



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

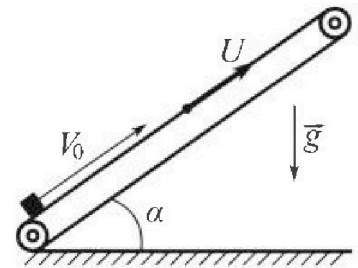
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.
- 1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
 - 2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?
Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



- 1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

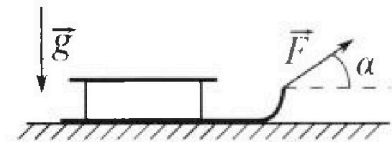
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

- 2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
- 3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.



- 1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
- 2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



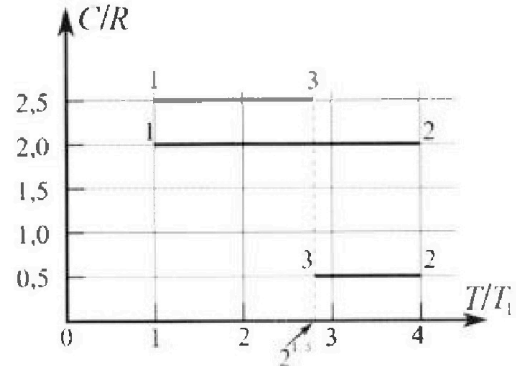
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



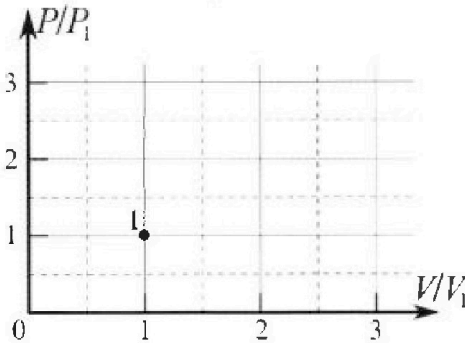
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



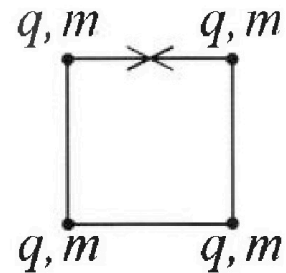
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На как ом расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

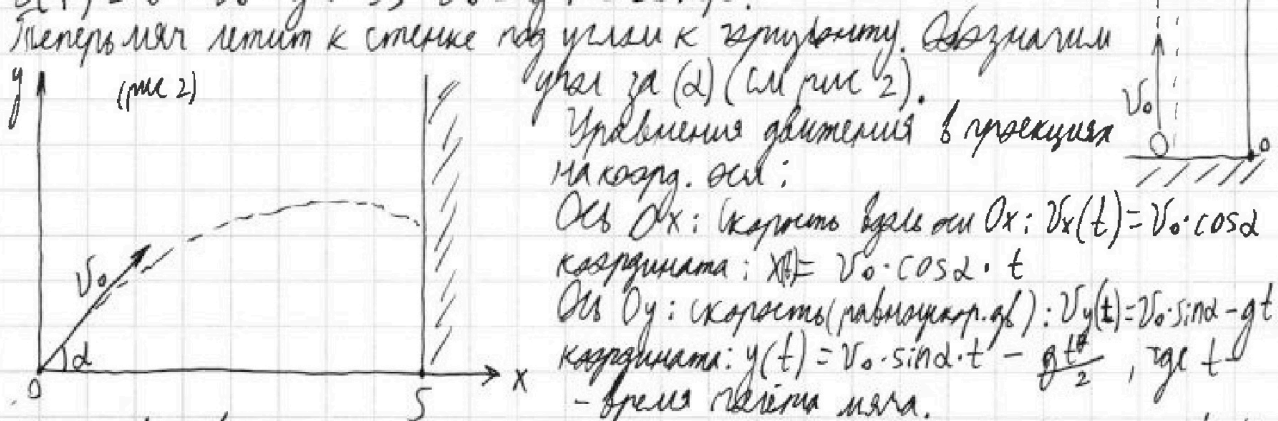


1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1) (Скорость мяча в наивысшей точке подъема: $v(T) = 0$ (м/с)
 Равноускоренное движение в поле силы тяжести: $v(t) = v_0 - gt$
 (в проекции на вертикаль ось Ox (см. рис)), где t - время полета мяча.
 $v(T) = 0 = v_0 - gT \Rightarrow v_0 = gT = 20 \text{ м/с}$.



