Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

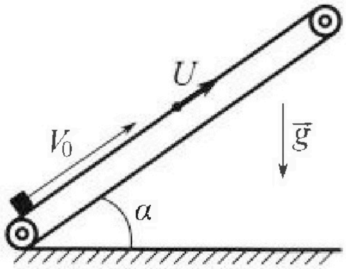
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

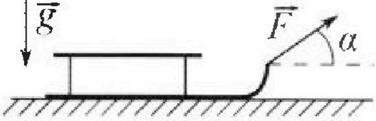
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Через к акое время T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g.

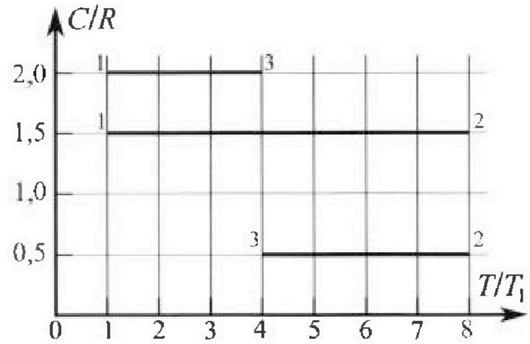
Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

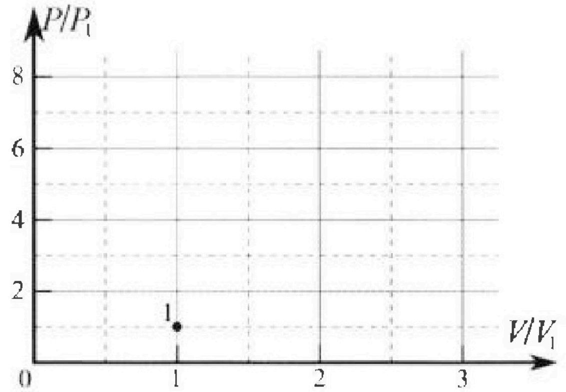
Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

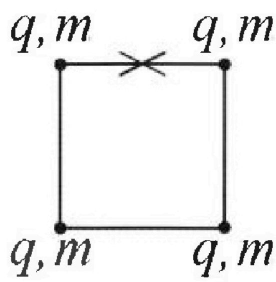
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.
2) Найдите КПД η цикла.
3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.



1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
3) На как ом расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

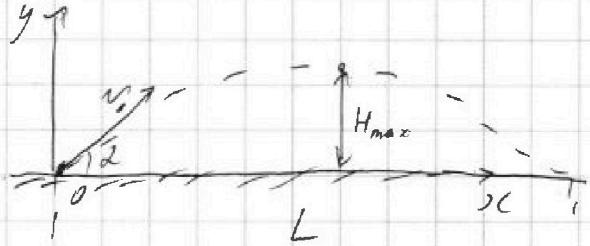
№ 1.

$Ox: \; V = V_0 \cos\alpha = const$

$Oy: \; V = V_0 \sin\alpha - gt$

$H_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

$H = V_0 \sin\alpha \, \tau - g\frac{\tau^2}{2} = 0$



$\tau = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}$

$L = V_0 \cos\alpha \, \tau = \frac{2 V_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} \to V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = 10\sqrt{2}$ м/с

$H_{max} = 5м < H \to S > \frac{L}{2}$. Поэтому мяч достигнет дальней точки лишь при снижении. Пусть мяч бросили под углом β:

$$\begin{cases} S = V_0 \cdot \cos\beta \, \tau \\ H = V_0 \sin\beta \, \tau - g\frac{\tau^2}{2} \end{cases}$$

, при этом S должно быть максимальным, иначе можно ударить о стенку на большей высоте.

