



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x , y , z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA , AB , BC в точках D , E , F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: \overset{14}{3} \overset{13}{7}$$

$$bc: \overset{19}{3} \overset{17}{7}$$

$$ac: \overset{23}{3} \overset{42}{7}$$

$$abc: ac \Rightarrow abc: \overset{23}{3} \overset{42}{7} \Rightarrow abc: \overset{23}{7,3} \overset{42}{7} \Rightarrow abc: \overset{42}{7}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac: \overset{14}{3} \overset{13}{7} \cdot \overset{19}{3} \overset{17}{7} \cdot \overset{23}{3} \overset{42}{7}$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2: \overset{546}{3} \overset{72}{7} \Rightarrow abc: \overset{28}{3} \overset{36}{7} \overset{42}{7} \Rightarrow$$

$$a: \overset{8}{3}$$

$$b: \overset{16}{3} \overset{75}{7} \overset{14}{7}$$

$$c: \overset{14}{3}$$

$$a: \overset{9}{3}$$

$$b: \overset{14}{3}$$

$$c: \overset{5}{3}$$

$$a: \overset{13}{37}$$

$$c: \overset{29}{7}$$

$$b: 7$$

$$\Rightarrow abc: \overset{28}{3} \overset{42}{7} \Rightarrow abc \geq \overset{28}{3} \overset{42}{7}$$

$$9+14+5=28$$

$$abc: \overset{28}{3}$$

$$29+13=42$$

$$abc: \overset{42}{7}$$

мин, когда
 $abc = \overset{28}{3} \overset{42}{7}$

Ответ: $abc = \overset{28}{3} \overset{42}{7}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}$$

попытки сократим на $m \Rightarrow a+b : m \Rightarrow a \equiv -b$
 m

$$a^2-9ab+b^2 : m$$

$$(a,b)=1$$

$$a+b : m$$

если $a : m$, то $b : m \Rightarrow$

$$a+b : m \text{ не max}$$

$$\Rightarrow (a,b)=m=1 \Rightarrow a : m$$

$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 369} \\ 270 \\ \hline 253 \\ \hline 219 \end{array}$$

$$a^2-9ab+b^2 : m$$

$$a^2-9ab+b^2 \equiv a^2 + 9ab + a^2 \equiv 11a^2 \equiv 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \max m = 11$$

$$\text{пример } a=10 \quad b=1$$

$$\frac{10+1}{10^2-90+1} = \frac{11}{11} : 11$$

$$\text{ответ: } 11$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

$x \in (-\infty; +\infty)$

$3x^2 - 5x + 6 = 0$ $5 \pm \sqrt{25 - 72}$ $3x^2 + x + 1$ $\sqrt{1 - 12}$
 нет корней нет корней

$$\sqrt{3x^2 + x + 1} + 5 - 6x \geq 0$$

$$\sqrt{3x^2 + x + 1} \geq 6x - 5$$

$$3x^2 + x + 1 \geq (6x - 5)^2$$

$$3x^2 + x + 1 = y$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1 + 5 - 6x$$

$$5 - 6x = z$$

$$\sqrt{y + z} - \sqrt{y} = z$$

$$3x^2 - 5x + 6$$

$$3x^2 + x + 1 \quad x = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3 \cdot 25}{36} - \frac{25}{6} + 6 = 3 \cdot \frac{25}{36} + \frac{5}{6} + 1$$

т.к. $x = \frac{5}{6} \in \mathbb{R}$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{5^2}{6} - 5 \cdot \frac{5}{6} + 6} - \sqrt{3 \cdot \frac{5^2}{6} + \frac{5}{6} + 1} = 0$$

или $x > \frac{5}{6}$ то $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$

или $x < \frac{5}{6}$ то $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$

или $z = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{6} \neq 0 \quad z \leq 1 - 7x \leq 3^2$

$$\sqrt{y + z} - \sqrt{y} = z \Rightarrow y + z = z^2 + y + 2z\sqrt{y} \Rightarrow z - 1 + 2\sqrt{y} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{y} = 1 - z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x = 1 + z - 2z \Rightarrow 4 \cdot (3x^2 + x + 1) = 1 + 12x - 10 + 25 + 36x^2 - 60x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24x^2 - 52x + 12 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 13x + 3 = 0 \Rightarrow (6x - 7)(x - 1) = 0$$