Теперь мяч летит к стенке под углом к горизонту. Обозначим угол α (см. рис 2).
 Уравнение движения в проекции на координ. ось:
 Ось Ox : скорость вдоль оси Ox : $v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha$
 координата: $x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$
 Ось Oy : скорость (равноускор. дв.): $v_y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha - gt$
 координата: $y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$, где t - время полета мяча.

Пусть t_0 - время полета мяча до стенки, тогда: $x(t_0) = S = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_0$ (1);
 (2) $y(t_0) = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t_0 - \frac{gt_0^2}{2} = H$, где H - высота, на которой мяч ударился о стенку; Выразим t_0 из (1) и подставим в (2): $t_0 = \frac{S}{v_0 \cdot \cos \alpha}$

$$H = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha \cdot S}{v_0 \cdot \cos \alpha} - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} = \text{tg} \alpha \cdot S - \frac{gS^2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} =$$

$$= \text{tg} \alpha \cdot S - \frac{gS^2}{2v_0^2} - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \text{tg}^2 \alpha; \text{Высота максимальна, когда } H'_\alpha = 0, \text{ где}$$

$$H'_\alpha - \text{производная функции высоты}; (\text{tg} \alpha)' = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; (\text{tg}^2 \alpha)' = (f(g(\alpha)))' =$$

$$= (g(\alpha))' \cdot (f(g))'; g(\alpha) = \text{tg} \alpha; (g(\alpha))' = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; f(g) = (\text{tg} \alpha)^2; (f'(g))' =$$

$$= 2 \cdot \text{tg} \alpha; (\text{tg}^2 \alpha)' = \frac{1 \cdot 2 \text{tg} \alpha}{\cos^2 \alpha}; H'_\alpha = 0 = \frac{S}{\cos^2 \alpha} - \frac{gS^2 \cdot 2 \text{tg} \alpha}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$\frac{2v_0^2 S - gS^2 \cdot 2 \text{tg} \alpha}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} = 0; \text{т.к. } \cos \alpha \neq 0 \text{ (}\alpha \text{ точно не равен } 90^\circ \text{)}, \text{ то}$$

$$2v_0^2 S - gS^2 \cdot 2 \text{tg} \alpha = 0; v_0^2 - gS \cdot \text{tg} \alpha = 0; gS \cdot \text{tg} \alpha = v_0^2; \text{tg} \alpha = \frac{v_0^2}{gS}$$

$$\text{Высота в наивысшем значении tg} \alpha \text{ в вычислении для высоты: } H = \frac{v_0^2 \cdot S}{gS} - \frac{gS^2}{2v_0^2} - \frac{gS^2 \cdot v_0^2 \cdot \frac{v_0^2}{gS}}{2v_0^2 \cdot g \cdot S} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = \left(\frac{20^2}{2 \cdot 10}\right) \text{ м} - \left(\frac{10 \cdot 20^2}{2 \cdot 20^2}\right) \text{ м} =$$

$$= 15 \text{ м}$$

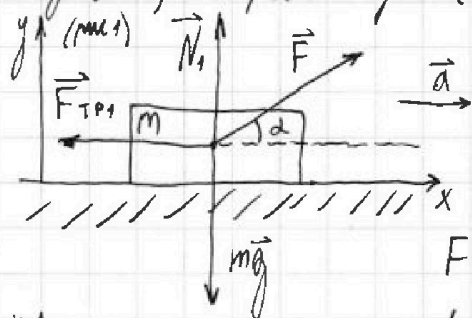
Ответ: 1) $v_0 = 20 \text{ м/с}$; 2) $H = 15 \text{ м}$



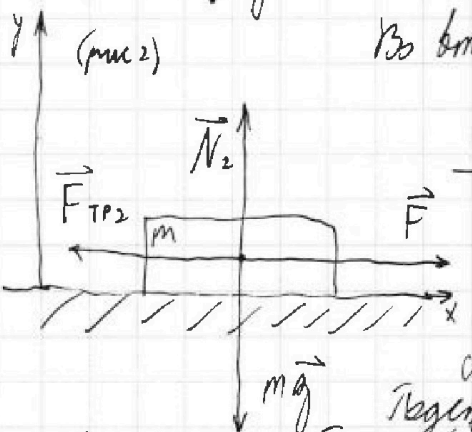
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3) Во второй схеме (см. рис 1); 2-й з-н Ньютона в проекциях на коор.



