



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-17;68)$ ,  $Q(2;68)$  и  $R(19;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$$\begin{aligned} & \text{N1} \quad \begin{matrix} 7 & 11 & 14 \\ ab: & 2 & 3 & 5 \\ bc: & 2 & 3 & 5 & 18 \\ ac: & 2 & 3 & 5 & 43 \end{matrix} \Rightarrow abc: 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ & \text{max}(2, 3, 14) \quad \text{max}(11, 5, 18) \quad \text{max}(15, 18, 43) \\ & = 14 \quad = 18 \quad = 43 \end{aligned}$$~~

~~$$\begin{aligned} & abc = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ & \text{I } a: 2^4, b: 2^3, c: 2^{10} \Rightarrow abc: 2^{17}; \quad bc: 2^{13}; \quad ac: 2^{14} \\ & ab: 2^7, \quad bc: 2^8, \quad ac: 2^9 \end{aligned}$$~~

~~$$\begin{aligned} & ab = 2^7, \quad bc = 2^8, \quad ac = 2^9 \\ & \Rightarrow abc = \sqrt{17 \cdot 8 \cdot 9} = \sqrt{1224} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \Rightarrow 17 \cdot 21 \cdot 3^2 \\ & abc: 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{aligned}$$~~

~~$$\begin{aligned} & a: 5^4, \quad b: 5^3, \quad c: 5^{10} \Rightarrow abc: 5^{17}, \quad ab: 5^7, \quad bc: 5^{13}, \quad ac: 5^{14} \\ & \text{I } a: 3^4, \quad b: 3^3, \quad c: 3^{11} \Rightarrow abc: 3^{18}, \quad ab: 3^7, \quad bc: 3^{14}, \quad ac: 3^{15} \\ & \text{I } a: 5^4, \quad b: 5^3, \quad c: 5^{10} \Rightarrow abc: 5^{17}, \quad ab: 5^7, \quad bc: 5^{13}, \quad ac: 5^{14} \end{aligned}$$~~

~~$$\begin{aligned} & \text{I } a: 5^4, \quad b: 5^3, \quad c: 5^{10} \Rightarrow abc: 5^{17}, \quad ab: 5^7, \quad bc: 5^{13}, \quad ac: 5^{14} \\ & \text{I } a: 5^4, \quad b: 5^3, \quad c: 5^{10} \Rightarrow abc: 5^{17}, \quad ab: 5^7, \quad bc: 5^{13}, \quad ac: 5^{14} \end{aligned}$$~~

$$\begin{aligned} & a = 2^4, \quad b = 2^3, \quad c = 2^{14} \\ & b = 2^3, \quad c = 2^{10} \\ & c = 2^{10} \end{aligned} \Rightarrow abc_{\min} = 2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^{14} = 2^{21}$$

$$\text{Answer: } abc_{\min} = 2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^{14} = 2^{21}$$

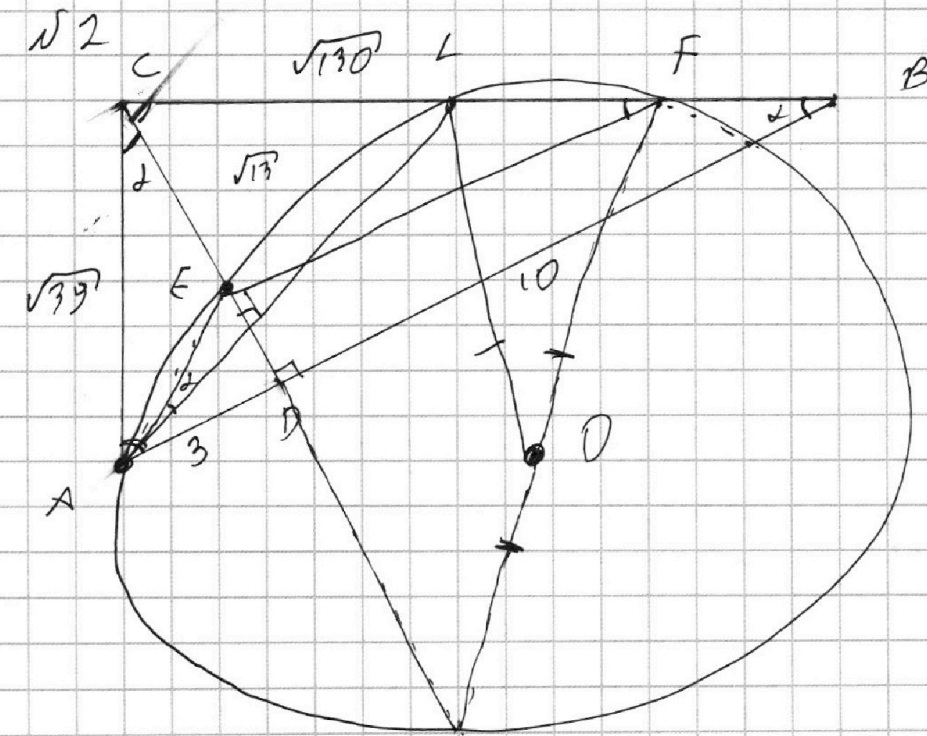
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \frac{AB}{BD} = 1,3 = \frac{AD + BD}{BD} = 1,3 \Rightarrow AD = 0,3 BD$$

