt{a^2 - b^2} = b$ $2x^2 + 2x + 4 + 2(4x - 1)\sqrt{2x^2 + 2x + 4} + (4x - 1)^2$

$(a+b) \sqrt{a^2 - b^2} = b$

$(a+b) \equiv (a+b)^2$

$(a+b)^2 - 10ab$

$\sqrt{a^2} = \sqrt{a^2 + b^2} + b$

$\sqrt{a^2 - b^2} = b$

$\sqrt{2+2+4} - \sqrt{2-1+2} = 1+4x = a+b + 2b\sqrt{a^2 + b^2} + b^2$

$a - \sqrt{a^2 - b^2} = ab$

$2(4x-1)\sqrt{\quad} = -16x^2 + 4x - 1 - 2x - 1$

$3 = 3 - 16x^2 + 6x - 2$

$2x^2 - 3x + 4 \geq 0$

$D = \dots$

$2x^2 + x + 3 \geq 0$

$2(1-4x)\sqrt{\quad} = 16x^2 + 8x + 2$

$1-4x \geq 0$

$-(b+1) = 2\sqrt{a^2 + b^2} (a+b = 2x)$

$\sqrt{2x^2 + 7x + 4} + 4x = \sqrt{2x^2 + x + 3}$

$1 \leq 4x$
 $x \leq \frac{1}{4}$

$2x^2 + 3x - 1 \leq -4x$

$b + 2b + 1 = 2a + 2b$

$2x^2 + 5x + 4 \geq 10x$

$b + 1 = 2a$

$2x^2 + 5x + 4 + 4x = \sqrt{2x^2 + x + 3}$

$(1-4x)^2 + 1 = 2(2x^2 + 3x + 4)$

$16x^2 - 8x + 2 = 4x^2 + 6x + 8$

$12x^2 - 2x - 6 = 0$

10	1	2	13 5 3
20	2	6	5 + 3
30	3	10	
40	4	14	
50	5	18	
60	6	22	
70	7	26	
80	8	30	
90	9	34	
100	10	38	

$6x^2 - x - 3 = 0$