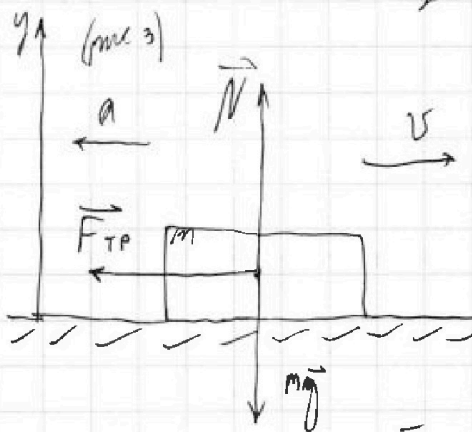
оси: $Ox: F \cdot \cos \alpha - F_{тр1} = ma \quad (1)$
 $Oy: F \cdot \sin \alpha + N_1 = mg \quad (2)$, где $F_{тр1}$ - сила трения, действ. на санки в 1-й схеме, m - масса санок, a - их ускорение, N_1 - реакция опоры 1-й с-е; 3-й закон Ньютона (сила трения скольжения):
 $F_{тр1} = \mu N_1$



Во второй схеме (см. рис 2): $Ox: F - F_{тр2} = ma \quad (3)$
 (Ускорение в обеих схемах одинаково (это условие из условия, тогда санки разгоняют до одинаковой скорости и соот. полетят за одинаковое время, а значит $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$), где $F_{тр2}$ - сила трения, N_2 - сила реакции опоры.
 $Oy: N_2 = mg \quad (4)$
 сила трения: $F_{тр2} = \mu N_2$

Подставим (3) в (1): $F \cdot \cos \alpha - \mu N_1 = F - \mu N_2 \quad (6)$
 из (2): $N_1 = mg - F \cdot \sin \alpha \quad (5)$. Подставим (4) и (5) в (6):
 $F \cdot \cos \alpha - \mu mg + \mu F \cdot \sin \alpha = F - \mu mg$; $\mu \cdot \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$;
 $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

2) После прекращения действия силы (см. рис 3); 2-й з-н Ньютона в проекциях на коор. ос:



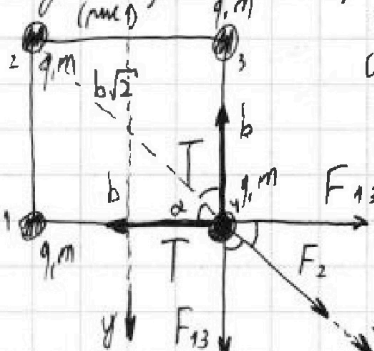
$Ox: -F_{тр} = ma$; $|a| = \frac{F_{тр}}{m}$
 $Oy: N = mg$, где $F_{тр}$ - сила трения, a - ускорение санок ($a < 0$), N - сила реакции опоры.
 сила трения: $F_{тр} = \mu N = \frac{(1 - \cos \alpha) mg}{\sin \alpha}$;
 $|a| = \frac{(1 - \cos \alpha) mg}{\sin \alpha \cdot m} = \frac{(1 - \cos \alpha) g}{\sin \alpha}$ (объемное)

равноускоренное) время до остановки: $T = \frac{v_0}{|a|} =$
 $= \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$
 Ответ: 1) $\mu = \frac{1 - \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$
 2) $T = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5)



1) В силу симметрии системы, силы натяжения всех нитей равны. Обозначим их за T . Рассмотрим силы, действующие на шарик (4) (см рис 1):

2) в z -и плоскости в проекции на ось zOx (проходящую через диагональ квадрата):

$$2F_{13} \cdot \sin \alpha \cos \alpha + F_2 = 2T \cdot \cos \alpha, \text{ где } \alpha -$$

угол между стороной квадрата и его диагональю (то есть - диагональ квадрата $\alpha = 45^\circ$), F_{13} - сила действующая на шарик (4) со стороны шариков

(1) и (3) (эти силы равны, так как расстояния между (1) и (4), (3) и (4) равны), F_2 - дейст. на (4) со ст. (2); $T = \frac{2F_{13} \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \cos \alpha} + \frac{F_2}{2 \cos \alpha} =$
 $= F_{13} + \frac{F_2 \cdot 2}{2\sqrt{2}} = F_{13} + \frac{F_2}{\sqrt{2}}$

Сила электр. взаимодействия: $F_{13} = K \frac{q^2}{b^2}$; $F_2 = \frac{Kq^2}{2b^2}$ (диагональ квадрата равна $b\sqrt{2}$)

$$T = \frac{Kq^2}{b^2} + \frac{Kq^2}{2\sqrt{2}b^2} = \frac{2\sqrt{2}Kq^2 + Kq^2}{2\sqrt{2}b^2} = \frac{Kq^2}{b^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$$