$$\Rightarrow BD = 10 \Rightarrow AD = 3 \Rightarrow AC = \sqrt{AD \cdot AB} = \sqrt{39}; \quad BC = \sqrt{BD \cdot AB} = \sqrt{130}$$

$$\Rightarrow AB = 13$$

$$2) \frac{EF \parallel BA}{\Rightarrow \angle CFE = \angle CBD; \angle BCD - \text{биссектрисы}} \Rightarrow$$

$$\triangle CFE \sim \triangle CBD \text{ (по 2-ым углам)} \Rightarrow \frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CD} = \frac{EF}{BD} = k$$

$$3) S_{\triangle CAD} = \frac{CD \cdot AD}{2} = \frac{3}{2} CD$$

$$S_{\triangle CEF} = \frac{CE \cdot EF}{2} = \frac{CD \cdot BD}{2} \cdot k^2 = 5k^2 CD$$

$$\frac{S_{\triangle CAD}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{\frac{3}{2} CD}{\frac{3}{2} \cdot 5k^2 CD} = \frac{3}{10k^2}$$

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD} = \sqrt{13}$$

$$CE \cdot EB = AC^2 = 39$$

$$CE = \frac{39}{EB} = k \sqrt{13} \Rightarrow k = \frac{108}{EG^2}$$

$$\Rightarrow \angle CFA = \angle \Rightarrow \angle ACD = \angle, \angle EAL = \angle EFL = \angle AOC$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Окружность  $(D; r)$   $\cap$   $BC = F \Rightarrow BC$  - кас.,  $\Rightarrow CF = AC$  (по теореме)  
кас.)  $\Rightarrow \frac{CF}{BC} = \frac{\sqrt{3} \cdot 3}{\sqrt{10} \cdot 3} = k = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ACF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 3} = 1$   
Ответ:  $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle CEF}} = 1$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