$\tau = \frac{V_0 \sin\beta + \sqrt{V_0^2 \sin^2\beta - 2gH}}{g}$

$H \quad S = V_0 \cos\beta \cdot \frac{V_0 \sin\beta + \sqrt{V_0^2 \sin^2\beta - 2gH}}{g}$

$S' = -V_0 \sin\beta \cdot \frac{V_0 \sin\beta}{g} + \frac{V_0^2 \cos^2\beta}{g} - V_0 \sin\beta \cdot \frac{\sqrt{V_0^2 \sin^2\beta - 2gH}}{g} +$

$+ \frac{V_0^2 \cos^2\beta}{g} = 0$

$\sin\beta \sqrt{V_0^2 \sin^2\beta - 2gH} = 2\frac{V_0 \cos^2\beta}{g} - \frac{V_0 \sin^2\beta}{g}$

$\cancel{\sqrt{V_0^2 \sin^2\beta - 2gH} = \left(\frac{4V_0^2 \cos^4\beta}{\sin^2\beta} + 1\right)}$

$$2gH=\frac{V_0^2}{\sin^2\beta}\sqrt{(\sin^4\beta-4\cos^4\beta)}=\frac{V_0^2}{\sin^2\beta}(\sin^2\beta-2\cos^2\beta)(\sin^2\beta+2\cos^2\beta)=$$

$$=\frac{-V_0^2(1+\cos^2\beta)(\cos2\beta-\cos\beta)}{\sin^2\beta}$$

$$\frac{\sin^4\beta-8\cos^4\beta}{\sin^2\beta}=\frac{2gH}{V_0^2}=0{,}36$$

$$\sin^2\beta-4\operatorname{tg}^2\beta$$

$$\sin^2\beta(V_0^2\sin^2\beta-2gH)=V_0^2(4\cos^4\beta-8\cos^2\beta\sin^2\beta+\sin^4\beta)$$

$$V_0^2(-\cos^2\beta+\sin^2\beta)-2gH=V_0^2(\sin^4\beta-8\cos^2\beta\sin^2\beta)$$

$$2gH=V_0(\sin^4\beta-2\sin^2 2\beta+\cos2\beta)$$

$$\sin^4\beta-2\sin^2 2\beta+\cos2\beta=0{,}36$$

$$\frac{9}{16}$$

$$\sin^4\beta-8\sin^2\beta(1-\sin^2\beta)+\sin^2\beta-(1-\sin^2\beta)=0{,}36$$

$$9\sin^4\beta-8\sin^2\beta=1{,}36$$

$$\sin^2\beta=t$$

$$9t^2-8t-1{,}36=0$$

$$t=\frac{4+\sqrt{16-1{,}36\cdot9}}{9}=\frac{4+\frac{\sqrt{76}}{5}}{9}=\frac{20+\sqrt{76}}{45}$$

$$\sin\beta=\sqrt{\frac{20+\sqrt{76}}{45}};\quad\cos\beta=\sqrt{\frac{25-\sqrt{76}}{45}}$$

$$S=$$

$$S=\frac{10\sqrt2}{10}\sqrt{\frac{50-2\sqrt{76}}{45}}\cdot\left(10\sqrt{\frac{40+2\sqrt{76}}{45}}+\sqrt{40\left(\frac{25-\sqrt{76}}{9}\right)-72}\right)$$

Ответ: $V_0=20\sqrt2$; $S=\sqrt{\frac{50-2\sqrt{76}}{45}}\cdot\left(10\sqrt{\frac{40+2\sqrt{76}}{45}}+\sqrt{40\left(\frac{25-\sqrt{76}}{9}\right)-72}\right)$

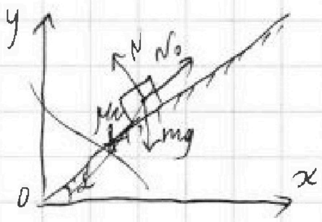
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N 2.



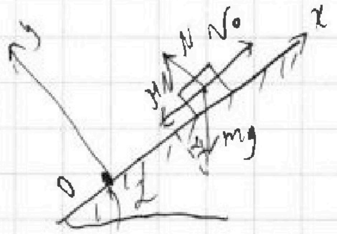
Oy: $N = mg\cdot\cos\alpha$

Ox: $\mu N + mg\sin\alpha = ma =$

$= \mu mg\cdot\cos\alpha + mg\sin\alpha$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0{,}8$

$a = \mu g\cos\alpha + g\sin\alpha$



$S = V_0T - \frac{aT^2}{2} =$

$= V_0T - \frac{g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)T^2}{2} = 1\,м.$

Скорость равна: $V = V_0 - g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)T = -4\,м/с$

2) до того, как скорость будет равна 4 $a = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)$,

затем сила трения меняет свое направление и a становится равным $a_1 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

T_1 – время когда сила трения изменит направление.

