



Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за  $T = 2$  с.

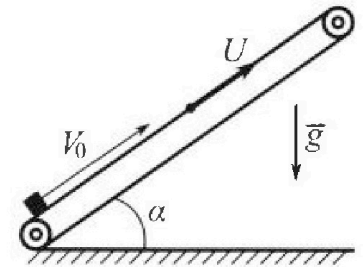
1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью  $V_0$  под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии  $S = 20$  м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,8$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 4$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = \frac{1}{3}$ . Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время  $T$  после старта коробка пройдет в первом опыте путь  $S = 1$  м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 2$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 4$  м/с.

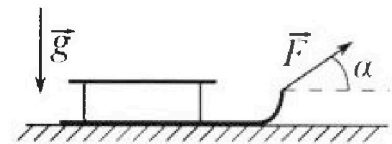
2) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 2$  м/с?

3) На какой высоте  $H$ , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости  $V_0$  за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости  $V_0$  действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время  $T$  после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения  $g$ .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

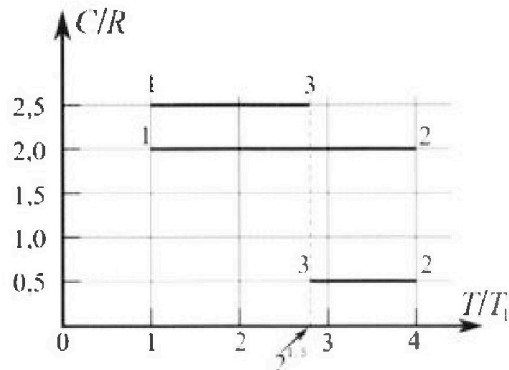
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



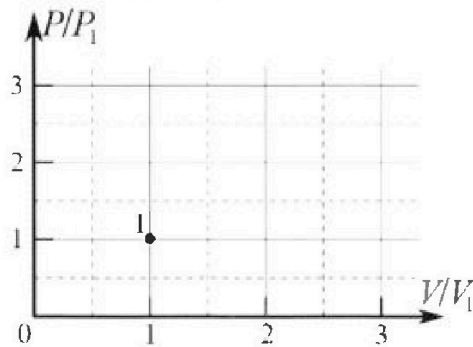
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной  $R$ ) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1  $T_1 = 400$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



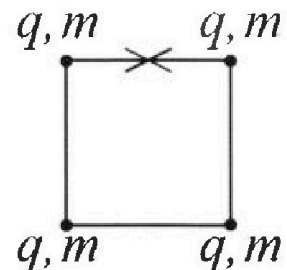
1) Найдите работу  $A_{12}$  газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $b$  (см. рис.). Масса каждого шарика  $m$ , заряд  $q$ .



1) Найдите силу  $T$  натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость  $V$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



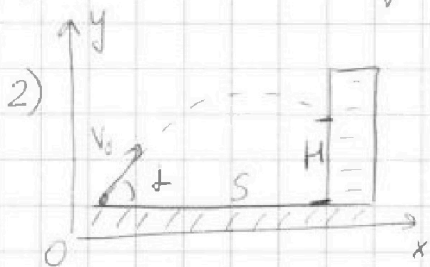
№ 1

1) За время  $T$  мяч поднимается на максимальную высоту. ~~В~~ В наивысшей точке скорости мяча обращается в нуль.

Движение происходит в поле тяжести Земли  $\Rightarrow$  на мяч постоянно действует ускорение  $g$  в  $\downarrow$  направлении. Значит, скорость мяча изменяется по закону:

$$v(t) = v_0 - gt \quad \text{в проекции на ось } x.$$

при  $v=0$   $v_0 - gT = 0$ ,  $v_0 = gT = 20 \text{ м/с}$



2)

Распишем уравнение движения мяча в проекциях на оси  $Ox$  и  $Oy$ :

$$\begin{cases} x(t) = v_{0x} t; \\ y(t) = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha; \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha;$$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x(t)}{v_0 \cos \alpha} \\ y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$y(x) = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}; \quad \text{в момент соударения со стенкой } x = s, y = H;$$

$H = s \tan \alpha - \frac{gs^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$  - мы получили зависимость высоты точки соударения со стенкой от угла броска. Для нахождения угла, при котором  $H$  принимает своё максимальное значение,