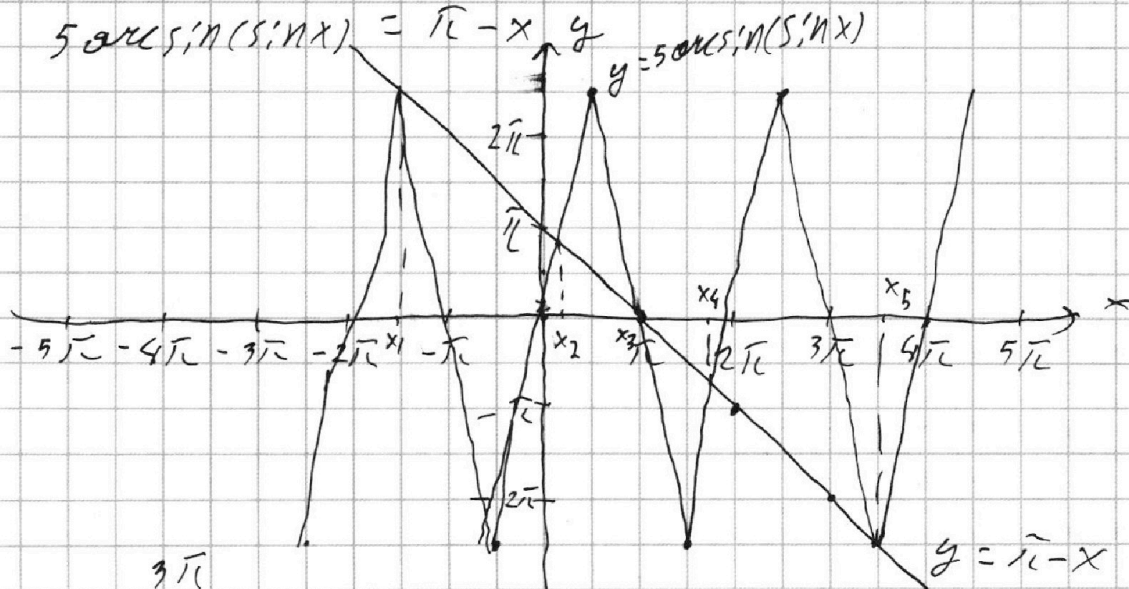
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$a \cos t + b \sin t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow a \cos t = \frac{\pi}{2} - b \sin t$$

$$5 \cos(\sin x) = 5 \frac{\pi}{2} - 5 \sin(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \sin(\sin x) = \pi - x \quad y = 5 \sin(\sin x)$$



$$x_1 = -\frac{3\pi}{2}$$

$$x_2 = \frac{\pi}{6}$$

$$x_3 = \pi$$

$$x_4 = \frac{11\pi}{6}$$

$$x_5 = \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -\frac{3\pi}{2}, x_2 = \frac{\pi}{6}, x_3 = \pi, x_4 = \frac{11\pi}{6}, x_5 = \frac{3\pi}{2}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

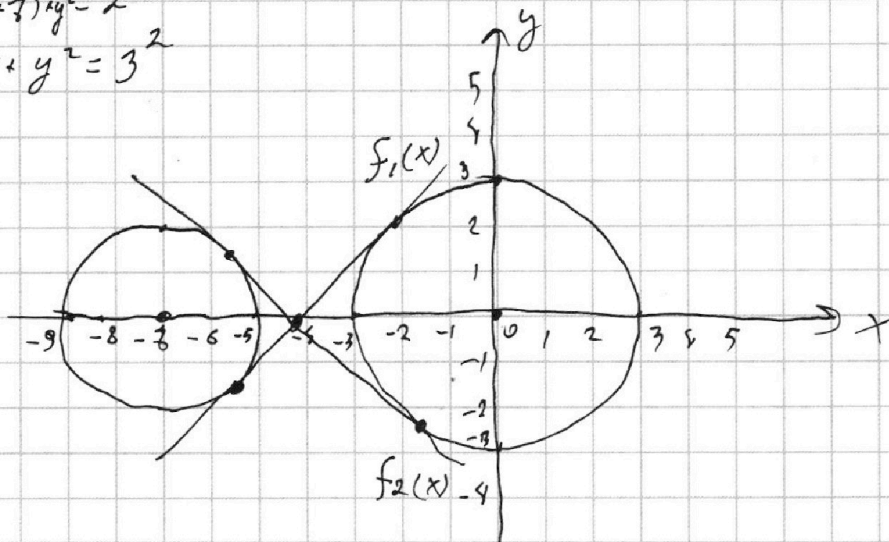


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ (x^2+17x+y^2+45)(x^2+y^2-9)=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ (x+3)^2+y^2=2^2 \\ x^2+y^2=3^2 \end{cases}$$



$x+3ay-7b=0$  — серия прямых // прямой  $x+3ay=0$  очевидно, будет хотя бы одно  $b$ , при котором будет 4 решения, если наклон прямой будет меньше чем у общей внутренней касательной  $f_1(x)$  или  $f_2(x)$ , ~~вона иная~~ т.к. тогда будет возможно одновременно пересечь обе окр.

