



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{14}7^{13}$ ,  $bc$  делится на  $3^{19}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $3^{23}7^{42}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=25$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .
7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1 стр. 1

$$\int V_3(a) = x_1, V_3(b) = x_2, V_3(c) = x_3.$$

$$\int V_7(a) = y_1, V_7(b) = y_2, V_7(c) = y_3.$$

$$x_1 + x_2 \geq 14$$

$$x_2 + x_3 \geq 19$$

$$x_1 + x_3 \geq 23$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq \frac{14 + 19 + 23}{2} = 28$$

пример, когда  $x_1 + x_2 + x_3 = 28$ :

$$x_1 = 9$$

$$x_2 = 5$$

$$x_3 = 14$$

$$y_1 + y_2 \geq 13$$

$$y_2 + y_3 \geq 17$$

$$y_1 + y_3 \geq 42$$

~~$$y_1 + y_2 + y_3 \geq \frac{13 + 17 + 42}{2} = 36$$~~

пример, когда  ~~$y_1 + y_2 + y_3 = 36$~~

~~$$y_1 = 17$$~~

~~$$y_2 = 2$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1 стр. 2

$$y_1 + y_3 \geq 42 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq 43.$$

$$\text{пример на } y_1 + y_2 + y_3 = 43$$

$$y_2 = 1$$

$$y_1 = 21$$

$$y_3 = 21$$

$$\text{пример } abc : 3^{28} \cdot 7^{43}$$

$$\text{пример на } abc = 3^{28} \cdot 7^{43}$$

$$a = 3^9 \cdot 7^{21}$$

$$b = 3^5 \cdot 7$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{21}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 Ответ 1

$$a+b : m$$

$$a^2 + b^2 - 9ab : m$$

$$a^2 + b^2 + 2ab - 11ab : m$$

$$(a+b)^2 - 11ab : m$$

$$11ab : m$$

$\exists m$  делится на простое  $p \neq 11$ , где  $p$  - простое.

$$(11, p) = 1 \Rightarrow ab : p \Rightarrow \begin{cases} a : p \\ b : p \end{cases}, \text{ но } (a, b) = 1, \text{ по } m.$$

$$\text{Свойства } (a, b) = (a, a+b) = (b, a+b).$$

$\exists$  без ограничений обратим  $a : p$ .

$$(a, a+b) = 1, \text{ но } a+b : m \Rightarrow a+b : p \text{ - противоречие.}$$

значит  $m$  не делится ни на что кроме

11, проверим на  $m=11$ :

$$a=5$$

$$b=6$$

$$\frac{11}{25+36-9 \cdot 20} = \frac{11}{61-180} = \frac{11}{-119} = -\frac{1}{11}.$$

Ответ: 11.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1    2    3    4    5    6    7  
                 

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3 вариант 1

$$\sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} = 5-6x$$

$$3x^2-5x+6 + 3x^2+x+1 - 2\sqrt{3x^2-5x+6} \cdot \sqrt{3x^2+x+1} = 25 - 60x + 36x^2$$

$$-36x^2 + 6x^2 - 4x + 60x + 7 - 25 = 2\sqrt{3x^2-5x+6} \cdot \sqrt{3x^2+x+1}$$

$$-15x^2 + 28x - 9 = \sqrt{3x^2-5x+6} \cdot \sqrt{3x^2+x+1}$$

$$225x^4 - 840x^3 + 28x^2 + 270x^2 - 504x + 81 = 9x^4 - 15x^3 + 3x^3$$

$$+ 3x^2 + 18x^2 - 5x^2 + 6x - 5x + 6$$

$$216x^4 - 828x^3 + 1038x^2 - 505x + 75 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

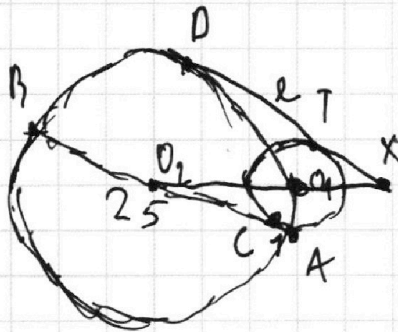
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача N4 стр. N1