ответ: $\frac{5}{6}, \frac{13 - \sqrt{97}}{12}$

$$\frac{7 \pm \sqrt{169 - 72}}{12}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

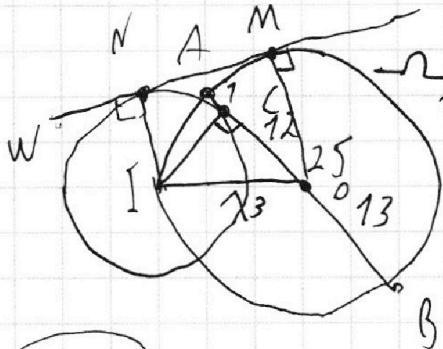
 МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

К-Т. перпендикулярны
 Γ на OM

Γ - центр W N - Т. кас W
 O - центр Ω MA - Т. кас



$AC=1$ $AO=25$

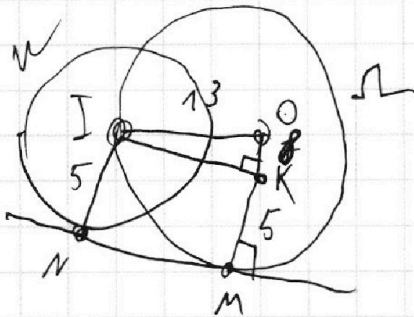
$1+25 = AC+CB = AO+OB = 2AO$
 $\Rightarrow AO=OB$

$\Rightarrow AO=OB=13=OI$

$AO=13$ $AC=1 \Rightarrow CO=12$

$\Rightarrow OIC$ - прямоуголь.

$IO=13 \Rightarrow IC=5$
 $OC=12$



$\Gamma N=5$
 $OM=13$
 $O\Gamma=13 \Rightarrow OK=8$
 ΔKOI - прямоуголь.

$\Rightarrow IK = \sqrt{169-64} = \sqrt{105}$
 $IK \parallel MN$

ответ: $MN = \sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x - y = 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \Rightarrow \frac{15y}{yz} = \frac{x}{xy} + \frac{8z}{xz}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{15y - z}{yz}$$

$$25x^2 = y^2 + 9z^2 + 6yz$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z + 6yz}{y^2 + 3z^2} = \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{25x^2 - 6z^2 - 6zy} = \frac{z \cdot (8z + 6y)}{y^2 + 3z^2}$$

$$\frac{5}{yz} - \frac{1}{xz} = \frac{3}{xy} \Rightarrow \frac{5}{yz} = \frac{3}{xy} + \frac{1}{xz}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \Rightarrow x = \frac{3z + y}{5}$$

$$8yz \neq xz = 15xy$$

$$40yz + 3z^2 + yz = 45zy + 15y^2$$

$$3z^2 - 4yz + 15y^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3z^2 - 4yz + 15y^2 = 0 \\ y^2 - 6yz - 5z^2 = 0 \end{cases}$$

$$15y^2 - 40yz - 65z^2 = 0$$

$$68z^2 + 86yz = 0$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = 9 \Rightarrow 25x^2 - y^2 - z^2 = 9 \cdot (y + 3z)^2$$

$$8z^2 + 6yz = 9 \cdot (y^2 + 6yz + 9z^2)$$

$$x = 1 \quad z = 3 \quad y = -4$$

$25x^2 = y^2 + 9z^2 + 6yz$
 или $z < 0$ и $(8z + 6y) > 0$
 $8z + 15y - z < 0 \Rightarrow x < 0$
 $x = \frac{y}{z}$
 $5x - 3z + y > 0$
 ??
 или $z < 0$, тогда $(8z + 6y) < 0$
 или $(8z + 6y) < 0$ тогда $z < 0 \Rightarrow z \cdot (8z + 6y) > 0$
 $3z^2 - 4yz + 15y^2 = 0$
 $8z^2 + 6yz \leq 0$
 $z \cdot (8z + 6y) \leq 0$
 $8z + 6y \leq 0$
 $y = -\frac{4}{3}z$
 $5x = \frac{5}{3}z$
 $z = 3x$
 $y = -4x$