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

необходимо взять производную данной функции и приравнять ее к нулю.

$$H = H_{\max} \text{ при } H' = 0; \quad H = S \operatorname{tg} \alpha - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow H' = S \operatorname{tg} \alpha' - \left( \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \right)' = \frac{S}{\cos^2 \alpha} - \frac{g S^2 \sin \alpha}{v_0^2 \cos^3 \alpha}$$

$$\left( \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)' = -2 \cos^{-3} \alpha \cdot -\sin \alpha = \frac{2 \sin \alpha}{\cos^3 \alpha}$$

$$H' = 0 \Rightarrow \frac{S}{\cos^2 \alpha} = \frac{g S^2 \sin \alpha}{v_0^2 \cos^3 \alpha} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0^2}{g S}$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha + 1;$$

$$H_{\max} = S \operatorname{tg} \alpha - \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\operatorname{tg}^2 \alpha + 1) = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \cdot \frac{v_0^2}{g S^2} =$$
$$\frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} = \frac{g T^2}{2} - \frac{g S^2}{2 g T^2} = \boxed{\frac{g T^2}{2} - \frac{S^2}{2 g T^2}} =$$
$$= 15 \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } v_0 = g T = 20 \text{ м/с}$$

$$H_{\max} = \frac{g T^2}{2} - \frac{S^2}{2 g T^2} = 15 \text{ м}$$

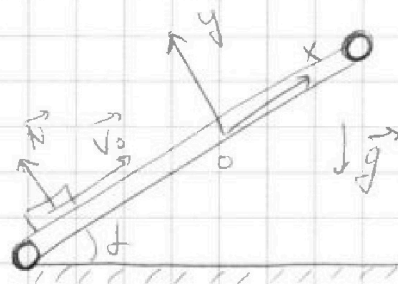
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется, Порча QR-кода недопустима!



N 2

1) Введем систему координат с осями  $Oy$  перпендикулярно и  $Ox$  параллельно плоскости ленты.

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на эти оси:

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$$x: ma = -mg \sin \alpha - \mu N = -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha;$$

$a = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$  — эта формула работает

для случая, когда коробка движется вверх относительно неподвижной ленты.

Если же коробка с лентой спускается, то сила трения направлена в другую сторону:

$$a = -g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha);$$

Скорость коробки будет уменьшаться по модулю, обратится в нуль, а затем будет расти по модулю, тело будет спускаться.

Найдем путь тела до остановки:

$$\frac{v_0^2}{2a} = S_1; \quad S_1 = \frac{v_0^2}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{16}{20} \text{ м} < 1 \text{ м} \Rightarrow \text{доска}$$

до верхней точки, коробка не пройдет путь  $S_1$ ;

$T = \tau_1 + \tau_2$ ,  $\tau_1$  — подъём,  $\tau_2$  — спуск.

$$a \tau_1 = v_0; \quad \tau_1 = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)};$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Для груза:

$$\frac{v_k^2}{2a} = S - S_1; \quad \frac{v_k^2}{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = S - S_1;$$

$$v_k = \sqrt{2g(S - S_1)(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$$

$$\tau_2 = \frac{v_k}{a} = \frac{\sqrt{2g(S - S_1)(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} =$$
$$= \sqrt{\frac{2(S - S_1)}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}};$$

$$T = \tau_1 + \tau_2 = \left( \sqrt{\frac{1}{15}} + \frac{2}{5} \right) c;$$

2) Теперь лента движется со скоростью  $u = 2 \text{ м/с}$  вверх.

Если в ИСО скорость коробки  $u = 2 \text{ м/с}$ , то относительно ленты она остановилась,

$$\frac{v_0^2 - u^2}{2a} = L, \text{ где } a = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha);$$

$$L = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{2}{5} \text{ м};$$

3) В отличие от ситуации, описанной в пункте 1, теперь, после достижения скорости  $u$ , коробка начнет двигаться в обратную сторону относительно ленты  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha);$$

$$\text{Тогда } \frac{u^2}{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = L'; \quad L_0 = L + L'; \quad H = L_0 \sin\alpha =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$= \sin \left( \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} + \frac{u^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} \right) = \left( \frac{3}{5} \text{ м} + \frac{1}{3} \text{ м} \right) = \frac{16}{45} \text{ м} \cdot \frac{4}{5} = \frac{56}{45} \text{ м}$$

Ответ:  $T = \tau_1 + \tau_2 = \left( \sqrt{\frac{1}{15}} + \frac{2}{5} \right) \text{ с}$ ;

$$L = \frac{3}{5} \text{ м}$$

$$H = \frac{56}{45} \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) Мы разогнали санки до скорости  $v_0$  и отпустили.  
Теперь сила трения их тормозит.