$\square O_1$  - центр  $\omega$

$\square O_2$  - центр  $\Omega$

$\square r_1$  - радиус  $\Omega$ ,  $r_2$  - радиус  $\omega$

$$AB = 25 + 1 = 26$$

$$r_1 = 13.$$

$O_1C \perp AB$  как радиус к точке касания

$$O_2C = r_1 - CA = 12$$

$O_2O_1 = 13$ , тогда по теореме Пифагора  
для  $\triangle O_2O_1C$   $O_1C = 5$ .

$$\text{значит } r_2 = 5$$

$l$  - общая касательная,  $X = l \cap O_1O_2$

$lT$  - на  $l \cap \omega$ ,  $D = l \cap \Omega$

$$\frac{XT}{XD} = \frac{5}{13}, \text{ т.к. } TO_1 \perp l, O_2D \perp l \Rightarrow TO_1 \parallel DO_2 \text{ и}$$

$$\text{тогда } \triangle XT O_1 \sim \triangle X D O_2 \Rightarrow \frac{XT}{XD} = \frac{TO_1}{DO_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\text{аналогично } \frac{XO_1}{XO_2} = \frac{5}{13}, \text{ но } XO_2 = XO_1 + 13.$$

$$\square XO_1 = t.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4 стр. №2

$$\frac{t}{t+13} = \frac{5}{13}$$

$$13t = 5t + 5 \cdot 13$$

$$t = \frac{5 \cdot 13}{8}$$

$$XO_2 = \frac{5 \cdot 13}{8} + 13 = \frac{13^2}{8}$$

по т. Пифагора  $XO_1^2 = r_2^2 + XT^2$ ;  $XO_2^2 = DX^2 + r_1^2$

$$DT = XD - XT = \sqrt{XO_2^2 - r_1^2} - \sqrt{XO_1^2 - r_2^2} = \sqrt{\frac{13^4}{64} - 13^2} - \sqrt{\frac{5^2 \cdot 13^2}{64} - 5^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{13^2(13^2 - 8^2)}{8^2}} - \sqrt{\frac{5^2(13^2 - 8^2)}{8^2}} = \frac{13}{8} \sqrt{105} -$$

$$\frac{5}{8} \sqrt{105} = \sqrt{105}$$

Ответ:  $\sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 5 часть 1

$$y = 5x - 3z$$

$$8yz + xz = 15xy$$

$$8z(5x - 3z) + xz = 15x(5x - 3z)$$

$$86xz = 75x^2 + 24z^2$$

решим кв. ур. относительно  $x$

$$x_{1,2} = \frac{86 \pm \sqrt{86^2 - 4 \cdot 75 \cdot 24}}{150} \cdot z$$

$$x_1 = \frac{2}{3}z$$

$$x_2 = \frac{12}{25}z$$

1 сл.  $x = \frac{2}{3}z$

$$y = \frac{10}{3}z - 3z = \frac{1}{3}z$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{25 \cdot \frac{4}{9}z^2 - \frac{1}{9}z^2 - z^2}{\frac{1}{9}z^2 + 3z^2} = \frac{100 - 1 - 9}{\frac{1}{9} + 3} =$$

$$= \frac{10}{\frac{28}{9}} = \frac{90}{28} = \frac{45}{14}$$

2 сл.  $x = \frac{12}{25}z$

$$y = \frac{12}{5}z - 3z = -\frac{3}{5}z$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{\frac{144}{25}z^2 - \frac{9}{25}z^2 - z^2}{\frac{9}{25}z^2 + 3z^2} = \frac{135}{25} - 1 = \frac{135 - 25}{9 + 75} =$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5. Часть 2

$$= \frac{110}{84}$$

$$\frac{110}{84} < \frac{45}{14} \Rightarrow \text{Ответ: } \frac{110}{84}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 6 Часть 1

