



Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета  $L = 20$  м.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью  $V_0$  к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна  $H = 3,6$  м.

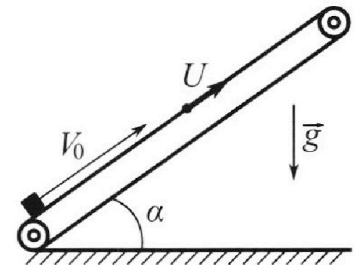
2) На каком расстоянии  $S$  от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 6$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = 0,5$ .

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь  $S$  пройдет коробка в первом опыте к моменту времени  $T = 1$  с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 1$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 6$  м/с (см. рис.).

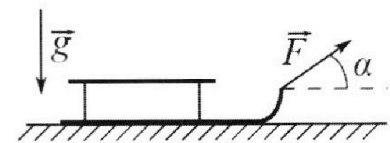
2) Через какое время  $T_1$  после старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 1$  м/с?

3) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии  $K$  на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии  $K$  действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение  $S$  санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения  $g$ . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

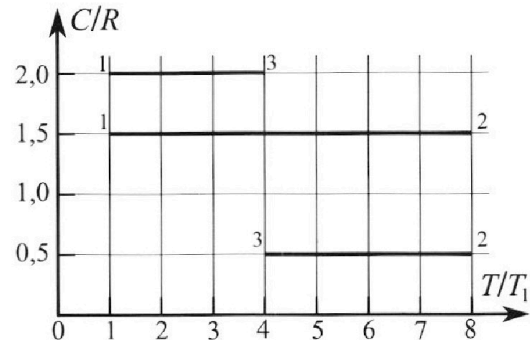
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



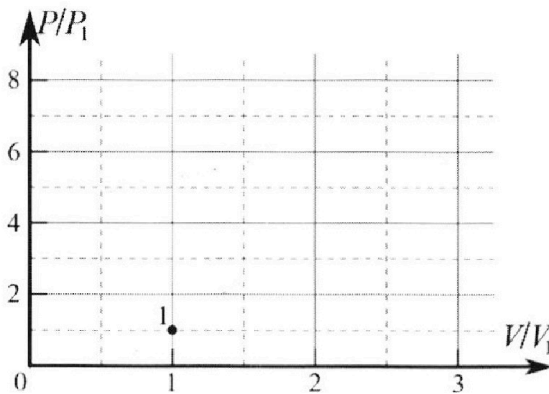
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1 = 200$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



1) Найдите работу  $A_{31}$  внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $a$  (см. рис.). Сила натяжения каждой нити  $T$ .

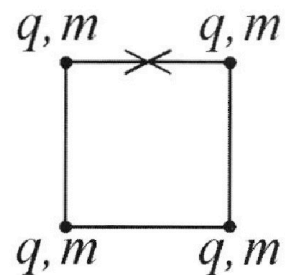
1) Найдите абсолютную величину  $|q|$  заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию  $K$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} H &= v_0 \cdot \sin \beta \cdot \left( \frac{2v_0 \sin \beta}{g} \cdot \frac{1}{2} \right) - \frac{g}{2} \cdot \left( \frac{2v_0 \sin \beta}{g} \cdot \frac{1}{2} \right)^2 = \\ &= \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{g^2} = \frac{2v_0^2 \sin^2 \beta}{2g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g} = \\ &= \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g}, \text{ тогда } \sin^2 \beta = \frac{2gH}{v_0^2}, \text{ т.к. } \sin \beta > 0, \text{ то } \sin \beta = \sqrt{\frac{2gH}{v_0^2}} \\ \text{т.к. } H - \text{ высшая точка траектории, то } S = \frac{L_2}{2}, \text{ т.е. } S = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g} \cdot \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(аналогично 1)).

$$\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = \frac{v_0^2 - 2gH}{v_0^2}, \text{ т.к. } 0^\circ < \beta < 90^\circ, \text{ то}$$