Второй закон Ньютона в проекциях  
на оси:

$$y: mg = N;$$

$$x: ma = -F_{tr} = -\mu N;$$

$$ma = -\mu mg; a = -\mu g;$$

Санки движутся с постоянным ускорением  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  ~~скорость~~ скорость санок изменяется по закону:

$$v = v_0 + at = v_0 - \mu g t;$$

тогда при обращении скорости в нуль

$$v_0 - \mu g t_* = 0; t_* = \frac{v_0}{\mu g}; \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \equiv T = \frac{v_0}{\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g};$$

$$\text{Ответ: } \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$T = \frac{v_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

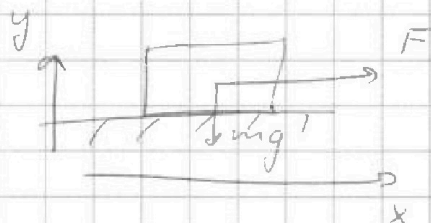
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 3

1) Сила  $F$ , действующая касания, приложена к их центру масс.

Тогда в первом случае:

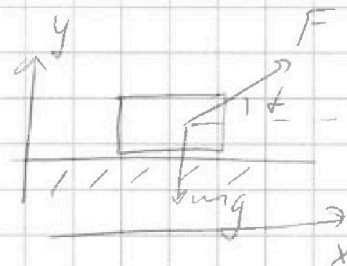


$$y: N = mg;$$

$$x: ma = F - \mu N = F - \mu mg;$$

$$a = \frac{F}{m} - \mu g;$$

$$(1) a\tau = v_0; \left(\frac{F}{m} - \mu g\right)\tau = v_0;$$



Во втором случае:

$$y: F \sin \alpha + N = mg, \quad N = mg - F \sin \alpha$$

$$x: ma = F \cos \alpha - \mu N = F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha =$$

$$= F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg, \quad a = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g;$$

$$(2) a\tau = v_0 \Rightarrow \left(\frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g\right)\tau = v_0;$$

приравнявая (1) и (2), получаем

$$\frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g = \frac{F}{m} - \mu g;$$

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1;$$

$$\mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha; \quad \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1

N 4

Для начала выведем одну формулу. По определению молярная теплоёмкость вещества:

$$C = \frac{dQ}{dT}, \text{ где } dQ = dU + dA;$$

$$\text{Газ одноатомный} \Rightarrow dU = \frac{3}{2} R dT;$$

$$C = \frac{3}{2} R + \frac{dA}{dT};$$

Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT. \text{ Дифференцируя, получаем}$$

$$p dV + V dp = \nu R dT; \quad dA = p dV$$

$$C = \frac{3}{2} R + \frac{p dV}{p dV + V dp} R = \boxed{\frac{3}{2} R + \frac{R}{1 + \frac{V dp}{p dV}}};$$

Пользуясь этой формулой, поймём, какой была зависимость  $p(V)$  в процессах 1-2, 2-3, 3-1;

$$\underline{1-2}: \frac{3}{2} R + \frac{R}{1 + \frac{V dp}{p dV}} = 2R - \text{из графика};$$

$$\frac{V dp}{p dV} = 1; \quad \frac{dp}{p} = \frac{dV}{V} \Rightarrow \ln \frac{p}{p_1} = \ln \frac{V}{V_1};$$

$$p = \frac{p_1}{V_1} V - \text{прямая, проходящая через начало координат}$$

Уравнение состояния:

$$pV = \frac{p_1}{V_1} V^2 = \nu RT; \quad \frac{p_1}{V_1} V_2^2 = \nu R \cdot T_2 = \nu R \cdot T_1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$P_1 V_1 = \nu R T_1,$$

$$\frac{P_1}{V_1} V_2^2 = 2 \nu R T_1 \Rightarrow \frac{V_2^2}{V_1^2} = 2, V_2 = \sqrt{2} V_1;$$