Ответ: D

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



v - велос. ехал $x+1$ ч скорость v_B
 M - мот. ехал x ч скорость v_M

$\left\{ \begin{array}{l} (x+1) \cdot v_B = 5 \\ x \cdot v_M = 5 \end{array} \right.$

$2 \cdot (v_M - v_B) = 49 \text{ км}$

$(x+1) \cdot v_M = x \cdot v_B + 49 \text{ км} \Rightarrow x \cdot v_M + 1 \cdot v_M = 5 - v_B + 49 \text{ км}$
 $v_M - v_B = 49 \text{ км/ч}$
 $v_M = 49 + v_B$
 время при $v_B = 7 \text{ км/ч}$ больше

$(v_B + 7) \cdot t = 5$

$(v_M + 7) \cdot (t - 3 \frac{6}{10}) = 5$

$39 \text{ км} = \frac{39}{60} \cdot 4 = \frac{13}{20} \cdot 4 = 2.6$
 $2.6 = 2 \frac{6}{10}$

$(x+1) \cdot (v_B = 5) \Rightarrow v_B \cdot x + 1 \cdot v_B = v_B \cdot x + 49 \cdot x \Rightarrow x \cdot v_B = \frac{49 \cdot x}{1}$

$x \cdot (v_B + 49) = 5$

$(v_B + 7) \cdot t = 5$

$(v_B + 56) \cdot (t - 3 \frac{6}{10}) = 5$

$(49x+7) \cdot t = 5$

$x \cdot (49x+49) = 5$

$(49x+7) \cdot t = 5$

$(49x+56) \cdot (t - 3 \frac{6}{10}) = 5$

$\Rightarrow 49x \cdot t + 7t = 49x \cdot t + 49x \cdot \frac{13}{20} + 56t - 56 \cdot 3 \frac{6}{10} \cdot \frac{13}{20}$
 $56 \cdot \frac{13}{20} - 49t = 49x \cdot \frac{13}{20} \Rightarrow 8 \cdot \frac{13}{20} - 7t = 7x \cdot \frac{13}{40}$

$49x \cdot t + 7t = 49x \cdot t + 49 \cdot 0.6x + 56t - 56 \cdot 0.6$

$56 \cdot 0.6 - 49t = 49 \cdot 0.6x$

$8 \cdot 0.6 - 7t = 7 \cdot 0.6x \Rightarrow t = \frac{48}{70} + \frac{6}{10}x$

$(x+1) \cdot 49x = (49x+7) \cdot (\frac{48}{70} + \frac{6}{10}x)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(x+1) \cdot 49x = (49x+7) \cdot \left(\frac{48}{70} + \frac{6}{10}x\right)$$

$$49x^2 + 49x = \frac{49 \cdot 48}{70} \cdot x + \frac{48}{10} + \frac{49 \cdot 6x^2}{10} + \frac{42}{10} \cdot x$$

~~$$x^2 \cdot \left(\frac{392}{5}\right) + x \cdot \left(49 - \frac{7 \cdot 24}{5} - \frac{21}{5}\right) - \frac{48}{10} = 0$$~~

~~$$x^2 \cdot 392 + x \cdot 198 - 24 = 0$$~~

~~$$x^2 \cdot 196 + x \cdot 99 - 12 = 0$$~~

формула дискриминанта, так как $x > 0$

$$x = \frac{-49 \pm \sqrt{7^2 + 48 \cdot 2 \cdot 4}}{7^2 \cdot 8} = \frac{-7 + \sqrt{49 + 192}}{8}$$