$S$  - путь между A и B км

$v_m$  - ~~скорость~~ скорость мотоцикла км/ч

$v_b$  - скорость велос. км/ч

$$\begin{cases} \frac{S}{v_m} + 1 = \frac{S}{v_b} \\ v_m \cdot \frac{S}{v_b} = 49 + v_b \cdot \frac{S}{v_m} \\ \frac{S}{v_m + 7} + 0,6 = \frac{S}{v_b + 7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = \frac{v_m v_b}{v_m - v_b} \\ S = \frac{49 v_m v_b}{v_m^2 - v_b^2} \\ S = \frac{0,6 (v_m + 7)(v_b + 7)}{v_m - v_b} \end{cases}$$

приравняем 1 и 2

$$\frac{v_m v_b}{v_m - v_b} = \frac{49 v_m v_b}{v_m^2 - v_b^2}$$

$$49 = v_m + v_b$$

приравняем 1 и 3.

$$10 v_m v_b = 6 (v_m + 7)(v_b + 7)$$

$$v_b = 49 - v_m$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N6 7.2

$$10V_m(49 - V_m) = 6(V_m + 7)(56 - V_m)$$

$$490V_m - 10V_m^2 = 56 \cdot 6V_m - 6 \cdot 7V_m - 6V_m^2 + 6 \cdot 7 \cdot 56$$

$$49 \cdot 5V_m - 5V_m^2 = 56 \cdot 3V_m - 3 \cdot 7V_m - 3V_m^2 + 3 \cdot 7 \cdot 56$$

$$49 \cdot 5V_m - 49 \cdot 3V_m = 2V_m^2 + 3 \cdot 7 \cdot 56$$

$$2V_m^2 - 98V_m + 3 \cdot 7 \cdot 56 = 0$$

$$V_m^2 - 49V_m + 588 = 0$$

$$V_{m1} = 7^2 - 4$$

$$V_{m2} = -7^2 + 3$$

— No m. Булева

$$V_m > 0 \Rightarrow V_m = 49 - 4 = 196$$

$$196 < 49 - \text{невозм.}$$

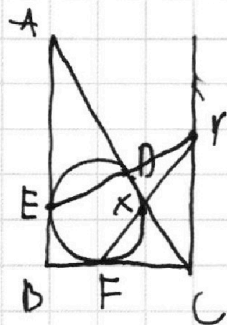
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №7 стр. 1.

$\triangle YXE \sim \triangle YDF$ , н.к.  $\angle EXY = \angle FDY$ ;  
 $\angle YEX = \angle YFD$  как оп. на 1 ступ.

$$\frac{EX}{XY} = \frac{DF}{DY}$$

$\triangle DYC \sim \triangle DEA$ , н.к.  $\angle DAE = \angle DCY$  как углы в.

лем.  $\angle ADE = \angle YDC$  как верш.

$$\frac{ED}{DY} = \frac{AD}{DC}$$

$$\frac{AD}{DC} : \sqrt{2} = \frac{ED \cdot DF}{DY \cdot DY}, \text{ н.к. } \frac{EX}{XY} = \sqrt{2}$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DF} \cdot \sqrt{2}$$

$$\frac{AD^2}{DC^2} = 2 \cdot \frac{ED^2}{DF^2}$$

$$ED^2 = AE^2 + AD^2 - 2EA \cdot AD \cos \alpha = 2AD^2(1 - \cos \alpha), \text{ н.к.}$$

$AD = AE$  как опр. кас.

$$DF^2 = DC^2 + CF^2 - 2DC \cdot CF \cos \beta = 2DC^2(1 - \cos \beta), \text{ н.к.}$$

$DC = CF$  как опр. кас.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED^2}{FD^2} = \frac{AD^2}{DC^2} \cdot \frac{1-\cos\alpha}{1-\cos\beta}$$

Задача 7 Спр 2.

$$\frac{AD^2}{DC^2} = 2 \frac{AD^2}{DC^2} \cdot \frac{1-\cos\alpha}{1-\cos\beta}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{1-\cos\beta}$$

$$1-\cos\beta = 2-2\cos\alpha$$

$$\cos\beta = \frac{a}{b}$$

$$\cos\alpha = \frac{c}{b}$$

$$1 - \frac{a}{b} = 2 - \frac{2c}{b}$$

$$b - a = 2b - 2c$$

$$b = 2c - a.$$

$$b^2 = a^2 + c^2 \text{ по т. Пифагора}$$

$$a^2 + c^2 = 4c^2 - 4ac + a^2$$

$$4ac = 3c^2$$

$$3c = 4a \Rightarrow a = \frac{3}{4}c, \quad b = \sqrt{c^2 + \frac{9}{16}c^2} = \frac{5}{4}c$$