$$\exists y=kx+b \text{ — кас.} \Rightarrow \begin{cases} y=kx+b \\ x^2+ay^2=3^2 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} y=kx+b \\ (x+3)^2+y^2=2^2 \end{cases}$$

имеет 1 реш.  $\Rightarrow (k^2+1)x^2+2kbx+b^2-9=0$  и

$(k^2+1)x^2+2(kb+3)x+b^2+45=0$  имеет 1 корень  $\Rightarrow$

$D=0 \Rightarrow$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4k^2b^2 - (k^2+1)(b^2-9) \cdot 5 = 0 \\ 4(kb+3)^2 - 4(k^2+1)(b^2+9) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 = 9(k^2+1) & (1) \\ 45k^2b = 4 + 14kb & (2) \end{cases}$$

$$(1) \text{ в } (2): 45k^2b + 9k^2 + 9 = 4 + 14k \cdot 3\sqrt{k^2+1}$$

$$(5k^2+5)^2 = 42^2k^2(k^2+1)$$

$$12 \cdot 96 k^4 - 1224 k^2 + 25 = 0$$
$$k^2 = \frac{1225 \pm 1136}{2 \cdot 12 \cdot 96} = \left[ \begin{array}{l} \frac{48}{6^2 \cdot 8^2} \\ \frac{2500}{6^2 \cdot 8^2} \end{array} \right] \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{-\sqrt{3}}{12} \\ k_2 = \frac{\sqrt{3}}{12} \\ k_3 = \frac{5\sqrt{6}}{12} \\ k_4 = \frac{5\sqrt{6}}{12} \end{cases}$$

у внутренних кас. коэффициентов по модулю больше  $\Rightarrow k \in \left(-\frac{5\sqrt{6}}{12}, \frac{5\sqrt{6}}{12}\right)$

$$ka^2 + 30a - 3b = 0 \Rightarrow k = -\frac{1}{3a} \Rightarrow \frac{1}{3a} \in \left(-\frac{5\sqrt{6}}{12}, \frac{5\sqrt{6}}{12}\right)$$

$$a \in \left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}\right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right)$$

Ответ: при  $a \in \left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}\right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right)$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4 \quad \text{OD 3: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \end{cases}$$

3)  $\log_7^4(6x) = t$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4 \quad | \cdot 2t \neq 0$$

$$2t^5 + 8t - 3 = 0$$

$$f(t) = 2t^5 + 8t - 3$$

$f'(t) = 10t^4 + 8 > 0 \Rightarrow f(t)$  — монотонно возрастает

$\Rightarrow$  если есть реш., то оно одно.

$$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_y (7^5) - 4 \quad \text{OD 3: } \begin{cases} y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{\log_7 y} - 4$$

3)  $\log_7 y = n$

$$n^4 + \frac{6}{n} = \frac{5}{n} - 4 \quad | \cdot 2n \neq 0$$

$$2n^5 + 8n + 3 = 0$$

$$g(n) = 2n^5 + 8n + 3$$

$g'(n) = 10n^4 + 8 > 0 \Rightarrow g(n)$  — монотонно возрастает  $\Rightarrow$  если есть реш., то оно одно

Пусть  $t_1$  — решение  $2t^5 + 8t - 3 = 0$

подставим  $(-t_1) \Rightarrow 2(-t_1)^5 + 8(-t_1) - 3 = 0$

$$2t_1^5 + 8t_1 + 3 = 0 \Rightarrow$$

решение  $2n^5 + 8n + 3 = 0$  является  $-t_1 \Rightarrow$

$$n_1 = -t_1$$

$$\log_7 y = -\log_7 6x$$

$$y = \frac{1}{6x} \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Ответ:  $xy = \frac{1}{6}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Если взять какую-нибудь т.  $A(x_1; y_1)$ , то множество  
всех т.  $B(x_2; y_2)$  удовлетворяющих уравнению

$$y_2 - y_1 + x_2 - x_1 = 40 \text{ это прямая, т.к. если}$$

$$x_2 - x_1 = \Delta x, y_2 - y_1 = \Delta y \Rightarrow \Delta y = 40 - \Delta x, \text{ т.к. эта}$$

прямая параллельна стороне параллелограмма,

$$\text{т.к. } \Delta y \in [-68; 68] \Rightarrow \Delta x \in [-7; 27]$$

$$\Delta x \in [-79; 19] \Rightarrow \Delta x \in [-7; 19] \Rightarrow \Delta y \in [-36; 68] \Rightarrow$$

если взять т.  $A(x_1; y_1) \Rightarrow$  т.  $B$  летит на отрезке

с концами  $(-7; 68)$  и  $(19; -36)$  Если брать т.  $A$  на

нижней стороне параллелограмма, то будет 18 пар

для каждой точки, а точек можно взять 10  $\Rightarrow$

180 пар.

