



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Представим  $a, b, c$  в таком виде:

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2} \cdot a', \quad \text{где } a', b', c' \not\div 2, \not\div 7$$

$$b = 2^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2} \cdot b'$$

$$c = 2^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2} \cdot c'$$

Тогда получим выражения:

$$ab = 2^{\alpha_1 + \beta_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \beta_2} \cdot a'b' = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{\beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\beta_2 + \gamma_2} \cdot b'c' = 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ca = 2^{\gamma_1 + \alpha_1} \cdot 7^{\gamma_2 + \alpha_2} \cdot c'a' = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Получаем нера-ва:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 14 \\ \beta_1 + \gamma_1 \geq 17 \\ \gamma_1 + \alpha_1 \geq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 17 \\ \gamma_2 + \alpha_2 \geq 37 \end{cases}$$

Если сложим нера-ва и поделим на 2,

$$\text{то получим: } \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 25,5; \quad \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 32$$

$$- \text{Но } \alpha_i, \beta_i, \gamma_i \geq 0 \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 37, \text{ и.к. } \gamma_2 + \alpha_2 \geq 37.$$

И.к.  $a, b, c$  — целые, то получим, что:

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 26. \quad \text{Тогда: } abc \geq 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2} \cdot a'b'c' \geq$$

$$\geq 2^{26} \cdot 7^{37} \cdot a'b'c' \geq 2^{26} \cdot 7^{37} \quad (\text{если взять } a', b', c' = 1)$$

Тогда  $abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$ . Пример:

$$a = 2^8 \cdot 7^{12}$$

$$b = 2^6$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{19}$$

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

12.

Заменим сравнение знаменателя и  
модулю числителя:  $a^2 - 6ab + b^2 \equiv_{a+b}$

$$\equiv_{a+b} (a+b)^2 - 8ab \equiv_{a+b} -8ab.$$

Значит,  $\text{НОД}(a^2 - 6ab + b^2, a+b) =$   
 $= \text{НОД}(-8ab, a+b)$ . Заменим, что  
 $\text{НОД}(a, a+b) = \text{НОД}(a, b) = 1$ ;  $\text{НОД}(b, a+b) =$   
 $= \text{НОД}(b, a) = 1$ . Значит,  $\text{НОД}(-8ab, a+b) =$   
 $= \text{НОД}(-8, a+b)$ . Это аналогично тому,  
что  $\text{НОД}(8, a+b)$ , и, к. если  $-x : y$ , то  
и  $x : y$ . Значит,  $m = \text{НОД}(8, a+b)$ .

Итак же (аналогично) можно найти  $\text{НОД}(a, a+b)$ .

Ответ:  $m = \text{НОД}(8, a+b)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

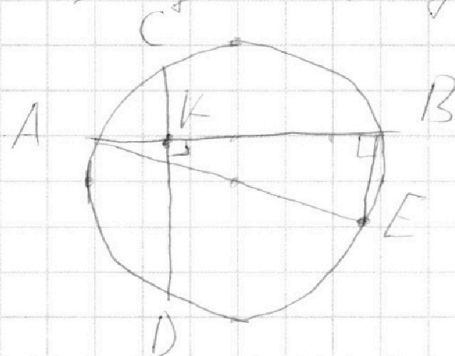


3.

Сначала докажем такую  
лемму: пусть хорды в окружности  
перпендикулярны и разбиваются на  
отрезки длины  $a, b, c, d$ . Тогда  
 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4R^2$ , где  $R$  - радиус

окружности.