$$P_2 = \frac{P_1}{V_1} V_2 = 2 P_1,$$

$$\frac{2-3}{2} : \frac{3}{2} R + \frac{R}{1 + \frac{V}{P} \frac{dP}{dV}} = \frac{1}{2} R,$$

$$\frac{R}{1 + \frac{V}{P} \frac{dP}{dV}} = -R, \quad 1 + \frac{V}{P} \frac{dP}{dV} = -1, \quad \frac{V}{P} \frac{dP}{dV} = -2,$$

$$\frac{dP}{P} = -2 \frac{dV}{V}, \quad \ln \frac{P}{P_2} = -2 \ln \frac{V}{V_2},$$

$$\frac{P}{P_2} = \left( \frac{V_2}{V} \right)^2, \quad P = \frac{P_2 V_2^2}{V^2},$$

уравнение состояния:  $P_2 V_2 = 4 \nu R T_1,$

$$\frac{P_2 V_2^2}{V_3^2} \cdot V_3 = 2 \frac{3}{2} \nu R T_1,$$

$$\frac{P_2 V_2^2}{V_3} = 2 \frac{3}{2} \nu R T_1 \Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \frac{4}{2} = 2,$$

$$P_2 V_2 = 4 \nu R T_1,$$

$$V_3 = \sqrt{2} V_2 = 2 \sqrt{2} V_1,$$

$$P_3 = P_1,$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

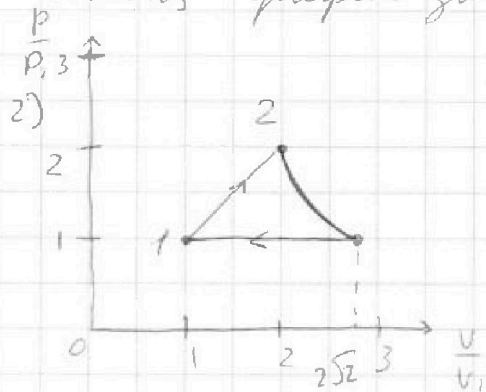
3-1:

~~$$\frac{3}{2}R + \frac{R}{1 + \frac{1}{\gamma}} = \frac{5}{2}R$$~~

3

$C = \frac{5}{2}R$ , газ одноатомный  $\Rightarrow P = \text{const} = P_1$ ;

Итого, график зависимости имеет вид:



1) Работа газа считается как площадь под графиком  $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \rightarrow A_{12} &= \frac{p_1 + 2p_1}{2} \cdot V_1 = \frac{3}{2} p_1 V_1 = \\ &= \frac{3}{2} \nu R T_1 = 4986 \text{ Дж} \end{aligned}$$

3)  $\eta = \frac{A}{Q_+}$ ;  $A = A_{12} + A_{23} - A_{13}$ ;

$Q_+ = Q_{23}$ , т.к. только в этом процессе подводится тепло;

~~$$\eta = \frac{A_{12} + A_{23} - A_{13}}{Q_{23}} = \frac{\frac{3}{2} p_1 V_1 - (2\sqrt{2}-1) p_1 V_1 + A_{23}}{\frac{3}{2} (4 p_1 V_1 - 2\sqrt{2} p_1 V_1) + A_{23}}$$~~

~~$$A_{23} = \int_{2V_1}^{V_1} p dV = \int_{2V_1}^{V_1} \frac{8 p_1 V_1^2}{V^2} dV = (4 - 2\sqrt{2}) p_1 V_1$$~~

~~$$\begin{aligned} \eta &= \frac{(\frac{3}{2} - 2\sqrt{2}) p_1 V_1 + (4 - 2\sqrt{2}) p_1 V_1}{(6 - 3\sqrt{2}) p_1 V_1 + (4 - 2\sqrt{2}) p_1 V_1} = \frac{(\frac{13}{2} - 2\sqrt{2}) p_1 V_1}{(10 - 5\sqrt{2}) p_1 V_1} = \\ &= \frac{13 - 4\sqrt{2}}{20 - 10\sqrt{2}} \end{aligned}$$~~