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gH}{v_0^2}}$$

$$S = \frac{v_0^2}{2g} \cdot 2 \sin \beta \cos \beta = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sqrt{\frac{2gH}{v_0^2}} \cdot \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gH}{v_0^2}} = \frac{\sqrt{2gH(v_0^2 - 2gH)}}{g}$$

$$S = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3,6 (10\sqrt{2} - 2 \cdot 10 \cdot 3,6)}}{10} = \frac{\sqrt{7,2 \cdot 10^2 \cdot \sqrt{2} - 4 \cdot 10^2 \cdot 3,6^2}}{10} =$$

$$= \frac{\sqrt{7,2 \cdot \sqrt{2}}}{10} =$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{200}{10} \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 3,6}{200}} \sqrt{\frac{200 - 2 \cdot 10 \cdot 3,6}{200}} = \frac{\sqrt{72 \cdot 128}}{10} = \frac{\sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^7}}{10} = \\ &= \frac{2^5 \cdot 3}{10} = 9,6 \text{ (м)}. \end{aligned}$$

Ответ:  $v_0 = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;  $S = 9,6 \text{ м}$ .

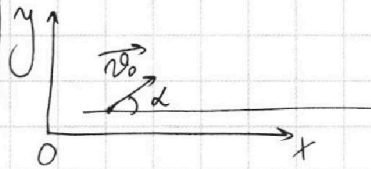
1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №1. Дано:  
 $\alpha = 45^\circ$   
 $L = 20 \text{ м}$   
 $H = 3,6 \text{ м}$   
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$   
 $v_0 = ?$   
 $S = ?$

Решение: 1)



$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{g}{2} t^2 \text{ (I)} \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \text{ (II)} \end{cases}$$

$\vec{v}_0$   
 $v_{0x}$   $v_{0y}$   
 $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$   
 $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$

$y_y$  (I):

$Oy$ :  $y = y_0 + v_{0y} t - \frac{g t^2}{2}$ , где  $y_0 = 0$ ,  $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$

тогда при  $y = 0$  (мяч упал после удара):

$$0 = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t_n - \frac{g t_n^2}{2} \Rightarrow t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$D = (v_0 \cdot \sin \alpha)^2 - 4 \cdot 0 \cdot \left(-\frac{g}{2}\right) = v_0^2 \sin^2 \alpha$$

$$t_n = \frac{-v_0 \cdot \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha}}{2 \cdot \left(-\frac{g}{2}\right)}, \text{ т.к. } t_n > 0, \text{ то } t_n = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$Ox$ :  $x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ , где  $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \text{ т.е.} \\ a_x = 0 \end{cases}$

$x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_n$ , тогда  $L = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_n$  ( $t_n$  - время удара)

$$L = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2 v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$v_0^2 = \frac{g L}{\sin 2\alpha} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g L}{\sin 2\alpha}}. \quad v_0 = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{\sin(2 \cdot 45^\circ)}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) Т.к.  $y_0 = 0$ , то  $y_{\max} = v_{0y} \cdot \frac{t_n}{2} - \frac{g \left(\frac{t_n}{2}\right)^2}{2} = \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{t_n}{2}\right)^2$ , т.к.

$t_{\text{подъема}} = t_{\text{спуска}}$ , а значения  $H = y_{\max}$  (высота точки касания)

Аналогично 1):  $t_n = \frac{2 v_0 \sin \beta}{g}$  ( $\beta$  - угол, под которым футболист ударил мяч в этот момент). Тогда:



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t = \frac{v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha} \quad t = \frac{6}{0,5 \cdot 10 \cdot 0,8 + 10 \cdot 0,6} = 0,6 \text{ (с)}$$

т.е. коробка сначала пройдет  $S_1 = v_0 \cdot t - \frac{(\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha) t^2}{2}$

$$S_1 = 6 \cdot 0,6 - \frac{10 \cdot 0,6^2}{2} = 3,6 - 1,8 = 1,8 \text{ (м)}$$

А потом идет вниз с тем же ускорением:

$$S_2 = \frac{(\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha) (T - t)^2}{2} = \frac{10 \cdot (1 - 0,6)^2}{2} = 0,8 \text{ (м)}$$

$$S = S_1 + S_2 = 2,6 \text{ (м)}$$

2) Скорость антагонична ( $\perp$ ), но  $v_{k.n.} = v + v_{k.x}$ , где  $v_{k.x} = v_0 + a \cdot t$ .