$AK = a, BK = b, CK = c,$   
 $DK = d$



Пусть хотя бы одна хорда не диаметр,  
(если все диаметры, следом очевидно: диаметр хорды  
длины  $2R$ ). Тогда  $AE$  - диаметр,  $\angle ABE = 90^\circ$ ,  
опер. на улам. Тогда  $CBED$  - улам, впис.  
в окр.  $\Rightarrow$  равнодуг.  $\parallel CD \parallel BE$ , м.к.  $\angle DKB = 90^\circ = \angle AKB$  и  $AB \perp CD$   
Тогда  $BC = DE$ .  $BC^2 = CK^2 + BK^2 = b^2 + c^2$ .  $AD^2 = AK^2 +$   
 $+ KD^2 = a^2 + d^2$ .  $\angle ADE = 90^\circ$  (опер. на улам.)  
Тогда  $AE^2 = AD^2 + DE^2 = AD^2 + BC^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ ,  
 $AE = 2R$ , м.к. это диаметр.  $AE^2 = 4R^2$ .  
м.к. у. теорема верна и нашей задаче.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3 (упрощение 1)

$O_1$  - центр  $\Omega$   
 $O_2$  - центр  $\Omega_2$   
Заметим, что  $O_1C \perp AB$ , и, к тому же касательная. Тогда продолжим  $O_1C$  до пересечения с  $\Omega_2$ . Пусть это и.р. Тогда пусть  $AC = 7x$ , следовательно  $BC = x$ ,  $O_1C = 1$  - радиус  $\Omega$ . Известный факт, что  $O_1C \cdot CD = AC \cdot BC \Rightarrow O_1C = 7x^2$ .

По лемме, доказанной ранее, получаем, что  $(7x^2)^2 + (7x)^2 + (x)^2 + 1^2 = 4 \cdot 5^2$  (5 - радиус  $\Omega_2$ )

$$49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1 = 100$$
$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$
$$(x^2 - 1)(49x^2 + 99) = 0$$
$$x^2 - 1 = 0 \quad 49x^2 + 99 = 0$$

$x = 1$ , и, к.  $x > 0$ .

$x = 1$ ,  $AB = AC + BC = 8x = 8$ .

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим, что  $|2x^2 - 5x + 3| - |2x^2 + 2x + 1| = 2 - 7x$ .

Пусть  $2x^2 - 5x + 3 = a$ ,  $2x^2 + 2x + 1 = b$ . Тогда

$$2 - 7x = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$1) \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0 \quad 2) \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b}$$

$$a = b$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$2 - 7x = 0$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

Имеем корень уравнения.

$$\text{Ответ: } \frac{2}{7}$$

$$a + b + 2\sqrt{ab} = 1$$

Рассмотрим  $a + b$ .

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 =$$

$$= 4x^2 - 3x + 4$$

Найдем мин. знач.

Это парабола, возрастает  
значим оно в вершине.

$$x_B = -\frac{-3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$$

$$y_B = 4 - 4 \cdot \frac{9}{64} - 3 \cdot \frac{3}{8} + 4 =$$

$$= \frac{9}{16} - \frac{9}{16} + 4 = -\frac{9}{16} + 4 =$$

$$= \frac{64 - 9 - 35}{16} > 1$$

$$a + b > 1, \quad 2\sqrt{ab} \geq 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  равенство не достигается.  
 $\otimes$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5.

Заметим, что если  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$   
удовлетворяют условию, то и  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2 + k, y_2 - k)$   
подходят, т.к.  $2x_1 - 2(x_2 + k) + y_1 - (y_2 - k) =$   
 $= 2x_1 - 2x_2 + y_1 - y_2 = 12.$