Ответ:  $A_{12} \approx 5 \text{ кДж}$ ,  $\eta = \frac{13 - 4\sqrt{2}}{20 - 10\sqrt{2}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3)  $\eta = 1 - \frac{Q_-}{Q_+}$ ;  $Q_+ = Q_{12}$ , т.к. из графика<sup>4</sup>  
в условии видно, что только на этом участке ( $\Delta T > 0$ ),

$$\text{тогда } \eta = 1 - \frac{Q_{23} + Q_{31}}{Q_{12}} = 1 - \frac{\frac{1}{2} R \left( \frac{P_3 V_3}{R} - \frac{P_2 V_2}{R} \right)}{2 R \left( \frac{P_2 V_2}{R} - \frac{P_1 V_1}{R} \right)}$$

$$= 1 + \frac{\frac{1}{2} R \left( \frac{P_3 V_3}{R} - \frac{P_2 V_2}{R} \right)}{2 R \left( \frac{P_2 V_2}{R} - \frac{P_1 V_1}{R} \right)} = 1 + \frac{\frac{1}{2} (P_3 V_3 - P_2 V_2)}{2 (P_2 V_2 - P_1 V_1)}$$

$$= 1 + \frac{\sqrt{2} P_1 V_1 - 2 P_2 V_1 + \frac{5}{2} P_1 V_1 - 5 \sqrt{2} P_1 V_1}{6 P_1 V_1} =$$

$$= 1 + \frac{-4\sqrt{2} + \frac{1}{2}}{6} = \frac{6 - 4\sqrt{2} + \frac{1}{2}}{6} = \frac{\frac{13}{2} - 4\sqrt{2}}{6} = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{12}$$

Ответ:  $A_{12} \approx 5 \text{ кДж}$ ,  $\eta = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{12}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Как мы помим из пункта 2, в момент, когда  
все шарикн находятся на прямой, у каждого шарика  
скорость  $V$ ;

Ответ:  $T = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) k \frac{q^2}{\theta^2}$ ;

$$V = \sqrt{\frac{k}{3m\theta}} q$$
;

$$d = \frac{\sqrt{5}}{2} \theta$$

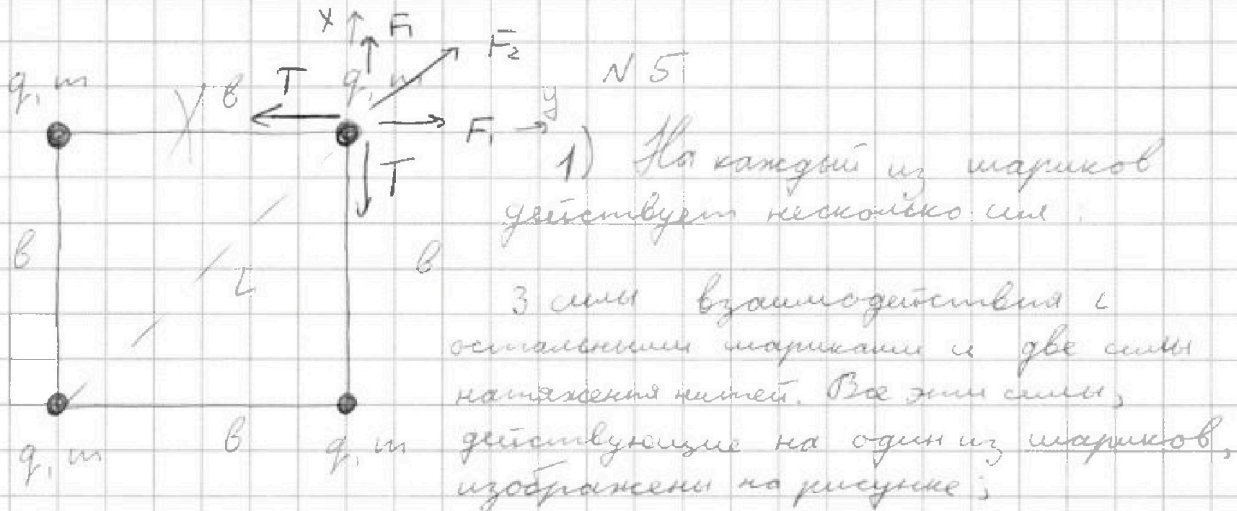
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) На каждый из шариков действует несколько сил.

3 силы взаимодействия с остальными шариками и две силы натяжения нитей. Все эти силы, действующие на один из шариков, изображены на рисунке.