$4 = V_0 - at \rightarrow t = \frac{V_0 - 4}{a} = \frac{V_0 - 4}{g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)} = 0{,}5\,с.$

L_0 – до того, как $V = 4$.

$L_0 = \frac{V_0^2 - 4^2}{2a} = \frac{V_0^2 - 4^2}{2g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)} = 3{,}5\,м.$

L_1 – после достижения скорости 4.

$L_1 = \frac{4^2}{2a_1} = \frac{4^2}{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = 0{,}25\,м.$

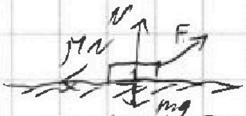
$L = L_0 + L_1 = (3{,}5 + 0{,}25)\,м = 3{,}75\,м.$

Ответ: $S = 1\,м$; $T_1 = 0{,}5\,с$; $L = 3{,}75\,м$.

№ 3.

$K = \frac{mV^2}{2} = F_1 \cdot \cancel{\sin\alpha}\, l = F_2 \cdot l$, где F_1 и F_2 - результирующие силы, l - путь разгона.

$F_1 = F_2$



$$\begin{cases} F_1 = F \cdot \cos\alpha - \mu N \\ N = mg - F\sin\alpha \end{cases} \rightarrow F_1 = F \cdot \cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)$$

$F_2 = F - \mu N = F - \mu mg$

$F_1 = F_2 \rightarrow F \cdot \cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) = F - \mu mg$

$F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha = F \rightarrow \mu = 1 - \cos\alpha$

$K = \frac{mV^2}{2} = A_{тр} = F_{тр} S = \mu mg S \rightarrow S = \frac{K}{\mu mg} = \frac{K}{mg(1-\cos\alpha)}$

Ответ: $\mu = 1 - \cos\alpha$, $S = \frac{K}{mg(1-\cos\alpha)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 4.

$Q_{31} = \frac{2}{2}\nu R\Delta T + A_{31} \to C_M = \frac{2}{2}R + \frac{A_{31}}{\nu\Delta T} \to$

$\to A_{33\,газа} = \left(C_M - \frac{2}{2}R\right)\nu\Delta T = \left(C_M - \frac{3}{2}R\right)\cdot\nu\cdot 3T_1 = (2 - 1{,}5)R\cdot 1\,моль\cdot 3\cdot 20\,K =$

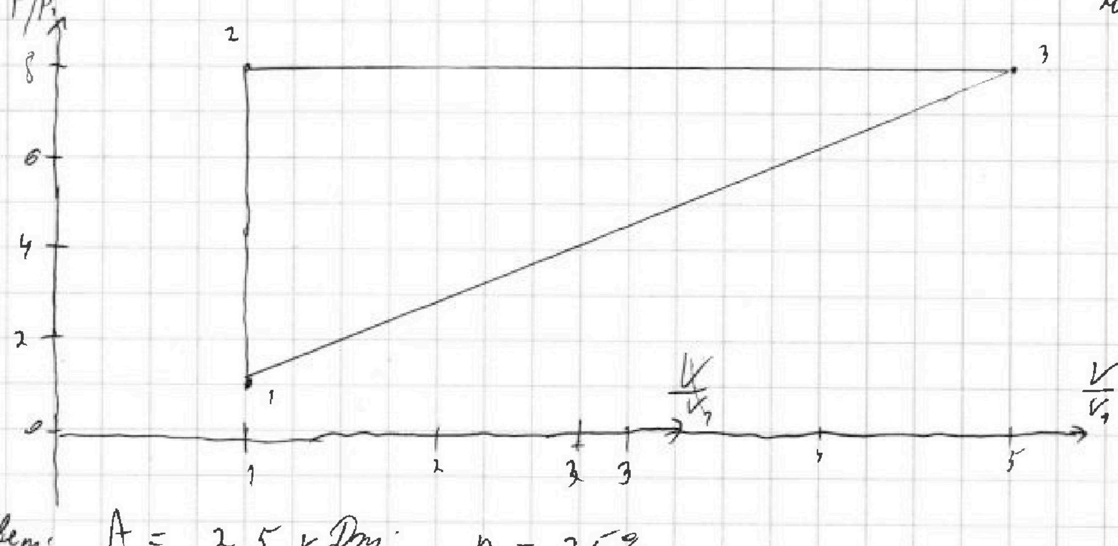
$= 300R\cdot моль\cdot K = 2500$ Дж.