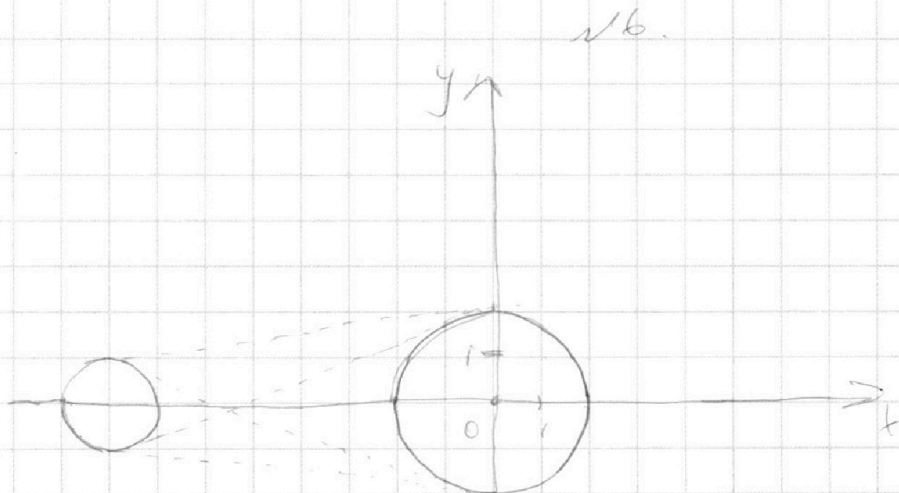
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Первая окружность заданная уравнением  $(x+0)^2 + y^2 = 1^2$ , вторая:  $x^2 + y^2 = 2^2$ .

Заметим, что любая точка плоскости будет удовл. пер-ву  $(x+0)^2 + y^2 - 1 < 0$  и  $x^2 + y^2 - 4 > 0$ , и т.д. у нас не и.

персеи и одну плоскости, тогда если одна точка  $\leq 0$ , то вторая обяз.  $> 0$ .

значит, у нас есть 4 знач. а, которые соотв. 4 условиям, а именно общим касательным, все они будут различными.  $\square$





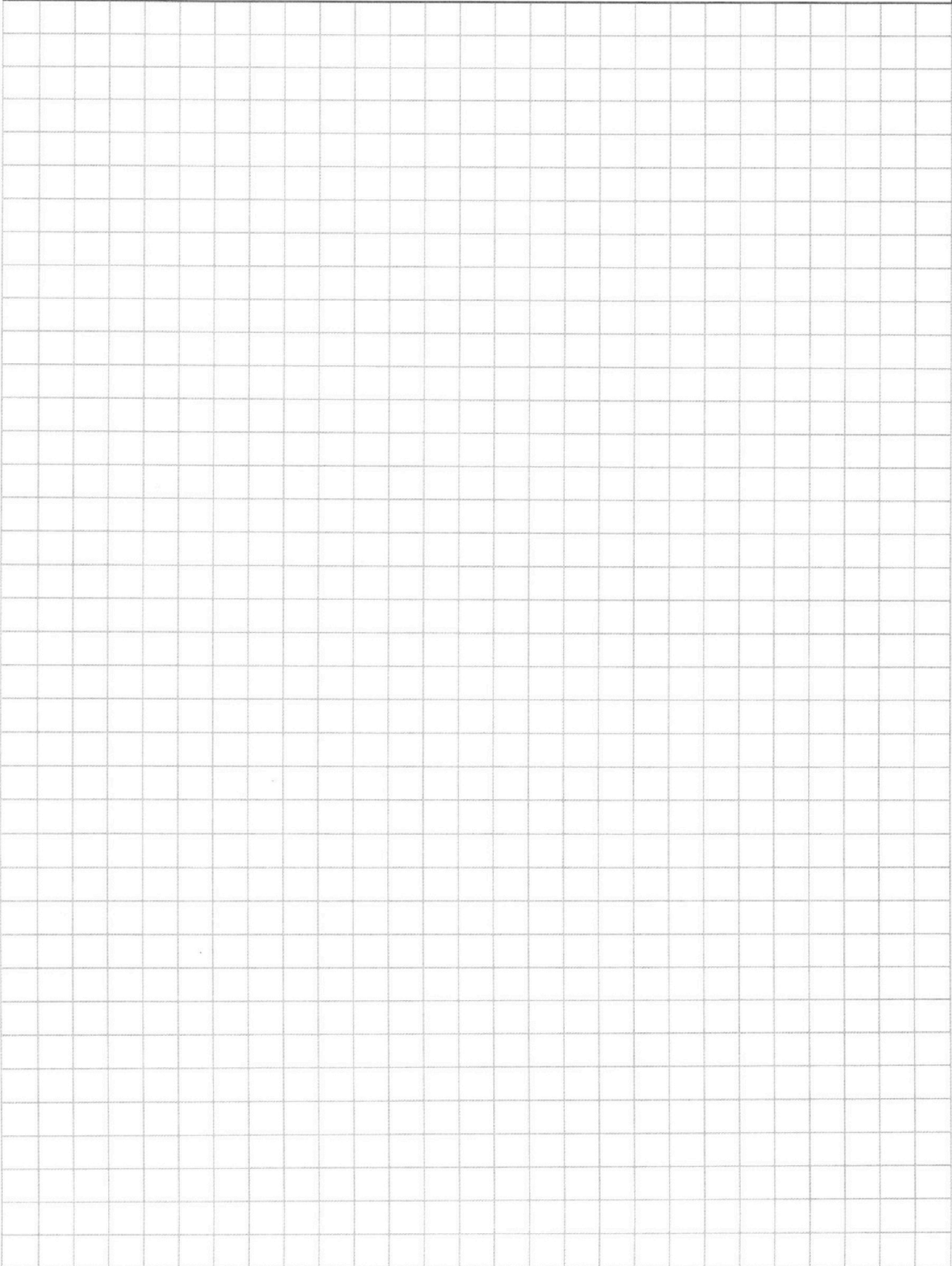
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