2) Если переключить нити между (2) и (3), на (2) и (3), а также на (1) и (4) будут действовать одинаковые силы, а заряды и скорости будут равны. Закон сохранения импульса в проекции на Oy (см рис 1 и 2):

$$2m v_{23} - 2m v_{14} = 0 \Rightarrow v_{23} = v_{14} = v;$$

Потенц. эн. взаимодействия шариков вначале:

$$E_0 = \frac{1}{2} \left(q \cdot K \frac{q}{b} \cdot 2 + q \cdot \frac{Kq}{b\sqrt{2}} \right) \cdot 4, \text{ где выразим в скобках это потенциал эн. вли-$$

действия одного шарика со всеми остальными (эта энергия для конденсатора шариков одинакова); $E_0 = \frac{2Kq^2}{b} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$; Потенц. эн. влид. шариков в конце:

$$E_k = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{Kq^2}{b} + \frac{Kq^2}{2b} + \frac{Kq^2}{3b} \right) \cdot 2 + \left(\frac{Kq^2}{b} + \frac{Kq^2}{b} + \frac{Kq^2}{2b} \right) \cdot 2 \right), \text{ где выразим в скобках потенциал}$$

это энергия вдали-я шариков (2) и (3), (1) и (4) с остальными шариками
 $E_k = \frac{11Kq^2}{6b} + \frac{5Kq^2}{2b} = \frac{Kq^2(11+15)}{6b} = \frac{13Kq^2}{3b}$; Кинет. эн. шариков в конце: $E = \frac{4 \cdot m v^2}{2} = 2m v^2$

Из закона сохр. эн: $E_0 = E_k + E$; $\frac{2Kq^2}{b} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{13Kq^2}{3b} + 2m v^2$

$$2m v^2 = \frac{Kq^2}{b} \left(4 + \frac{2}{\sqrt{2}} - 4 \frac{1}{3} \right) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1}{3} \right) \frac{Kq^2}{b}; \quad v = 9 \sqrt{\frac{K}{26m} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

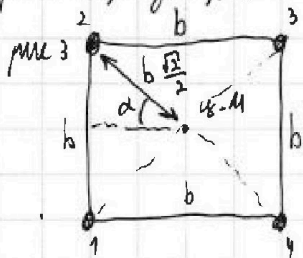
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



представьте задачу 5) Чтобы найти (d), воспользуемся теоремой о движении центра масс. П.к на систему не действуют внешние силы (или их сумма равна нулю), центр масс системы остается неподвижен. В начальном центре масс системы находилась в центре квадрата (рис 3) (в силу симметрии системы и равенства масс шариков).



В конце он оказался посередине между (1) и (4) шариками (рис 4) (по той же причине). Перемещение шарика:

$\vec{d} = \vec{r}_k - \vec{r}_0$ где \vec{r}_0 и \vec{r}_k - радиус вектора пробегающего к шарика (2) из ц.м. $|\vec{r}_k| = 1,5b$; $|\vec{r}_0| = b\frac{\sqrt{2}}{2}$

(b начал и b конне сств)

По теор. косинусов:

$$d^2 = r_0^2 + r_k^2 - 2r_0 r_k \cos \alpha = \frac{b^2}{2} + 2,25b^2 - \frac{2 \cdot b \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1,5b \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 2 \cdot 1} =$$

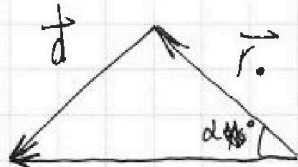
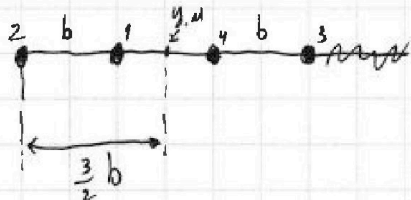
$$= \frac{b^2}{2} + 2,25b^2 - 1,5b^2 = 1,25b^2; \quad d = b \sqrt{1,25} = \frac{b\sqrt{5}}{2}$$

Ответ: 1) $T = k \frac{q^2}{b^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$

2) $\mathcal{E} = q \sqrt{\frac{k}{2bm} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)}$

3) $d = \frac{b\sqrt{5}}{2}$

рис 4



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

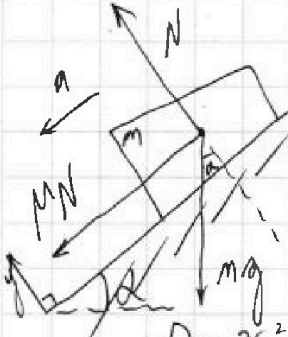
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2) ~~1~~