$$v_{k.n.y} = 0, \text{ т.к. } \begin{cases} v_{0y} = 0 \\ dy = 0 \end{cases}, \text{ т.е. } v_{k.n.} = v_{k.x} = v + v_{k.x}, \text{ где}$$

$$v_{k.y} = 0, \text{ т.е. } v_{k.n.} = v + v_0 + a \cdot t$$

$$\text{Если } v_{k.n.} = v, \text{ то } v_0 + a \cdot t_1 = 0 \Leftrightarrow T_1 = \frac{v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}$$

$$T_1 = \frac{6}{0,5 \cdot 10 \cdot 0,8 + 10 \cdot 0,6} = 0,6 \text{ (с) или } v + v_0 + a \cdot t = -v, \text{ т.к.}$$

$$\text{тогда } v_{k.n.} = v, \text{ т.е. } T_1 = \frac{2v + v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}$$

$$T_1 = \frac{2 \cdot 6 + 6}{10} = 0,8 \text{ (с)}, \text{ берем } T_1 = 0,6 \text{ с, т.к. } 0,6 \text{ с} < 0,8 \text{ с}$$

$$3) v_{k.n.} = 0, \text{ т.е. } v + v_0 + a \cdot t_0 = 0 \Leftrightarrow t_0 = \frac{v + v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}$$

$$t_0 = \frac{1 + 6}{10} = 0,7 \text{ (с)}$$

$$L = (v + v_0) t + \frac{a t^2}{2} = \frac{(v + v_0)^2}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha} - \frac{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}{2} \cdot \frac{(v + v_0)^2}{(\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha)^2}$$

$$L = \frac{(1 + 6)^2}{10} - \frac{10}{2} \cdot \frac{(1 + 6)^2}{10^2} = 4,9 - \frac{4,9}{2} = 2,45 \text{ (м)}$$

Ответ: 1)  $S = 2,6 \text{ м}$ ; 2)  $T_1 = 0,6 \text{ с}$

3)  $L = 2,45 \text{ м}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 2 Дано:

$$\sin \alpha = 0,6$$

$$v_0 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\mu = 0,5$$

$$T = 1 \text{ с}$$

$$U = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

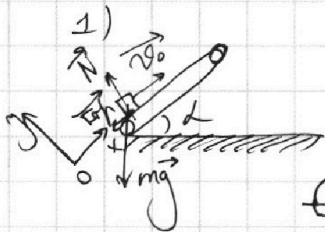
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

S - ?

$T_1$  - ?

L - ?

Решение:



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a} \quad \text{II закон Ньютона.}$$

$$Oy: N - mg = m a_y (a_y = 0)$$

$$Ox: mg$$

$$Oy: N - mg \cdot \cos \alpha = m a_y (a_y = 0) \quad (I)$$

$$Ox: -F_f - mg \sin \alpha = m a_x \quad (II)$$

$$(I): N = mg \cos \alpha, \text{ т.е. } F_f = \mu \cdot N = \mu mg \cos \alpha.$$

$$(II): -(\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha) = m a_x. \text{ Т.к.}$$

$$a_y = 0, \text{ то } |a| = |a_x|, \text{ т.е. } |a| = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha.$$

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{a t^2}{2} \Rightarrow S = v_0 t + \frac{|a| t^2}{2}$$

$$S = v_0 \cdot T - \frac{(\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha) \cdot T^2}{2}, \text{ где } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8 \text{ (т.к. } \cos \alpha > 0, 0^\circ < \alpha < 90^\circ)$$

$$S = 6 \cdot 1 - \frac{0,5 \cdot 10 \cdot 0,8 + 10 \cdot 0,6}{2} \cdot 1^2 = 6 - 5 = 1 \text{ (м)}$$

2) Скорость ~~аналогична 1), но~~  $v_{к.н.} = v + a t$ , где  $v_{к.н.} = v_0 + a t$ .

$$v_{к.н.} = 0 \Leftrightarrow v_{к.н.} = 0, \text{ т.е. } 0 = v_0 + a t \Leftrightarrow t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{v_0}{-\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}$$

$$T_1 = \frac{6}{0,5 \cdot 10 \cdot 0,8 + 10 \cdot 0,6} =$$

Посмотрим, когда  $v_{к.н.} = v_0 + a t$  станет  $v_{к.н.} = 0$ :

$$t = \frac{-v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 ЗУЖ:  $\frac{m v^2}{2} = A_{F_2} + A_{F_{\text{тр}2}}$ , где  $\begin{cases} A_{F_2} = F \cdot l_2 \\ A_{F_{\text{тр}2}} = -F_{\text{тр}2} \cdot l_2 = -\mu mg l_2 \end{cases}$

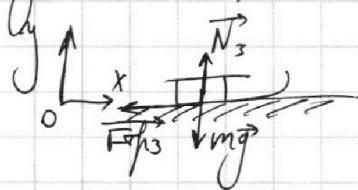
т.к.  $l = l_2$ , то:

$$F \cdot l \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \cdot \sin \alpha) \cdot l = F \cdot l - \mu mg l \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg = F - \mu mg \quad (\Rightarrow) \cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1 \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

2) Процесс торможения один и тот же, т.к.  $v_{k1} = v_{k2} = v$  и ~~нет~~ внешняя сила  $F$  не действует.