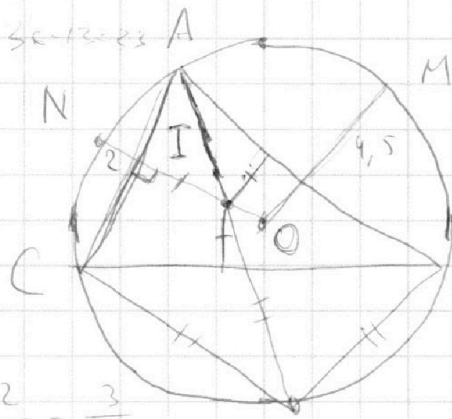
$$a+b$$

$$a^2 - 6ab + b^2$$

$$\frac{2+3}{4-36+9} =$$

$$= \frac{5}{-23}$$

$$\frac{1+2}{1+4-12} = \frac{3}{-7}$$



$$(x_1, y_1) : (x_2 + k, y_2 - 2k)$$

$$k \in \mathbb{Z}, k \neq 0$$

$$(0; 0) \quad (1; 0)$$

$$B - 2x + 30 \geq y \geq -2x$$

$$15 \geq y \geq 0$$

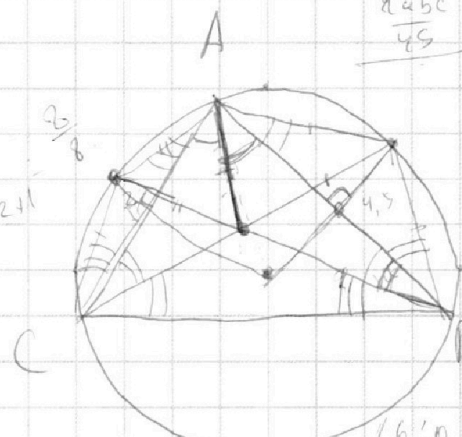
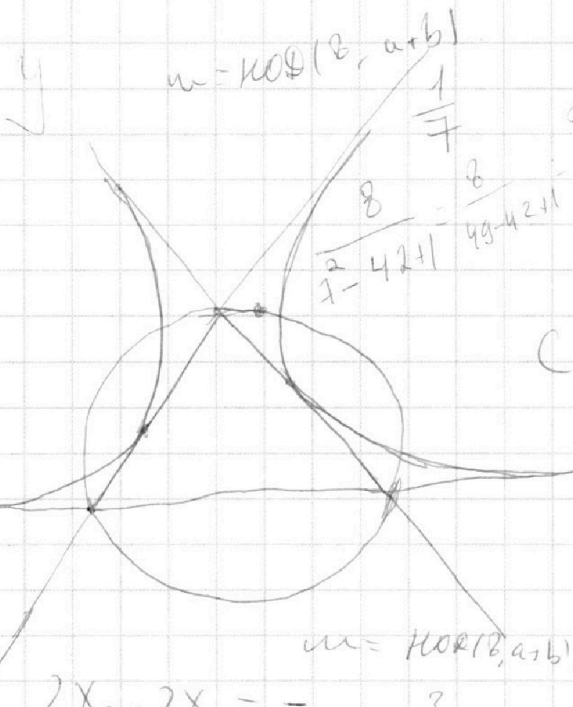
$$(6; 0) \quad (0; 0)$$