~~$$x = \frac{-1 + \sqrt{297}}{8}$$~~

$$x^2 \cdot \left(49 - \frac{49 \cdot 3}{5}\right) + x \cdot \left(49 - \frac{7 \cdot 24}{5} - \frac{21}{5}\right) - \frac{48}{10} = 0$$

$$x^2 \cdot 98 + x \cdot (295 - 168 - 21) - 24 = 0$$

$$x^2 \cdot 98 + x \cdot (127) - 24 = 0$$

$$x^2 \cdot 49 + x \cdot 28 - 12 = 0$$

формула дискриминанта, так как $x > 0$

$$x = \frac{-28 + \sqrt{7^2 \cdot 4^2 + 7^2 \cdot 4 \cdot 3}}{7^2 \cdot 2} = \frac{-2 + 2 \cdot \sqrt{4}}{7} = \frac{2}{7}$$

$$S = \left(\frac{2}{7} + 1\right) \cdot \frac{2}{7} \cdot 49 = 14 + 4 = 18 \text{ км}$$

ответ: $S = 18 \text{ км}$

7

$$(x+1) \cdot 49x = S$$

$$49x^2 + 49x = S$$

$$49x^2 + 49x - S = 0$$

$$x = \frac{-49 \pm \sqrt{49^2 + 4 \cdot 49 \cdot (-S)}}{2 \cdot 49}$$

$$x = \frac{-49 \pm \sqrt{2401 - 196S}}{98}$$

$$x = \frac{-49 \pm \sqrt{2401 - 196S}}{98}$$

$$295 - 168 = 127$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$\frac{EX}{\sin 45^\circ} = \frac{XY}{\sin \angle EXY}$~~ ~~$\sqrt{2} \cdot XY = EX$~~

$\angle AED = 90 - \frac{x}{2}$
 $\angle EFB = \angle CFB = 45^\circ$
 $\angle EFD = 45 + \frac{x}{2} \Rightarrow \angle EDF = 45^\circ$

$\angle AED = \angle FDC = \sqrt{2} \cdot \sin \angle EXY = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\angle ADE = \angle FDC \Rightarrow \sin \angle EXY = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \angle ADE = X$
 $\angle EAC = 90 - X$
 $\angle EDC = 30^\circ \Rightarrow \angle DCX = X = \angle EAD$

$\Delta AED \sim \Delta FDC$
 $\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{FC}$
 $\angle DCX = \angle CYD$
 $\left. \begin{aligned} FC = DC = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot AC \\ \angle DCY = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \angle YFC = 45^\circ \\ \angle BFE = 45^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle EFD = 90^\circ$

$\angle FXD = \angle EFD = 90 - \frac{x}{2}$
 $\angle EDF = \angle FKE = 45^\circ \Rightarrow \angle YXD = 45 + \frac{x}{2}$
 $\left. \begin{aligned} \angle ADE = \angle XDC = 90 - \frac{x}{2} \\ \angle FKE = 45^\circ \\ \angle PCX = X \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle XFD = 45 - \frac{x}{2} \Rightarrow \angle XDY = 90^\circ$

$EX^2 = ED^2 + XD^2$ $XY^2 = ED^2 + DY^2$

$2XY^2 = ED^2 + XD^2$

$XY^2 = XD^2 + DY^2$

$DX = \sqrt{ED \cdot DY}$

$ED = XD^2 + 2DY^2$

$\frac{ED}{DY} = 2z$

$z = 1 + 2 \frac{1}{z}$

$z^2 - 2z - 2 = 0$

$z = 2 = 1$

$\frac{ED}{DY} = 1 + 2 \frac{DY}{ED}$

$\Rightarrow \frac{ED}{DY} = 2 = \frac{AD}{DC}$

Ответ: $\frac{AD}{DC} = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 + 3z^2 = 5x - 7 = 3z \quad 5x = 3z + y \quad 25x^2 = 9z^2 + y^2 + 6zy + z^2$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \quad 25x^2 = (3z + y)^2 \quad \Rightarrow 25x^2 \geq 3z^2 + y^2$$

$$\Rightarrow 8yz + xz = 15xy \Rightarrow 8yz + \frac{(3z+y) \cdot z}{5} = 3 \cdot (3z+y) \cdot y \Rightarrow$$