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{a}$$

$$Oy: mg - N_3 = m a_{y3} \quad (a_{y3} = 0)$$

$$Ox: -F_{\text{тр}3} = m a_{x3}, \text{ т.е. } F_{\text{тр}3} = \mu N_3 = \mu mg$$

$$-\mu mg = m a_{x3} \Rightarrow a_{x3} = -\mu g. \text{ т.к. } a_{y3} = 0, \text{ то } |a_3| = \mu g$$

$$S = \frac{v_k^2 - v_n^2}{2a_x} = \frac{v^2}{-2\mu g} = \frac{v^2}{2\mu g}$$

ЗУЖ:  $\frac{m v^2}{2} + A_{F_{\text{тр}3}} = 0$ , где  $A_{F_{\text{тр}3}} = -F_{\text{тр}3} \cdot S = \frac{k \cdot \sin \alpha}{k \cdot \sin \alpha} \cdot S$

$$k = \mu mg S \quad (\Rightarrow) \quad S = \frac{\mu mg}{\mu mg} = \frac{k \cdot \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) mg}$$

Ответ:  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}; \quad S = \frac{k \cdot \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) mg}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

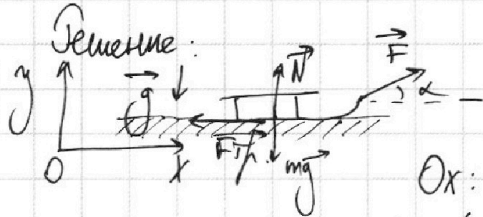
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3. Дано:

$F$   
 $k$   
 $g$   
 $\mu$  - ?  
 $S$  - ?

Решение:



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{a} \quad \text{закон Ньютона.}$$

$$Ox: F \cdot \cos \alpha - F_{\text{тр}} = ma_x$$

$$Oy: mg - F \cdot \sin \alpha - N = ma_y, \text{ где } a_y = 0, \text{ т.е.}$$

$$N = mg - F \cdot \sin \alpha. \text{ Тогда } F_{\text{тр}} = \mu N = \mu (mg - F \cdot \sin \alpha).$$

$$\text{Условие: } F \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \cdot \sin \alpha) = ma_x, \text{ где } a_y = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = ax.$$

$$F \cdot \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = ma \Leftrightarrow F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg = ma.$$

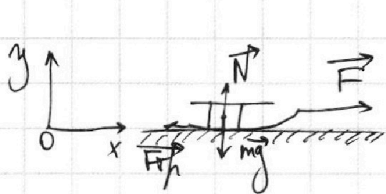
$$k = \frac{m v^2}{2}. \quad \text{ЗУЭ: } 0 = A_F + A_{F_{\text{тр}}} + \frac{m v^2}{2}$$

$$\frac{m v^2}{2} = A_F + A_{F_{\text{тр}}}, \text{ где } \begin{cases} A_F = F \cdot l \cdot \cos \alpha \\ A_{F_{\text{тр}}} = -F_{\text{тр}} \cdot l \end{cases}$$

$$\frac{m v^2}{2} = F \cdot l \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) \cdot l = l (F \cdot \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha)$$

$$l = \frac{v_k^2 - v_{k1}^2}{2a} = \frac{v^2 - 0^2}{2 \cdot \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg}{m}} = \frac{m v^2}{2}$$

$$\frac{1}{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg} = \frac{1}{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg}$$



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{a}$$

$$Oy: mg - N_2 = ma_{y2} (a_{y2} = 0) \quad (I)$$

$$Ox: F - F_{\text{тр}2} = ma_{x2} \quad (II)$$

$$F_{\text{тр}2} = \mu \cdot N_2 = \mu mg \quad (\text{из } (I))$$

$$\text{Т.к. } a_{y2} = 0, \text{ то } a_2 = ax_2$$

$$(II): F - \mu mg = ma_2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N4.