$$(6; 0) \quad |$$

$$\frac{abc}{49} = \frac{P}{5} = \frac{abc \cdot \mu}{15^2}$$

$$\frac{abc}{49} = \frac{P}{5} = \frac{abc \cdot \mu}{15^2}$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = (a-b)^2 - 4ab = (a - 2\sqrt{ab} - b)(a + 2\sqrt{ab} - b)$$



$$(6; 0) \quad (0; 0)$$

$$(6; 0) \quad (1; 2)$$

$$(7; 0) \quad (1; 0)$$

$$(7; 0) \quad (0; 2)$$

$$y = 0$$

$$y = 2x$$

$$y =$$

$$2x_2 - 2x_1 = - \frac{3}{4}$$

$$(0; 0) \quad (0; - \frac{3}{7})$$

$$\frac{3}{5} \quad 6-3=5$$

$$\frac{7}{10} \quad \frac{90}{56}$$

$$a+b \quad a^2 - 6ab + b^2 \equiv -8ab$$

$$\frac{9+25-90}{56} \quad \text{НОД}(a, a+b) = a$$

$$\text{НОД}(b, a+b) = 1$$

$$\text{НОД}(a^2 - 6ab + b^2, a+b) = \text{НОД}(-2ab, a+b) \equiv 1$$

$$= \text{НОД}(2ab, a+b)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$a^2-6ab+b^2 = mx$$

$$a+b = my$$

$$a^2-6ab+b^2 - a - b : m$$

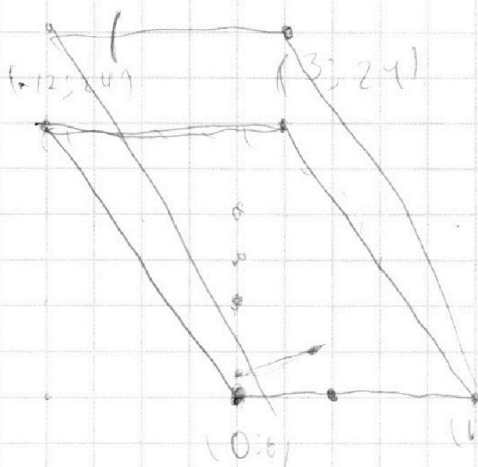
$$a^2 + (-1-6b)a + b^2 - b : m$$

$$\frac{3}{1-6 \cdot 2+4} = \frac{3}{5-12}$$

Заметим, что все узлы

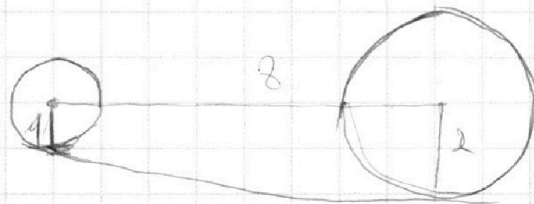
2х  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ , то узлы и

$(x_1, y_1 \pm 1)$ ,  $(x_2, y_2 \pm 1)$  и  $(x_1 \pm 1, y_1)$ ,  $(x_2 \pm 1, y_2)$



$$\begin{cases} (6;0) \text{ и } (0;0) \\ (6;1) \text{ и } (0;1) \end{cases}$$

$$(3;3) \text{ и } (0;1)$$



$$\begin{aligned} y &= 0 \\ y &= 24 \\ y &= -2x \\ y &= -2x + 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} +15k+b &= 0 \\ 3k+b &= 24 \\ 12k & \end{aligned}$$