$25x^2 - y^2 - z^2$ всё в квадратах, потому что пусть $x, y, z > 0$

$$y^2 + 3z^2 \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$9z^2 + 6zy + y^2 - y^2 - z^2 \quad 8z^2 + 6zy \quad 8yz + xz = 15xyz$$

$$\frac{y^2 + 3z^2}{15} = \frac{y^2 + 3z^2}{y^2 + 3z^2} \quad 6yz = \frac{3}{4}xz + \frac{45}{4}xy$$

$$3) \quad 40yz + \frac{(3z+y) \cdot z}{5} = 3 \cdot (3z+y) \cdot y$$

$$40yz + 3z^2 + yz = 9z^2 + 3y^2$$

$$32yz = 3y^2 + 6z^2$$

$$3z^2 - 815y^2 = 4z^2 \Rightarrow 6zy = \frac{9}{2}z^2 + \frac{45}{2}y^2$$

$$\Rightarrow \frac{8z^2 + \frac{9}{2}z^2 - \frac{45}{2}y^2}{y^2 + 3z^2} = 1 \quad \frac{27z^2 - 45y^2}{2y^2 + 6z^2}$$

$$\frac{8z^2 + \frac{9}{2}z^2 + \frac{45}{2}y^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{27z^2 + 45y^2}{2y^2 + 6z^2}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{25x^2 - 6yz}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2; 1; 3 \\ 10 - y = 9 \\ 4 + 7 = 5 \end{array} \right\}$$

$$\frac{100 - 1 - 9}{28} = \frac{90}{28} = \frac{45}{14}$$

$$25x^2 - y^2 - z^2 = y^2 + 3z^2$$

$$6yz = \frac{3}{4}xz + 40yz + 3z^2 + yz$$

$$25x^2 = 2y^2 + 4z^2 \quad 5z^2 = 0$$

$$y^2 - 6yz - 9z^2 + 4z^2 = 0$$

$$3z^2 - 15y - 4z^2$$

$$y^2 - 6yz - 5z^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\delta < 0$ $8z + 6y > 0$ $3z + y \neq 0$ $x < 0$

$\sin 45^\circ = \frac{EX}{XY}$ $\sin \angle EXY = \frac{EX}{XY}$

$\sin 45^\circ = \frac{EX}{XY}$ $\sin \angle EXY = \frac{EX}{XY}$

$\sin \angle EXY = \frac{1}{2}$

30°

$\angle EXY = 105^\circ$

$25x^2 = 7z^2$

$25x^2 = 7(2z + 6y)^2$

$\triangle AED \sim \triangle OYC$

$AE = AD$

$\triangle AED \sim \triangle OYC \Rightarrow \frac{AD}{OC} = \frac{AE}{FC}$

$\Rightarrow DC = FC$

$\triangle AED \sim \triangle OYC \Rightarrow \frac{AD}{OC} = \frac{ED}{CY}$

$5x - \sqrt{3}z = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\angle OYCF = 90 - \frac{x}{2}$; $\angle YEF = 45 + \frac{x}{2} \Rightarrow \angle FYO = 45$

$27z^2 = 45y^2$

Точка (0) для $AYEX$

$EX^2 = XY^2 + YE^2 - 2 \cdot XY \cdot YE \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$EX^2 = \frac{1}{2}EX^2 + YE^2 - 2YE \cdot EX$

$\frac{1}{2}EX^2 = YE^2 - 2YE \cdot EX$

$AE = AD$

$DC = FC$

$EB = BF$

$\angle ADE = \angle YOC \Rightarrow \angle PCY = x = \angle EAD$

$\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle OYC$

$EX = \sqrt{2} \cdot XY$

$\frac{EX}{XY} = \sqrt{2}$

$\triangle OYCF - \text{isosceles}$

$\Rightarrow \angle FXD = \angle EFD$

$\angle EFD = 45^\circ$

$\angle YFC = 45 + \frac{x}{2}$

$\Rightarrow \angle EXD = 90 - \frac{x}{2}$

$\angle XFE = 90 - \frac{x}{2}$

$\angle BEF = 45^\circ$

$\angle PAE = 90 - \frac{x}{2} \Rightarrow \angle DEF = 45 + \frac{x}{2}$

$\frac{40}{3\sqrt{5} + \sqrt{3}} \neq \frac{15}{\sqrt{3}}$

$YE = \frac{2EX + \sqrt{4EX^2 - 2EX^2}}{2}$

$YE = EX + \sqrt{\frac{1}{2}EX^2}$