~~AD=x, DC=y, BE=z.~~

$$\text{AD} = x, \text{DC} = y, \text{BE} = z.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7 стр 3

$$\begin{cases} x+y=b \\ x+z=c \\ y+z=a \end{cases}$$

$$x = \frac{b+c-a}{2}$$

$$y = \frac{a+b-c}{2}$$

$$\frac{AD}{DL} = \frac{b+c-a}{a+b-c} = \frac{\frac{5}{4}b + \frac{3}{4}c - \frac{3}{4}c}{\frac{3}{4}c + \frac{5}{4}c - c} = \frac{6c}{4c} = \frac{3}{2}$$

Ответ:  $\frac{3}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

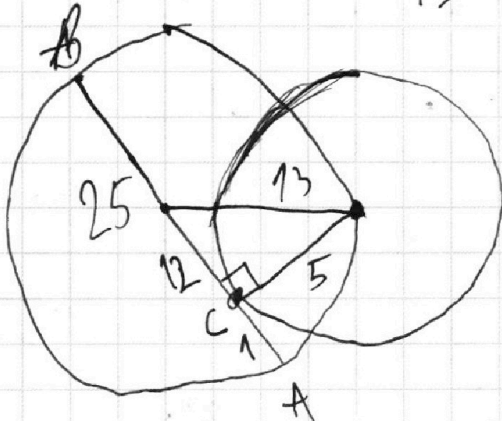
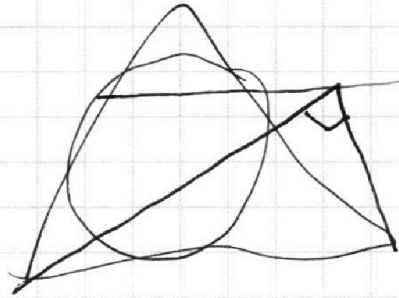
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$x_1 \ x_2 \ x_3$   
 $y_1 \ y_2 \ y_3$   
 $x_1 + x_2 \geq 14$

~~17 25 29 6 13~~

13



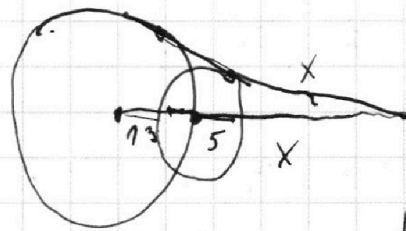
$$\frac{x}{x+13} = \frac{5}{13}$$

$$13x = 5x + 13 \cdot 5$$

$$x = \frac{13 \cdot 5}{8}$$

$$(x+2)(x+3) + 2x^2$$

$\frac{5}{3} \quad 2$

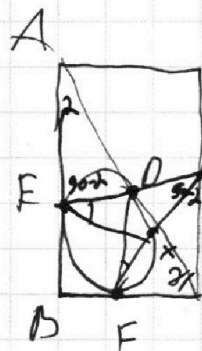
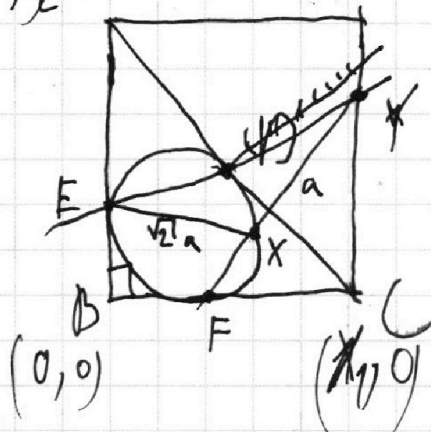


$$2 \cdot \frac{AD^2}{DC^2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 - \sin \alpha} \cdot \frac{(x+3)^2 - 13^2 = t^2}{x^2 - 5^2 = d^2}$$