По закону Кулона:

$$F_1 = k \frac{q^2}{8^2}, \quad F_2 = k \frac{q^2}{l^2} = k \frac{q^2}{4l^2}$$

Все шарики покоятся  $\Rightarrow$  если ввести оси вдоль нитей, то должно выполняться равенство:

$$T = F_1 + F_2 \cos 45^\circ = F_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} F_2$$

$$T = k \frac{q^2}{8^2} + \frac{\sqrt{2}}{4} k \frac{q^2}{l^2} = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) k \frac{q^2}{8^2}$$

2) После переиспания верхней нити шарики начнут двигаться. Нити всегда будут натянуты, так как шарики заряжены одноименно  $\Rightarrow$  отталкиваются.

В момент, когда все шарики будут на одной прямой, два крайних будут двигаться вдоль оси  $x$  из пункта 1 в силу нарастающей натяжения нитей; ~~то~~ по 3СН два центральных шарика будут двигаться с той же скоростью, что и крайние, но направленной противоположно  $\Rightarrow$  в этот момент скорости всех шариков по модулю  $v$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

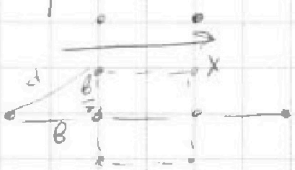
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Благодаря закону сохранения импульса мы сразу можем получить ответ на третий вопрос. ~~Вращение~~ <sup>линейные</sup> скорости шариков в силу симметрии рисунка могут двигаться только вниз.

На систему не действуют внешние силы  $\Rightarrow$  центр масс покоится. По оси  $y$  центр масс имеет координату  $y_c = \frac{b}{2}$ , это значит, что когда все шарики выстроятся в одну линию, она пройдет через центр исходного квадрата.



Тогда по теореме Пифагора

$$d = \sqrt{\frac{b^2 + b^2}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4} b^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} b$$

Для ответа на второй вопрос нужно записать ЗСЭ для системы. В силу перпендикулярности линий скорости шариков всегда перпендикулярны линиям  $\Rightarrow$  сила натяжения работы не совершает. Никаких других диссипативных сил в системе также нет.

Вначале была только энергия взаимодействия между шариками:

$$E_H = W_H = \frac{1}{2} \sum_i W_i = \frac{1}{2} \left( k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{7b} \right) \cdot 4 = 2 \left( 2k \frac{q^2}{b} + \frac{1}{2} k \frac{q^2}{b} \right) = 5k \frac{q^2}{b}$$

В конце у шариков есть кинетическая энергия:

$$4 \cdot \frac{mv^2}{2} = k; \quad E_k = K + W_k = 2mv^2 + \frac{1}{2} \left( k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{2b} \right) + \frac{1}{2} \left( k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{7b} + k \frac{q^2}{3b} \right) \cdot 2$$

$$5k \frac{q^2}{b} = 2mv^2 + 2k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{2b} + k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{7b} + k \frac{q^2}{3b}$$

$$2mv^2 = \frac{2}{3} k \frac{q^2}{b}; \quad v^2 = \frac{k q^2}{3mb}; \quad v = \sqrt{\frac{k}{3mb}} q$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$v^2 = v_0^2 - 2gS(\sin \alpha + \mu \cos \alpha);$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gS(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$\frac{4}{20(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5})} = \frac{4}{20(\frac{4}{5} - \frac{1}{5})} = \frac{4}{20 \cdot \frac{3}{5}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3};$$

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{9+5}{15} = \frac{14}{15} \text{ м}$$

$$\frac{14}{56}$$

$$\frac{14 \cdot 4}{15 \cdot 5} = \frac{56}{75}$$

$$\frac{15}{75} \cdot 2$$

$$\frac{20 \cdot 20}{20 \cdot 4} = 20$$

$$\frac{20^2}{2 \cdot 0.4} = 20^2$$

$$\frac{10 \cdot 4}{2} = 20$$

$$p v = p_0 v_0$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = \ln \frac{v}{v_0}; \quad \frac{p}{p_0} = \frac{v}{v_0}$$

$$\boxed{p = \frac{p_0 v}{v_0}}$$

$$1 + \frac{p}{\rho v} \frac{dp}{dv} = 1; \quad \frac{dp}{dv} = \frac{\rho}{v}$$

$$1-2: \quad \frac{2}{3} R + \frac{1 + \frac{p}{\rho v} \frac{dp}{dv}}{R} = 2R; \quad C = \frac{2}{3} R + \frac{p dv}{p dv}$$

$$C = \frac{2}{3} R + \frac{1 + \frac{p}{\rho v} \frac{dp}{dv}}{R} \Rightarrow C = \frac{\frac{2}{3} p dv + \frac{2}{3} v dp + p dv + v dp}{R}$$