$A_{31\,вн.} = A_{33\,газа} = 2500$ Дж.

$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{A_{12} + A_{23} + A_{31}}{\nu C_{m(12)}\cdot 7T_1} = \frac{\left(C_{M(12)} - \frac{3}{2}R\right)\nu\cdot 7T_1 + \left(C_{M(23)} - \frac{3}{2}R\right)\nu(-4T_1) +}{\nu C_{m(12)}\cdot 7T_1} -$

$\frac{+\left(C_{m(31)} - \frac{3}{2}R\right)\nu(-3T_1)}{\nu C_{m(12)}\cdot 7T_1} = \frac{3{,}5}{10{,}5} = 0{,}25$

Заметим, что в процессе 12 работа не совершается, потому там изохорный процесс, давление увеличивается в 7 раз.
В процессе 23 изобарный процесс, объём увеличивается в 4 раза. Процесс 31 возвращает в исходное. C = 2 говорит о том, что в данном процессе сумма изобарного и изохорного процессов (молярная ёмкость)



Ответ: $A_{31} = 2{,}5$ кДж; $\eta = 25\%$

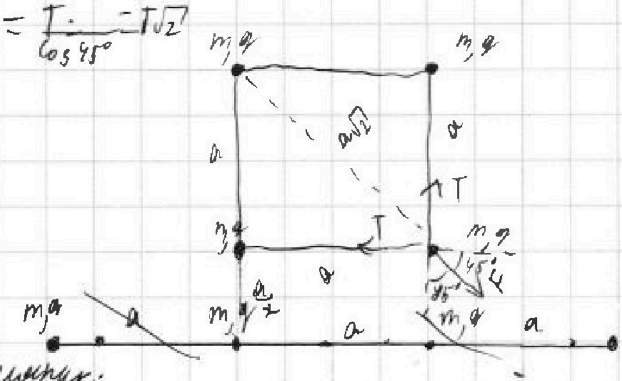
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5. $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

1) $F = \frac{2kq^2}{a^2} + \frac{kq^2}{2a^2} = \frac{5kq^2}{2a^2} = \frac{T}{\cos 45^\circ} = T\sqrt{2}$



$q^2 = \frac{T\cdot 2a^2\sqrt{2}}{5k}$

$q = a\sqrt{\frac{2T\sqrt{2}}{5k}}$

2) $W_1 = W_2$

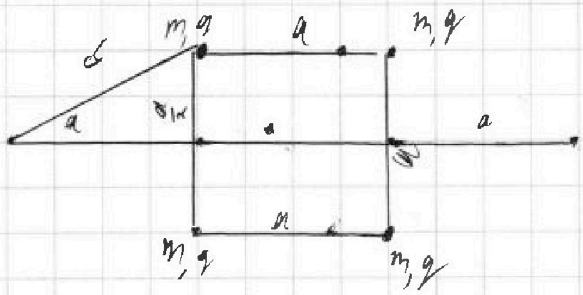
возьмём левый верхний шарик:

$2\cdot\frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a} + K$

$K = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} - \frac{5kq^2}{6a} = \frac{kq^2}{6a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{6a\sqrt{2}}(\sqrt{2}+6)$

3) Система является закрытой, внешних сил нет, поэтому центр масс не изменил своего положения.
Тогда: $d = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = a\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{5}$

Ответ: $q = a\sqrt{\frac{2\sqrt{2}T}{5k}}$; $K = \frac{kq^2}{6a\sqrt{2}}(\sqrt{2}+6)$, $d = \frac{a}{2}\sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

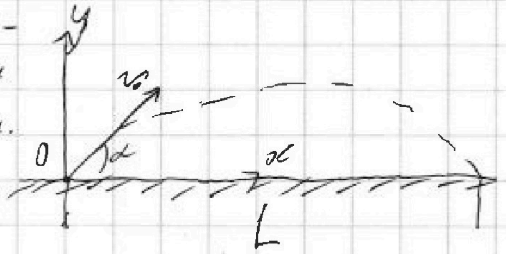
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N 1.