$$Q = \Delta U + A$$

~~Q<sub>отг.</sub>~~  $Q_{нагр.} = Q_{12}$

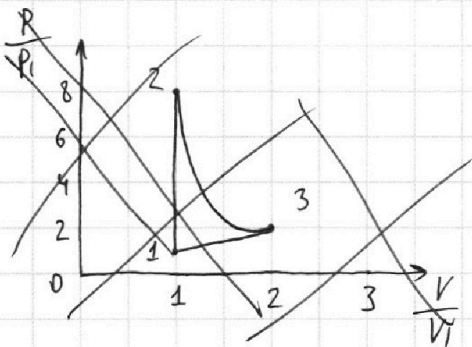
$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}, \text{ где } A_{12} = 0; \Delta U_{12} = \sqrt{R}(T_2 - T_1) = \sqrt{R} \cdot 7T_1$$

$$Q_{12} = 1 \cdot 8,31 \cdot 7 \cdot 200 = 11634$$

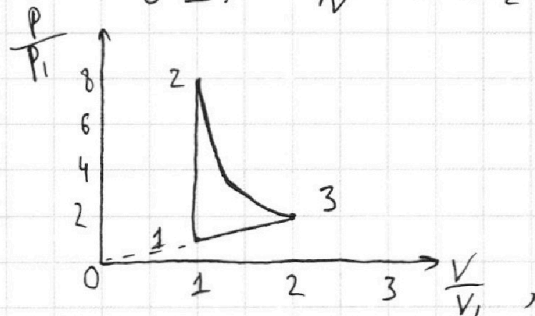
$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}, \Delta U_{23} = \sqrt{R}(T_3 - T_2) = -4\sqrt{R}T_1$$

$$Q_{23} = -4 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 + 6848 = 0$$

~~Q<sub>отг.</sub> = 6848 - 2493 = 4355~~  
~~11634~~ ~~4355~~  
~~11634~~



1-2: изохорный  
 2-3:  $p \cdot V^2 = \text{const}_1$   
 3-1:  $\frac{p}{V} = \text{const}_2$



т.к. в процессе 3-1 газ лишь сжимал, а не получал энергию,

$$\text{то } \eta = 1 - \frac{Q_{отг.}}{Q_{нагр.}} = 1 - \frac{(A_{31} + \sqrt{R}(T_1 - T_3))}{Q_{12} + Q_{23}} =$$

$$= 1 - \frac{2493 + 1 \cdot 8,31 \cdot 600}{11634} = \frac{4155}{11634}$$

Ответ: 1)  $A_{31} = 2493$  Дж; 2)  $\eta = \frac{4155}{11634}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$\frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} = \frac{T_3}{T_1} \Leftrightarrow \frac{V_3 \cdot V_3}{V_1 \cdot V_1} = \frac{T_3}{T_1} \Leftrightarrow V_3 = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} \sqrt{4 V_1^2} = 2V_1$$

$$p_3 = 2p_1, \text{ т.к. } V_2 = V_1, \text{ то } V_3 = 2V_2$$

Из процесса 2-3:  $pV^2 = \text{const.}$ , т.е.  $p_2 V_2^2 = p_3 V_3^2$ , где  $V_3 = 2V_2$ :

$$p_2 \cdot V_2^2 = p_3 \cdot (2V_2)^2 \xrightarrow{\text{т.е.}} p_2 = 4p_3 \text{ Имеем: } \begin{cases} p_2 = 4p_3 = 8p_1 \\ V_2 = \frac{1}{2}V_3 = V_1 \\ T_2 = 2T_3 = 8T_1 \end{cases}$$

$$1) A_{31} = -A_{32} = -\int_{V_3}^{V_1} p dV =$$

$$= -\int_{V_3}^{V_1} C \cdot V dV = \frac{C V_3^2 - C V_1^2}{2}, \text{ где } C = p_3 \cdot V_3^{-1}$$

$$A_{31} = \frac{C}{2} (V_3^2 - (\frac{1}{2}V_3)^2) = \frac{3C}{8} V_3^2 = \frac{3}{8} \cdot p_3 \cdot V_3^{-1} \cdot V_3^2 = \frac{3}{8} p_3 V_3 =$$

$$= \frac{3}{8} \sqrt{RT_3} = \frac{3}{8} \sqrt{R(4T_1)} = \frac{3}{2} \sqrt{RT_1}$$