$t - d = ?$

$$\begin{array}{r} 169 \\ - 64 \\ \hline 105 \end{array}$$

~~(0,0)~~ A



$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY} = \frac{\sqrt{2}ED}{DF}$$

$$\sqrt{2} = \frac{DF}{DY}$$

$$\frac{2AD^2 - 2AB^2 \cos \alpha}{2DC^2 - 2DC \cos \alpha}$$

$$\frac{EX}{DF} = \frac{EX}{DY}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МОФИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x - y = 3z$$

$$3 + 6 - 5 = 4$$

$$4 - 14 = -10$$

$$\frac{8}{y} + x$$

$$3 + 2 = 5$$

$$x_3 = 14$$

$$y = 5x - 3z$$

$$75x^2 - 86z^2 + 24z^2 \quad x_1 = 9$$

$$x_2 = 5$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{5x - 3z} = \frac{15}{z}$$

$$x_1 x_2 = \frac{24}{75} z^2$$

$$x_1 + x_2 = \frac{86z}{75}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ +20 \\ +74 \\ \hline 562 \\ \hline 2573 \end{array}$$

$$40xz - 24z^2 + xz = 75x^2 - 45xz$$

$$86xz = 75x^2 + 24z^2$$

$$86z^2 - 4 \cdot 24z^2 \cdot 45 =$$

$$\frac{25x^2 - z^2 - 25x^2 + 30xz - 9z^2}{25x^2 - 30xz + 9z^2 + 3z^2} =$$

$$\frac{30xz - 10z^2}{25x^2 - 3xz + 9z^2}$$

$$z \sqrt{86^2 - 300 \cdot 24}$$

$$x_1 + x_2 \geq 14$$

$$x_3 + x_7 \geq 23$$

$$x_1 + x_3 = 19$$

$$21 + 15 = 36$$

$$3x^2 - 5x + 6 + 3x^2 + x + 1 - 2 \cdot t = 25 + 36x^2 - 12x$$

-2t

$$2t = -20x^2 + 8x - 18$$

$$\frac{4}{15} \sqrt{\frac{3}{5}}$$

$$x_1 = \frac{19 + 23 - 14}{2}$$

$$t = -15x^2 + 4x - 9$$

$$\frac{5}{15}$$

$$20 + 22$$

$$10 + 11 - 7$$

$$(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1) = (-5x^2 + 4x - 9)^2$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x - y = 3z$$

$$8yz + xz = 15xy$$

-829

$$8yz + xz = 15xy$$

$$y + 3z = 5x$$

$$x_1 = \frac{86 \pm \sqrt{86^2 - 4 \cdot 75 \cdot 24}}{150}$$

$$\begin{array}{r} 7396 \\ -7200 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\sqrt{196} = 14$$

$$\begin{aligned} 3y^2 + 9yz &= 8yz + xz \\ &= xz - yz \end{aligned}$$

$$4 \cdot 75 = 300$$

$$a + b = t$$

$$a \cdot t$$

$$7200$$

$$a^2 = 9at + b^2 \cdot t$$

$$b \cdot t$$

$$\begin{array}{r} 86 \\ \times 86 \\ \hline 516 \\ 688 \\ \hline 7396 \end{array}$$

$$4 \cdot a \cdot b = t$$

$$y = 5x - 3z$$

$$8(5x - 3z)z + xz = 15x(5x - 3z)$$

$$40xz - 24z^2 + xz = 45x^2 - 45xz$$

$$86xz = 45x^2 + 24z^2$$

$$\frac{b}{M} \rightarrow$$

$$\frac{86 + 14}{150} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{72}{150} = \frac{12}{25}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \frac{S}{v_m} + 1 = \frac{S}{v_8} & 72 \cdot 3 \cdot 4 \\ v_8 \cdot \frac{S}{v_m} + 49 = v_m \cdot \frac{S}{v_8} & 72 \cdot 4 - 7^2 \cdot 3 \\ \frac{S}{v_m+7} + 0,6 = \frac{S}{v_8+7} & 0,6(v_m+7)(v_8+7) = v_m v_8 \\ & 42 v_m + 42 v_8 + 49 \cdot 6 = 4 v_m v_8 \\ & 21 v_m + 21 v_8 + 147 = 2 v_m v_8 \end{cases}$$