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$$

$$(x_1, y_1), (x_2+k, y_2+2k)$$

$$2x_1 - 2(x_2+k) + y_1 - y_2 + 2k = 2x_1 - 2x_2 + y_1 - y_2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



✓ 4.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = (2 - 7x) + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

✓ 6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+b)^2 + y^2 - 1) / (x^2 + y^2 - 1) \leq 0 \end{cases}$$

$(x-1)(2x-3) \geq 0$   
 $\begin{matrix} + & - & 0 & + \\ & 1 & 1,5 & x \end{matrix}$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2x^2 + 2x + 1 = x^2 + (x+1)^2 \geq 2x(x+1)$$

$(x_1 + b)^2 + y_1^2 = 0$   
 $ax_1 - y_1 + 10b = 0$   
 $y_1 = 10b + ax_1$

$2/3$   
 $-1/3$   
 $0$   
 $y = -\frac{10a}{3} + 10b$   
 $y = ax + 10b$   
 $\frac{10a}{3} = 10b \implies b = \frac{1}{3}a = \frac{8}{15}a$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$2 = 7x \implies x = \frac{2}{7}$$

$$y = ax + \frac{10}{3}a$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x + 3 \leq 2x^2 + 2x + 1$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$a + b - 2\sqrt{ab} = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b} \cdot (a - b)$$

$$a = b + 2(a - b)\sqrt{b} + a^2 - 2ab + b^2$$

$$y^2 = 4 - x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2x^2 + 2x + 1 = x^2 + (x+1)^2 =$$

$$= \left(x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$2x - \frac{2}{2 \cdot 2} = -0,5 \quad 2x \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot 0,5 + 3$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} \quad \text{НОД}(a, b) = 1$$

$$\text{НОД}(2a, a+b) \rightarrow$$

$$\text{НОД}(6b-a, (6b-1)a+b)$$

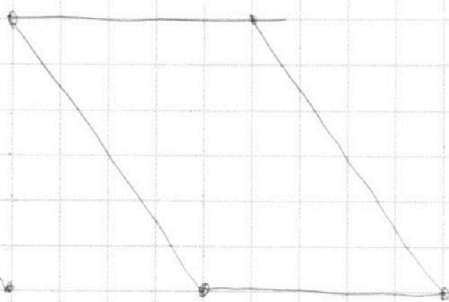
$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2 + 2\sqrt{\dots} = 1$$

$$4x^2 - 3x + 4$$

$$\text{Оценка: } +\frac{2}{7}$$

$$-\frac{-3}{8} = \frac{3}{8} \quad 4 \cdot \frac{9}{64} - 3 \cdot \frac{3}{8} + 4 =$$

$$= \frac{9}{16} - \frac{9}{8} + 4 = -\frac{9}{16} + 4 \Rightarrow 1 \Rightarrow \text{нет реш.}$$

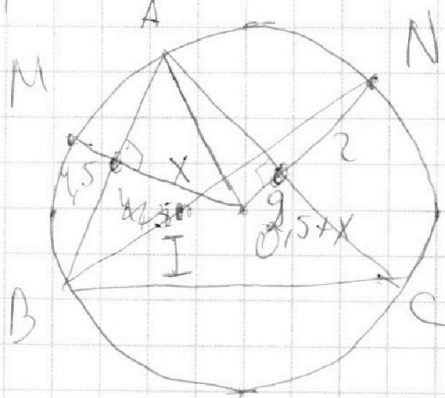


$$4,5 \cdot (2x + 4,5) = u^2$$

$$u = \sqrt{4,5(2x + 4,5)}$$

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a+b}$$

$$\frac{2}{1-6+1} = \frac{2}{-4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 ab &: 2^{14} \cdot 7^{10} \\
 bc &: 2^{17} \cdot 7^{17} \\
 ac &: 2^{20} \cdot 7^{37}
 \end{aligned}$$

abc - min?