1) Можно разложить вектор скорости V_0 на вертикальную (Oy) и горизонтальную (Ox) проекции.



По Oy, скорость меняется по закону: $V = V_{0y} - g\tau$, а по Ox, скорость константна.

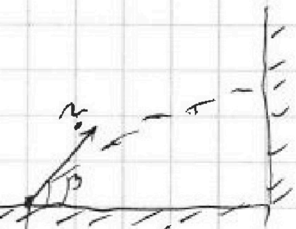
Запишем систему:

$$\begin{cases} L = V_{0x}\tau \\ 0 = V_{0y}\tau - \frac{g\tau^2}{2} \end{cases} \to \tau = \frac{2V_{0y}}{g} = 2\frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

$$L = \frac{V_0 \cdot \sin\alpha \cdot 2V_0 \cos\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \to V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 20 \, м^2/c^2}{1}} =$$

$$= 10\sqrt{2} \text{ м/с}$$

2) Пусть в начальный момент, скорость направлена под углом β к горизонту.



Ox: $S = V_0 \cdot \cos\beta \cdot \tau$

Oy: $H = V_0 \cdot \sin\beta \cdot \tau - \frac{g\tau^2}{2}$

Так как высота H максимальна, то тогда проекция скорости на вертикаль будет равна нулю (иначе можно бросить выше), S и S в данном случае $\leq \frac{L}{2}$

$$V_0 \cdot \sin\beta - g\tau = 0 \to \sin\beta = \frac{g\tau}{V_0}$$

$$H = \frac{V_0 \cdot g\tau \cdot \tau}{V_0} - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g\tau^2}{2} \to \tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$S = V_0 \sqrt{1 - \sin^2\beta} \cdot \tau = V_0 \frac{\sqrt{V_0^2 - g^2\tau^2}}{V_0} \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2H}{g}(V_0^2 - 2gH)} =$$

$$= 16\sqrt{0{,}36} = 9{,}6 \text{ м.}$$

3) Заметим, что данный ответ верный лишь для случая $S \leq \frac{L}{2}$, но в силу того, что $H < \frac{V_0^2 \sin^2 2}{2g} = 5$ м будет ещё и вторая точка, при угле броска, равной $\alpha = 45°$.

H_{max} при угле α на расстоянии $> \frac{L}{2}$ будет в силу того, что на таком расстоянии ~~это~~ при снижении у этого угла скорость меньше и наибольшая высота, т.к. это оптимальный угол.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{cases} S = V_0 \cos\alpha \cdot \tau \\ H = V_0 \sin\alpha\, \tau - \frac{g\tau^2}{2} \end{cases}$$

$D = V_0^2 \sin^2\alpha - 2gH$ нас интересует больший корень:

$$\tau = \frac{+V_0 \sin\alpha + \sqrt{V_0^2 \sin^2\alpha - 2gH}}{g}$$

$$S = \frac{V_0 \cos\alpha\,(+V_0 \sin\alpha + \sqrt{V_0^2 \sin^2\alpha - 2gH})}{g} = (10 + \sqrt{28})\ м.$$

Ответ: $V_0 = 10\sqrt{2}$ м/с; $S_1 = 9{,}6$ м; $S_2 = 10 + \sqrt{28}$ м.

$$H'_t = V_0 \sin\gamma\, \tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

$$H'_\gamma = V_0 \cos\gamma\, \tau - \cancel{\frac{g\tau^2}{2}}$$

$$\frac{9}{16} - \frac{2}{4} + \frac{1}{2} =$$

$$\cancel{\frac{8}{16} - \frac{1}{16}} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{36}{25} \cdot 9 \qquad 36 \times 9 = 324$$

$$400 - 324 = 76$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