1) 2 и 3 - и Ньютона барьеру, на краю оси: $Ox: -MN = ma$ (1)
 $(a < 0)$ где MN - сила трения ~~и~~ скольжения
 $Oy: N = mg \cdot \cos \alpha$ (2); подст. (2) в (1);
 $a = -\mu g \cdot \cos \alpha = -\frac{1}{3} \cdot g \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{1}{3} \cdot g \cdot \frac{4}{5} = -\frac{4}{15} g = -10 \text{ м/с}^2$
 $(\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{3}{5})$

~~x = v_0 t + \frac{a t^2}{2}~~ Уравн. длит. пути Ox (равноуск.): $t_8 = \frac{v_0}{a} = 0,75 \text{ с}$

$x = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$
 $D = v_0^2 + 4 \cdot a \cdot S$; $T = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4aS}}{a}$
 $T = \frac{-4 \pm 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{-2}$ (имеет корни $t_1 = 0,2 \text{ с}$ и $t_2 = 0,75 \text{ с}$)

~~$T = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4aS}}{a} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{-2} = 2 \pm \sqrt{3}$~~
 имеет корни $t_1 = 0,2 \text{ с}$ и $t_2 = 0,75 \text{ с}$
 (корни: $t_1 = 0,2 \text{ с}$ и $t_2 = 0,75 \text{ с}$)
 $(a_{\text{тр}}) = \mu g \cdot \cos \alpha = \frac{1}{3} \cdot g \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{15} g$

на ~~первый~~ корень: $(2 - \sqrt{3}) \text{ с}$, т.к. другая корень ~~смысла~~ $t_2 = 0,75 \text{ с}$
 т.к. когда каретка достигла вершины ~~и~~ S ~~то~~ $T = (2 - \sqrt{3}) \text{ с}$

2) Каретка каретки ~~увеличивается~~ со скоростью u ~~и~~ t_0 :
 $t_0 = \frac{u - v_0}{a}$ (с этого момента сила трения ~~действ.~~ на каретку ~~изменила~~ Δa ~~направление~~ на $\mu g \cdot \cos \alpha$);
 ускорение ~~приближая~~ каретке силой $\Delta a_{\text{тр}} = \mu g \cdot \sin \alpha = 8 \text{ м/с}^2$
 силой трения: $|\Delta a_{\text{тр}}| = \frac{MN}{m} = \frac{\mu mg \cdot \cos \alpha}{m} = \mu g \cdot \cos \alpha = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \frac{4}{5} = 8 \text{ м/с}^2$

$L = v_0 t_0 - \frac{a_1 t_0^2}{2}$, где $a_1 = |\Delta a_{\text{тр}}| + |a_{\text{тр}}$