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2} \cdot a'$$

$$b = 2^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2} \cdot b'$$

$$c = 2^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2} \cdot c'$$

$$ab = 2^{\alpha_1 + \beta_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \beta_2} \cdot a'b'$$

$$bc = 2^{\beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\beta_2 + \gamma_2} \cdot b'c'$$

$$ca = 2^{\gamma_1 + \alpha_1} \cdot 7^{\gamma_2 + \alpha_2} \cdot c'a'$$

$$\begin{cases}
 \alpha_1 + \beta_1 \geq 14 \\
 \beta_1 + \gamma_1 \geq 17 \\
 \gamma_1 + \alpha_1 \geq 20
 \end{cases}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 2\alpha_1 + 2\beta_1 + 2\gamma_1 \geq 51 \\
 \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 25.5
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\
 \beta_2 + \gamma_2 \geq 17 \\
 \gamma_2 + \alpha_2 \geq 37
 \end{cases}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 2\alpha_2 + 2\beta_2 + 2\gamma_2 \geq 64 \\
 \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 32
 \end{cases}$$

$$abc = 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2} \cdot a' \cdot b' \cdot c' \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$$

min abc =  $2^{26} \cdot 7^{32}$  Пример.

$$a = 2^8 \cdot 7^{18}$$

$$b = 2^6 \cdot 7^0$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{19}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

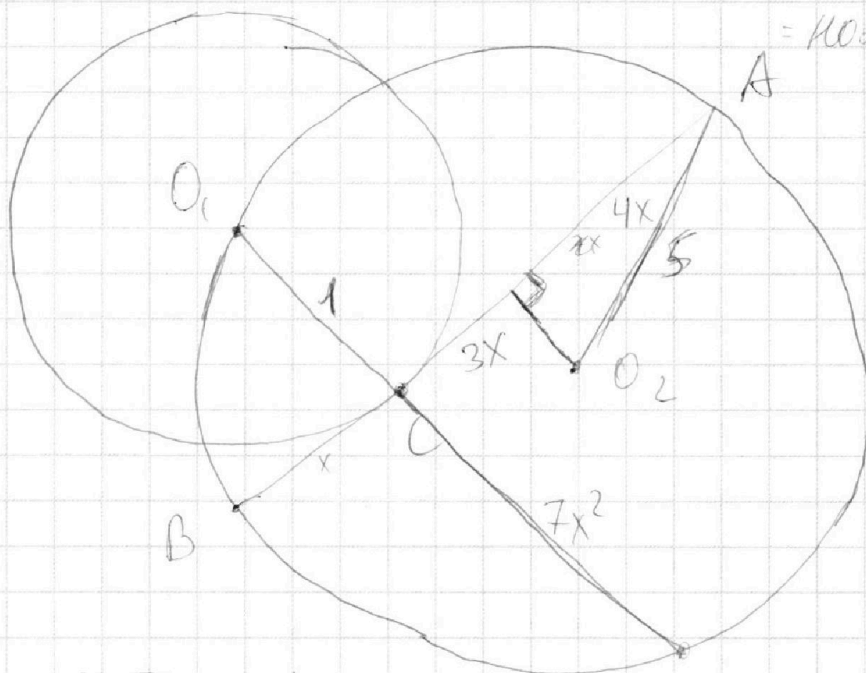


$$\frac{a+b}{a^2 - bab + b^2} = \frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2 - 4ab}$$

$a+b$

№ 3  $\text{НОД}(a+b, a^2 - bab + b^2) =$

$= \text{НОД}(a+b,$



$x = 7x = 1 \cdot p$

$p = 7x^2$   
 № 4.

$49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1 = 4 \cdot 5^2$

$49x^4 + 50x^2 = 99$

$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$

$(x^2 - 1) / (49x^2 + 99) = 0$

$x^2 = 1$   
 $x = 1$

$8x = 8 \Rightarrow AB = 8$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$\sqrt{(x-1)/(2x-3)} - \sqrt{x^2 + (x+1)^2} = 2 - 7x$