$$A_{31} = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 = 831 \cdot 3 = 2493 \text{ (Дж)}. \quad A_{32} = -A_{31} = -2493 \text{ (Дж)}$$

$$2) \eta = \frac{A_2}{Q_{\text{нагр.}}}, \text{ где } A_2 = A_{12} + A_{23} + A_{31}, \quad A_{12} = 0 \text{ (процесс изохорный)}$$

$$A_{23} = \int_{V_2}^{V_3} p dV = \int_{V_2}^{V_3} \frac{C_2}{V^2} dV = -\frac{C_2}{V} \Big|_{V_2}^{V_3} = -\frac{C_2}{V_3} + \frac{C_2}{V_2} = C_2 \left( \frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_3} \right) =$$

$$= C_2 \left( \frac{2}{V_3} - \frac{1}{V_3} \right) = \frac{C_2}{V_3}, \text{ где } C_2 = p_3 \cdot V_3^2, \text{ т.е. } A_{23} = p_3 V_3 =$$

$$= \sqrt{RT_3}. \quad A_{23} = 1 \cdot 8,31 \cdot 800 = 6848 \text{ (Дж)}$$

$$\eta = \frac{A_2}{Q_{\text{нагр.}}} = 1 - \frac{|Q_{\text{отг.}}|}{Q_{\text{нагр.}}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$N4. \delta Q = dU + \delta A \Leftrightarrow c \nu dT = \frac{i}{2} \nu R dT + P dV \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{\frac{i}{2} \nu R dT + P dV}{\nu dT} = \frac{\frac{i}{2} \nu R dT + P dV}{\nu (P dV + V dp)} = \frac{\frac{i}{2} \nu R (P dV + V dp) + P dV}{\nu (P dV + V dp)} =$$

$$= \frac{\frac{i}{2} \nu R + \frac{P dV}{\nu (P dV + V dp)}}{\nu (P dV + V dp)} \quad \text{где } \nu = (\text{ман})$$

$$c = \frac{i}{2} R + \frac{P dV}{P dV + V dp}$$

$$c = \frac{\frac{i}{2} \nu R dT + P dV}{\nu dT} = \frac{i}{2} R + \frac{P dV}{P dV + V dp} R$$

$$\frac{c}{R} = \frac{i}{2} + \frac{P dV}{P dV + V dp} \quad \text{Далее процесс 1-2: } \frac{c}{R} = \frac{i}{2} + \frac{P dV}{P dV + V dp} = 1,5$$

т.к. газ одноатомный, то  $\frac{i}{2} = 1,5 \Rightarrow P dV = 0$ , т.е. процесс изотермический ( $V = \text{const}$ )

$$\text{Тогда } \begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow p_2 = 8 p_1 \quad (V_2 = V_1)$$

$$\text{Далее процесс 2-3: } \frac{c}{R} = 0,5 = 1,5 + \frac{P dV}{P dV + V dp} \Leftrightarrow \frac{P dV}{P dV + V dp} = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 P dV + V dp = 0 \Leftrightarrow \frac{dp}{p} + 2 \frac{dV}{V} = 0 \Leftrightarrow p V^2 = \text{const.}$$

$$\text{Далее процесс 3-1: } 2 = 1,5 + \frac{P dV}{P dV + V dp} \Leftrightarrow 0,5 P dV + 0,5 V dp = P dV \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P dV - V dp = 0 \Leftrightarrow \frac{V_1}{V_1} \cdot \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = 0 \Leftrightarrow p \cdot V^{-1} = \text{const.}$$

$$1) A_{31} = A_{23} + A_{31} = - \int_{V_3}^{V_1} P dV = - \int_{V_3}^{V_1} c \cdot V dV = - (c V_1^2 - c V_3^2)$$

$$\begin{cases} p_3 V_3 = \nu R T_3 \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \end{cases} \text{ где } \frac{p_3}{V_3} \cdot \frac{V_1}{p_1} = 1 \Leftrightarrow p_3 = \frac{V_3}{V_1} p_1 \quad \text{и} \quad \frac{T_3}{T_1} = 4, \text{ т.е.}$$

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5 Дано:

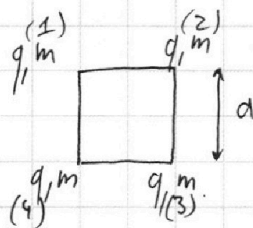
$a$ ;  $T$

$|q|$  - ?