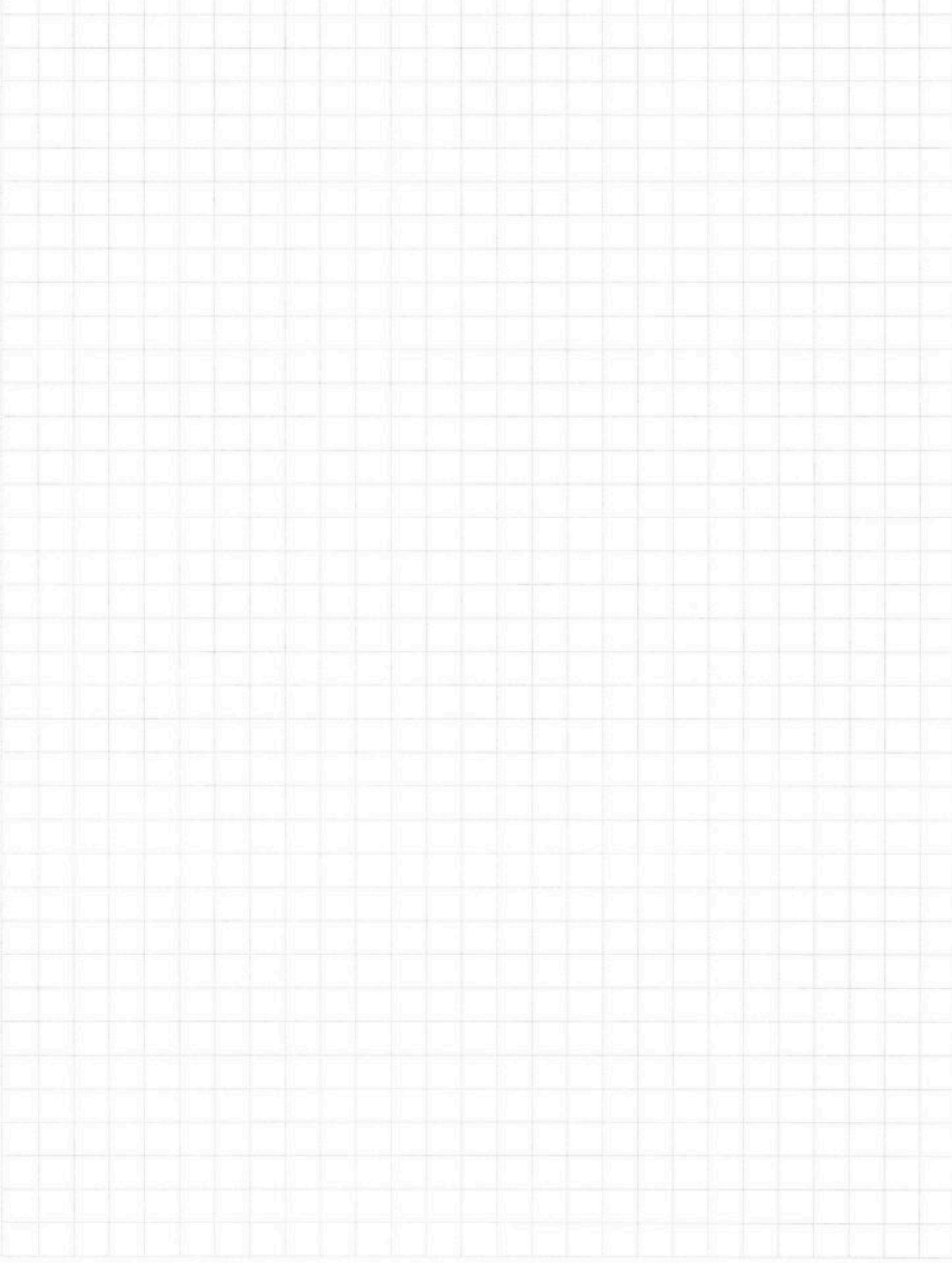
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





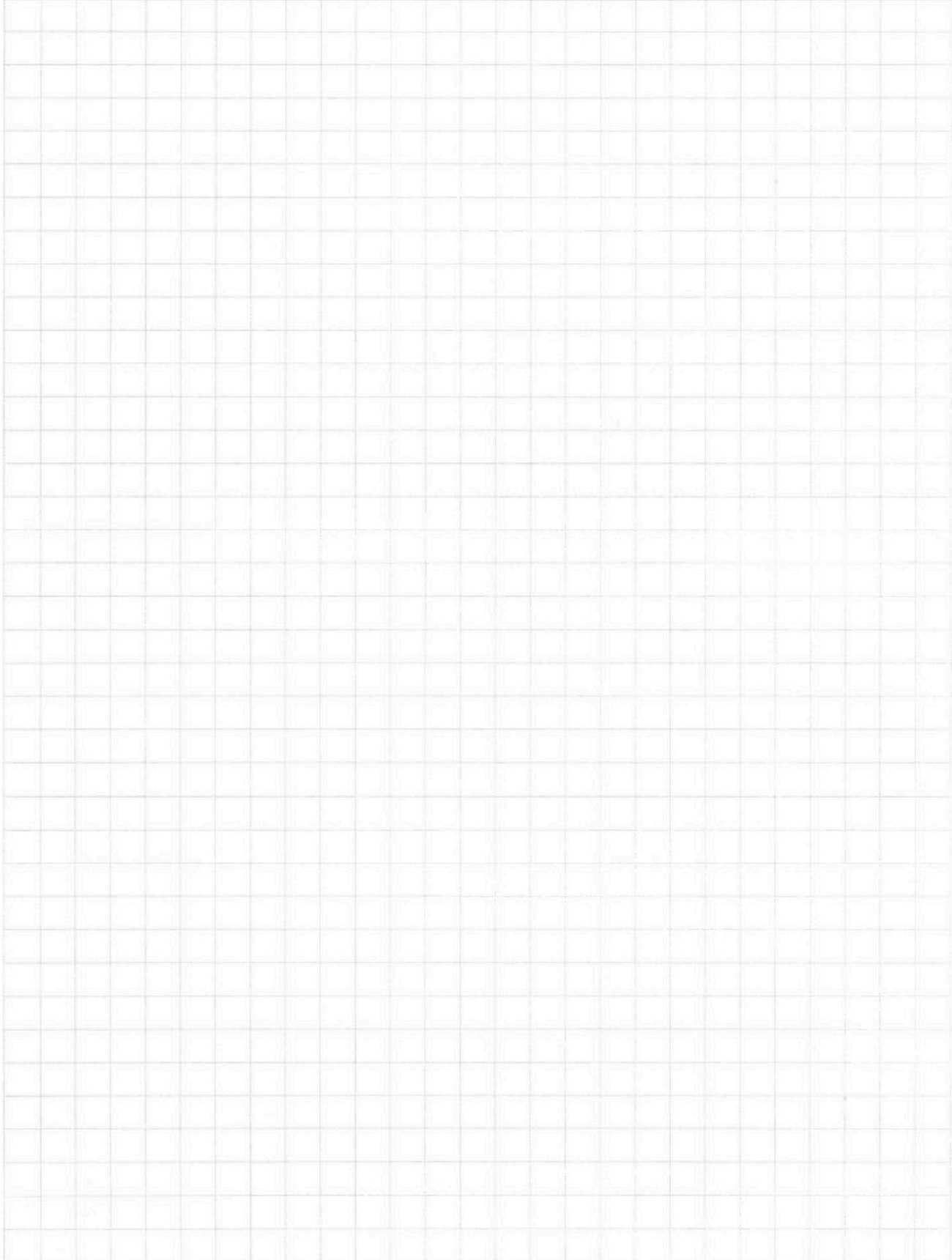
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