$$S v_8 + v_m v_8 = S v_m$$

$$S = \frac{v_m v_8}{v_m - v_8}$$

$$v_8^2 \left\{ \frac{v_m v_8}{v_m - v_8} + 49 \right\} = v_m^2 \cdot 5$$

$$S = \frac{49 v_m v_8}{v_m^2 - v_8^2}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 28 \\ \hline 768 \\ 42 \\ \hline 588 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \quad 5 \\ \times 28 \quad 56 \\ \hline 504 \end{array}$$

$$\frac{49}{v_m + v_8} = 1 \quad \begin{array}{r} 2245 \\ \times 28 \\ \hline 56 \end{array} \quad 5(v_8 - 17) + 0,6(v_m + 7)(v_8 + 7) = S(2v_m + 7)$$

$$v_m + v_8 = 49 \quad \begin{array}{r} 784 \\ \times 270 \\ \hline 210 \end{array} \quad 0,6(v_m + 7)(v_8 + 7) = S$$

$$v_8 = 49 - v_m \quad \begin{array}{r} 1054 \\ \times 29 \\ \hline 29 \end{array} \quad \frac{v_m - 2v_8}{29} = (30 - 1)(30 - 1) = 900 - 60 + 1 =$$

$$7054 - 76 = 841$$

$$= 103^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~1234567~~

$$\begin{cases} 3z + y = 5x \\ 8yz + xz = 15xy \end{cases}$$

$$9yz + 3y^2 = 8yz + xy$$

$$3y^2 = xy - yz$$

$$\begin{cases} 3y = x - z \\ 3z = 5x - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3z = 5x - y \end{cases}$$

$$\frac{8}{-4y} + \frac{1}{y} = \frac{15}{-7y}$$

$$-2 + 1 = -\frac{15}{7}$$

$$-1 = -\frac{15}{7}$$

-20y-

$$\frac{-2}{7y} + \frac{1}{y} =$$

$$9z + 3y^2 = 8yz + xz$$

$$3y^2 + z y = xz \quad -60 = -5x$$

$$3y = x - z$$

$$\begin{cases} z = x - 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5x - 3z \end{cases}$$

$$y = 5x - 3x + 9y$$

$$\begin{cases} z = x - 3y - 8y = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5x - 3z - 4y = x \end{cases}$$

$$-4y - 3y = -7y$$

$$z = x - 3y$$

$$y = 5x - 3x + 9y = 2x + 9y$$

$$-8y = 2x$$

$$x = -4y$$

$$4 + 7 = 13$$

$$x = -4y$$

$$z = -7y$$

$$-8 \cdot 4 \cdot 7 + 4 \cdot 4 = 15 \cdot -4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{b+c-a}{b+a-c}$$

$$\frac{b-c}{b-a} = \frac{1}{2}$$

$$2b-2c = b-a \quad b$$

$$b = 2c - a$$

$$\frac{ED}{DY} = \frac{AD}{DL}$$

$$c^2 + a^2 = 4c^2 =$$

$$ED = YX$$

$$\frac{EX}{XY} = \frac{DF}{DY}$$

$$2 \frac{1 - \frac{AB}{AC}}{1 - \frac{BC}{AC}} = 1$$

$$2 \frac{AC-AB}{AC-BC} = 1$$

$$YD \cdot YE = YX \cdot YF$$

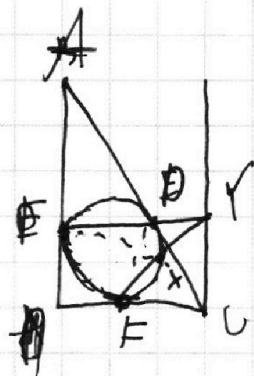
$$\frac{\sin(\hat{D}X)}{\sin(\hat{E}F - \hat{D}X)} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\sin(\hat{D}X)}{\sin \hat{E}F \cos \hat{D}X - \sin \hat{D}X \cos \hat{E}F} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \hat{D}X}{\sin \hat{E}F - \operatorname{tg} \hat{D}X \cos \hat{E}F} = \sqrt{2}$$