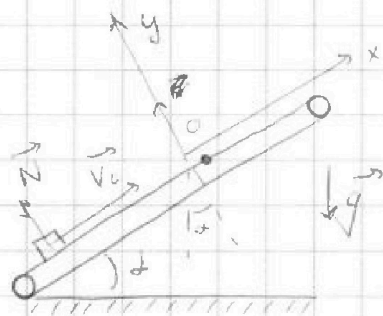
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 2

1) Введем оси координат параллельно и перпендикулярно плоскости лентки и распишем второй закон Ньютона в проекциях на эти оси.

$$y: N = mg \cos \alpha$$

x:  $ma = -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$  - когда коробочка движется вверх относительно покоящейся лентки.

$ma = -mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$  - когда коробочка движется вниз относительно лентки.

Поделив на  $m$ , получаем  $a = -g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$ ;

Тогда скорость тела изменится по закону

$$x: V = V_0 + at = V_0 - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)t$$

Скорость тела обратится в нуль при  $t = \frac{V_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$ ;

Пройденный телом путь к этому моменту:

$$x = \frac{V_0^2}{2a} = \frac{V_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = 20 \text{ м} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  пройдет  $S = 1 \text{ м}$  коробочка не успеет затормозить,  
а тогда  $V^2$

$$\frac{V_0^2 - (V_0 + at)^2}{2a} = S;$$

$$\text{Из 3с3: } \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \mu mg S \cos \alpha + mg S \sin \alpha;$$

$$V^2 = V_0^2 - 2g S \sin \alpha - 2\mu g S \cos \alpha;$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \quad \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$2g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 2 \cdot 10 \left( \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \right) = 20 \left( \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \right) = 20 \cdot 1 = 20$$

$$\frac{1}{2} R (v_1^2 - 4v_1^2) = \frac{1}{2} R (v_1^2 - 4v_1^2) = -\frac{3}{2} R v_1^2$$

$$P_1 \cdot 2\sqrt{2} v_1 = \frac{5}{2} R (v_1^2 - 4v_1^2) = -\frac{5}{2} R v_1^2$$

$$2\sqrt{2} P_1 = -5R$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\sqrt{2} P_1}{-5R}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\sqrt{2} \cdot 400}{-5 \cdot 10}} = \sqrt{\frac{1600\sqrt{2}}{-50}} = \sqrt{-32\sqrt{2}}$$

$$P_2 v_2^2 = 8 P_1 v_1^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{8 P_1 v_1^2}{P_2}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{8 \cdot 400 \cdot (-32\sqrt{2})}{12}} = \sqrt{-8192\sqrt{2}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$v_0 T - \frac{g T^2}{2} = \frac{g T^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha \left( \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)^2 &= \\ &= \frac{\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \\ &= \frac{2 \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$v_0 T = g T^2; v_0 = \sqrt{g T}$$

$$v_0 \cos \alpha T = S;$$

$$v_0 \sin \alpha T - \frac{g T^2}{2} = H;$$

$$T = \frac{S}{v_0 \cos \alpha}; H = S \operatorname{tg} \alpha - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha};$$

$$\frac{S}{\cos^2 \alpha} - \left( \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)^2 = (\cos^2 \alpha)^{-2} = -2 \cos^2 \alpha^{-3} = -2 \cos^{-6} \alpha$$

$$= \frac{2 \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$2 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{S}{\cos^2 \alpha} - \frac{g S^2}{v_0^2} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 0;$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{g S}{v_0^2} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0^2}{g S};$$

$$2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{8}$$

$\sqrt{4}$

$$1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} =$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 =$$

$$\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$\frac{1}{2} \left( 2k \frac{v^2}{r} + k \frac{Q^2}{r^2} \right) \cdot 4$$

$$\frac{v_0^2}{g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \left( \frac{v_0^2}{g S^2} + 1 \right) = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} - \frac{v_0^2}{2g} =$$

$$= \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2}$$