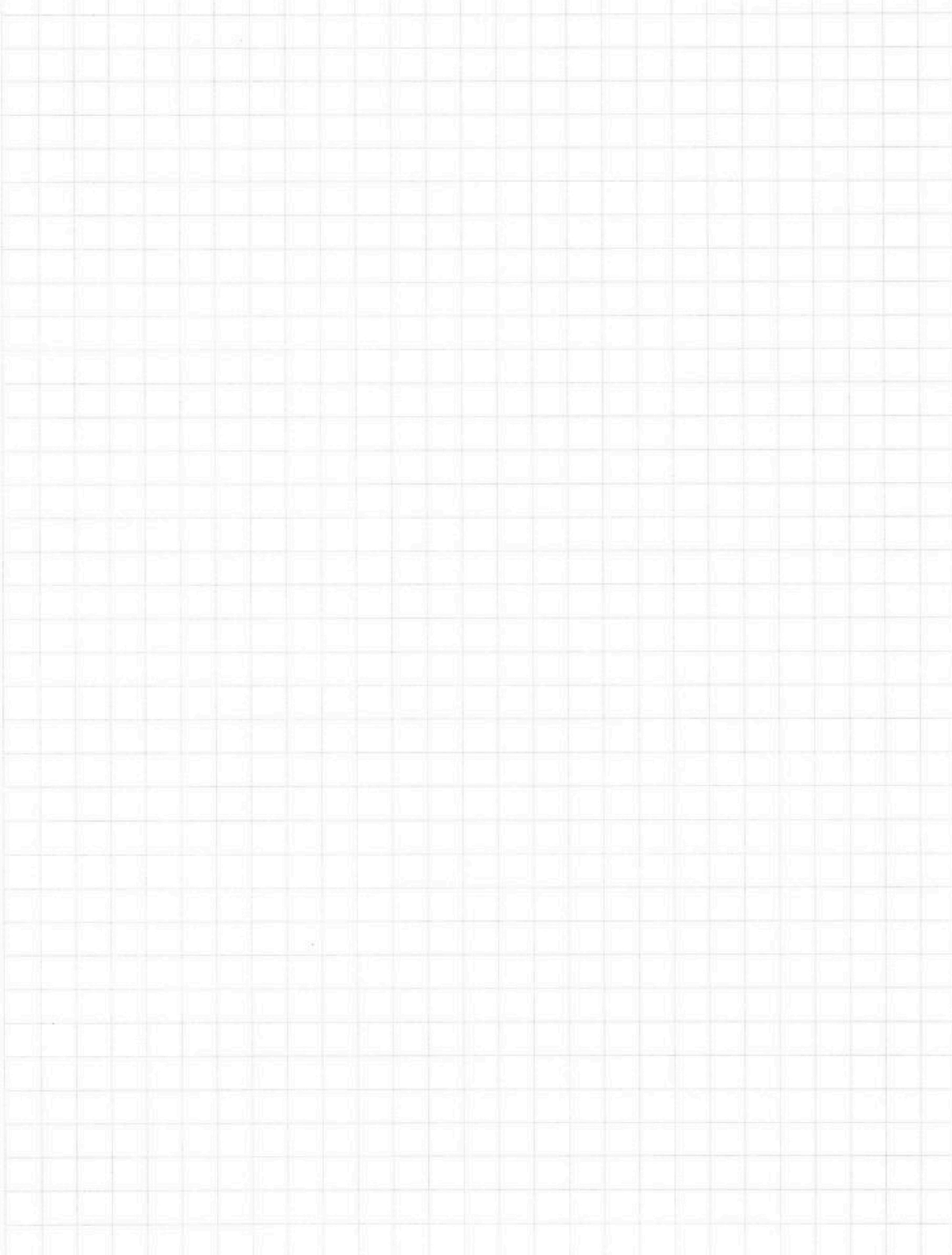
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