$k$  - ?

$d$  - ?

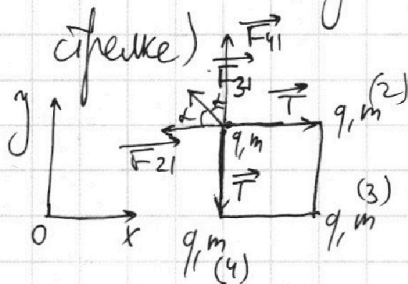
Решение:



$$\vec{F} = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^3} \vec{r}, \text{ где}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Т.к. положение шаров симм., то расси. левый верхний и распишем действующие на него силы (пусть он будет первым, остальные 2, 3 и 4 по часовой стрелке)



$$\sum_{i=1}^4 \vec{F}_i = m\vec{a}$$

$$Oy: F_{11} - T + F_{31} \cdot \cos 45^\circ = ma_y$$

$$Ox: F_{21} - T + F_{31} \cdot \sin 45^\circ = ma_x$$

где  $dy = dx = 0$ .

$$\begin{cases} F_{11} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \\ F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \\ F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2a^2} \end{cases}, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} \frac{q^2}{4a^2 4\pi\epsilon_0} + \frac{q^2}{8a^2 4\pi\epsilon_0} \cdot \cos 45^\circ = T \\ \frac{q^2}{4a^2 4\pi\epsilon_0} + \frac{q^2}{8a^2 4\pi\epsilon_0} \cdot \sin 45^\circ = T \end{cases}$$

$$T = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow q^2 = \frac{4\pi\epsilon_0 T a^2}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$|q| = \sqrt{\frac{16\pi\epsilon_0 T a^2}{4 + \sqrt{2}}}$$

2) Найдем мин. энергию ( $k$ ) (1) шарика (сверху вниз):

$$3\epsilon\partial: q \cdot \varphi_{\text{нач.}} = q \cdot \varphi_{\text{кон.}} + k, \text{ где } \begin{cases} q\varphi = E_{\text{п.}} \\ k = E_{\text{к.}} \end{cases}$$

$$\varphi_{\text{нач.}} = \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{a} + \frac{q}{\sqrt{2}a} + \frac{q}{a} \right) =$$

$$= \frac{(4 + \sqrt{2})q}{2a} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

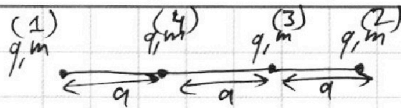
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5. 2)



$$U_{к.} = U_{22} + U_{32} + U_{42} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{3a} + \frac{q}{2a} + \frac{q}{a} \right) =$$

$$= \frac{11q}{24\pi\epsilon_0 a}$$

~~$$\frac{q(2\sqrt{2}+1)}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a} = \frac{11q}{24\pi\epsilon_0 a} + K \Leftrightarrow K = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left( \frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} - \frac{11}{24} \right) =$$~~

~~$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left( \frac{12(4+\sqrt{2})}{24} - \frac{11}{24} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \cdot \frac{37+12\sqrt{2}}{24}$$~~

~~$$\frac{(4+\sqrt{2})q^2}{2a} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{11q^2}{24\pi\epsilon_0 a} + K \Leftrightarrow K = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left( \frac{4+\sqrt{2}}{2} - \frac{11}{6} \right)$$~~

~~$$= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \cdot \frac{12+3\sqrt{2}-11}{6} = \frac{3\sqrt{2}+1}{6} \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} =$$~~

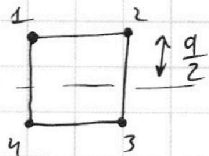
~~$$= \frac{3\sqrt{2}-1}{24\pi\epsilon_0 a} \cdot \sqrt{\frac{16\pi\epsilon_0 T a^2}{4+\sqrt{2}}} = \frac{3\sqrt{2}-1}{24\pi\epsilon_0 a} \cdot 4a \cdot \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{4+\sqrt{2}}} =$$~~

~~$$= \frac{3\sqrt{2}-1}{6\pi\epsilon_0} \cdot \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{4+\sqrt{2}}}$$~~

~~$$\frac{3\sqrt{2}+1}{6} \cdot \frac{16\pi\epsilon_0 T a^2}{4+\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{(3\sqrt{2}+1) \cdot 4a^2 T}{6(4+\sqrt{2})a} = \frac{(3\sqrt{2}+1) 2a^2 T}{3(4+\sqrt{2})a}$$~~