$$\operatorname{tg} \hat{D}X (1 + \sqrt{2} \cos \hat{E}F) = \sin \hat{E}F \sqrt{2}$$

$$\frac{DX}{DY} = \frac{3c-a}{...}$$





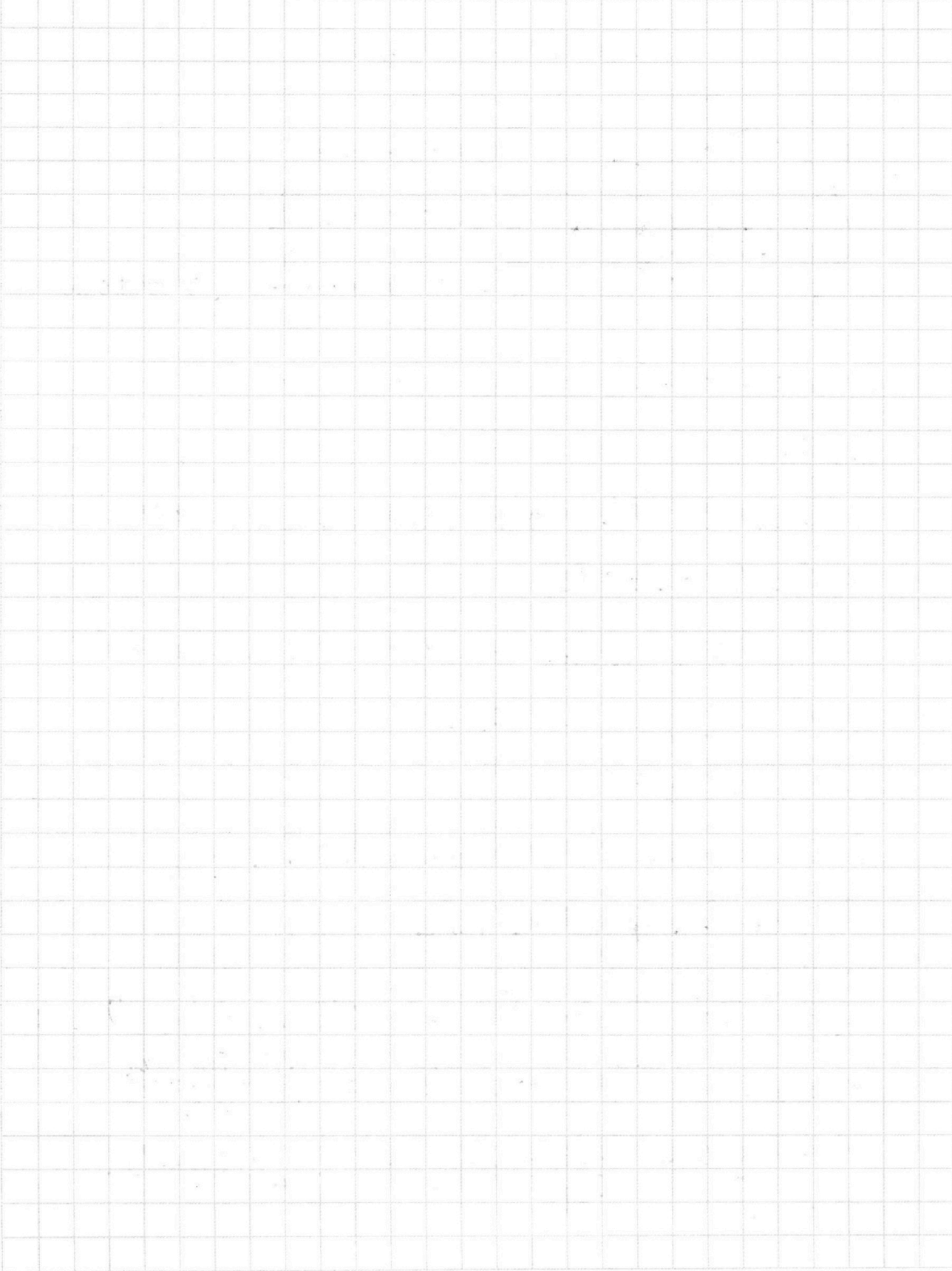
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