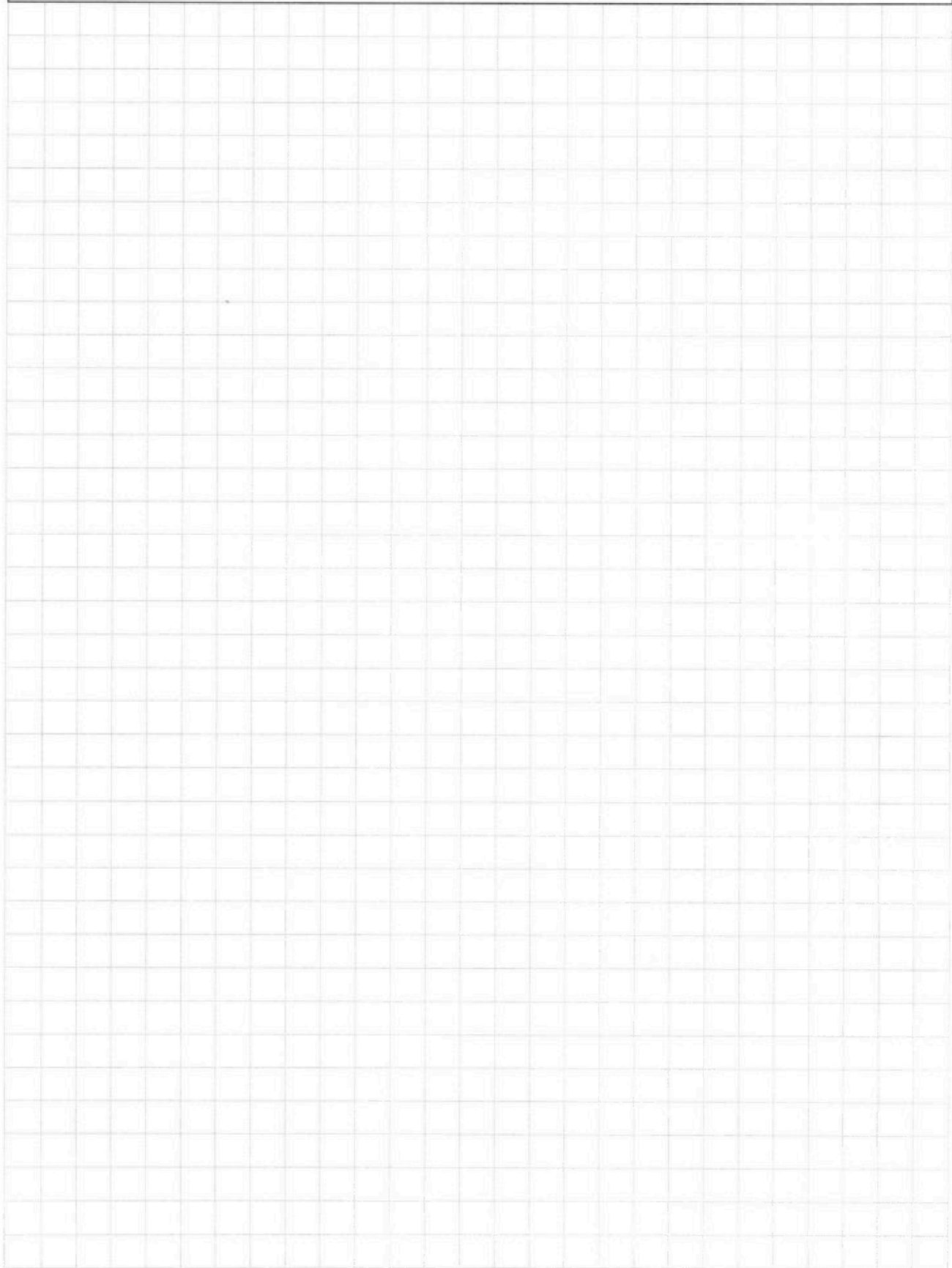
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