~~$$= \frac{2(6+\sqrt{2})d^2 T}{(12\sqrt{2}+6)a} = \frac{(6+\sqrt{2})d^2 T}{3(6+\sqrt{2})} = a \cdot T \cdot \left( \frac{6+\sqrt{2}}{3+6\sqrt{2}} \right)$$~~

~~$$3) K_{мин.} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left( \frac{4+\sqrt{2}}{2} - \frac{5}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}-1}{2} \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$$~~



~~$$\dots, \text{т.е. } d = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} =$$~~

~~$$= \frac{a\sqrt{5}}{2}$$~~

Ответ: 1)  $d = \sqrt{\frac{16\pi\epsilon_0 T a^2}{4+\sqrt{2}}}$  2)  $K = a \cdot T \cdot \frac{6-\sqrt{2}}{3+6\sqrt{2}}$  3)  $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

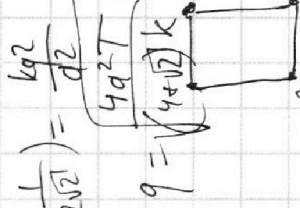


Черновик

$$\frac{49}{36} \frac{kg^2}{r^2}$$

$$T_0 = 4 \frac{1}{3} \frac{kg^2}{a^2}$$

$$\frac{kg^2}{4a^2} = \frac{kg^2}{4a^2} \cdot \frac{4}{4} = \frac{kg^2}{4a^2}$$



$$T = \frac{58}{36} \frac{kg^2}{r^2}$$

$$\begin{array}{r} 72 \mid 2 \\ 36 \mid 2 \\ 18 \mid 2 \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \mid 1 \end{array}$$

$$\frac{98}{156}$$

$$\begin{array}{r} 128 \mid 2 \\ 64 \mid 2 \\ 32 \mid 2 \\ 16 \mid 2 \\ 8 \mid 2 \\ 4 \mid 2 \\ 2 \mid 2 \\ 1 \mid 1 \end{array}$$

Узкая  
 $T_0 = \frac{4kg^2}{a^2}$   
 $4 + \sqrt{2}$   
 $\frac{kg^2}{a^2} (4 + \sqrt{2})$   
 $\sqrt{2} \rightarrow \frac{1}{3}$

$$\frac{kg^2}{a^2} \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32} = \frac{32}{3} \cdot \frac{kg^2}{a^2}$$

$$T = \frac{49kg^2}{36r^2}$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$\frac{49}{36} \frac{kg^2}{r^2} = \frac{kg^2}{r^2} + \frac{kg^2}{r^2} + \frac{kg^2}{r^2} + \frac{kg^2}{r^2}$$

$$\frac{58kg^2}{36r^2} = \frac{831}{2493}$$

$$128 = 2^7$$

$$\frac{kg^2}{4r^2} + \frac{kg^2}{r^2} - \frac{kg^2}{r^2} = \frac{kg^2}{4r^2}$$

$$c_p = \frac{1}{2} R$$

$$-x^{-1} = (-1) - \frac{x^2}{2}$$

$$c = 0$$

$$1.5 = \frac{p d V}{V d p + p d V}$$

$$5 p d V + 3 p d p = 0$$

$$p_3 = 2 p_1$$

$$p_2 = p_1$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \int x^{-2} dx = \frac{x^{-1}}{-1} = -\frac{1}{x}$$

$$-(C_{V1}^2 - C_{V3}^2) = -( \frac{1}{4} V_3^2 - V_3^3 ) = \frac{3}{4} V_3^2 C$$

$$\frac{p_3}{V_3} \cdot V_3^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{p_3 V_3 \cdot 3}{4} = \sqrt{RT_3} \cdot \frac{3}{4} p V_3^{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{49kg^2}{36r^2} = \frac{49kg^2}{36r^2}$$

$$\frac{21}{5} - \frac{21}{5} = \frac{21}{5}$$

$$p \cdot V^{\frac{1}{3}} = p \cdot V^2$$

$$\frac{831}{126} = \frac{32}{3324}$$

$$\frac{165160a^2}{4+sqrt{2}} = \frac{831}{186} \cdot \frac{kg^2}{r^2} = \frac{kg^2}{r^2} \cdot \frac{2}{202m} = \frac{kg^2}{266}$$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