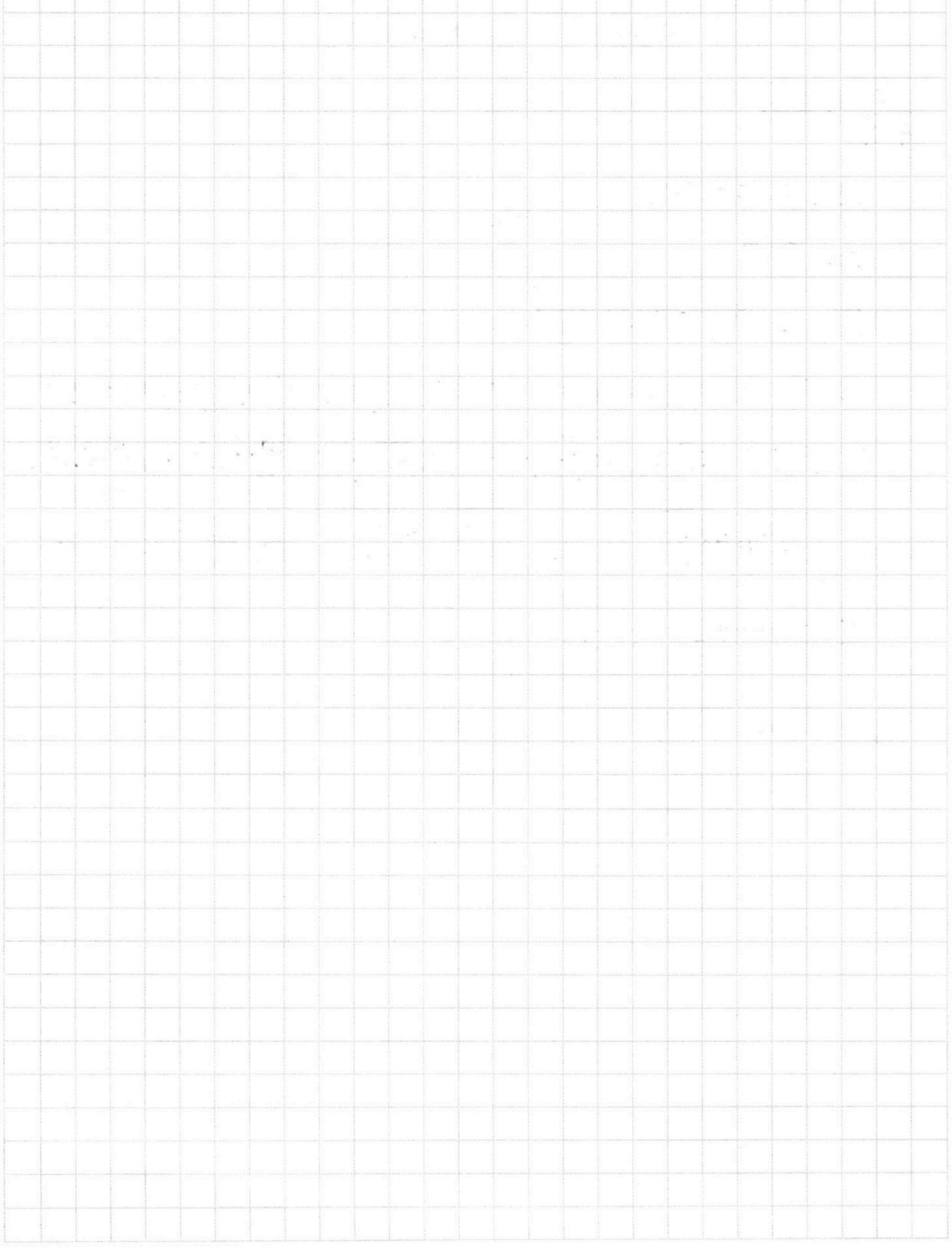
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