~~180 пар. Если не брать точки выше <sup>на расстоянии</sup> <sup>в каждом углу</sup>~~

~~выше  $\leq 36$ , то пар тоже будет 180  $\Rightarrow$  всего~~

~~180  $\cdot$  37 пар. Если брать ещё выше, то как во всех~~

~~будет~~ Если брать т.  $A$  выше, то множество

т.  $B$  будет составленным параллельным пере-

носом на вектор  $\vec{m} \{-7; 4\}$  и количество пар

не будет меняться до достижения высоты 36

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

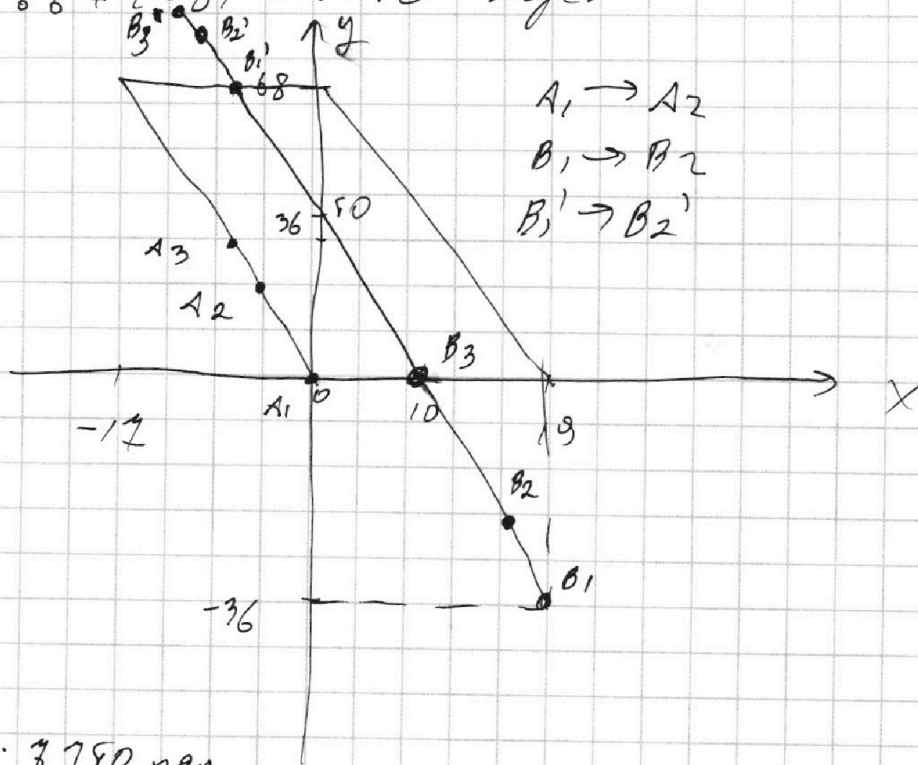
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

т.к. отрезок всё ещё будет ~~намотать~~ пересекать  
обе стороны параллелограмма, а после для  
каждой из 10 точек будет уменьшаться на 1,  
т.к. часть отрезка в параллелог. будет умень-  
шаться  $\Rightarrow$  всего пар точек  $180 \cdot 33 + 18 \cdot 10 + 16 \cdot 10 +$   
 $\dots + 10 \cdot 10 = 180 \cdot 33 + 10(18 + 16 + \dots + 10) = 10(18 \cdot 33 + \frac{27 \cdot 8}{2})$   
 $= 10(666 + 108) = 7740$  пар.



Ответ: 7740 пар.



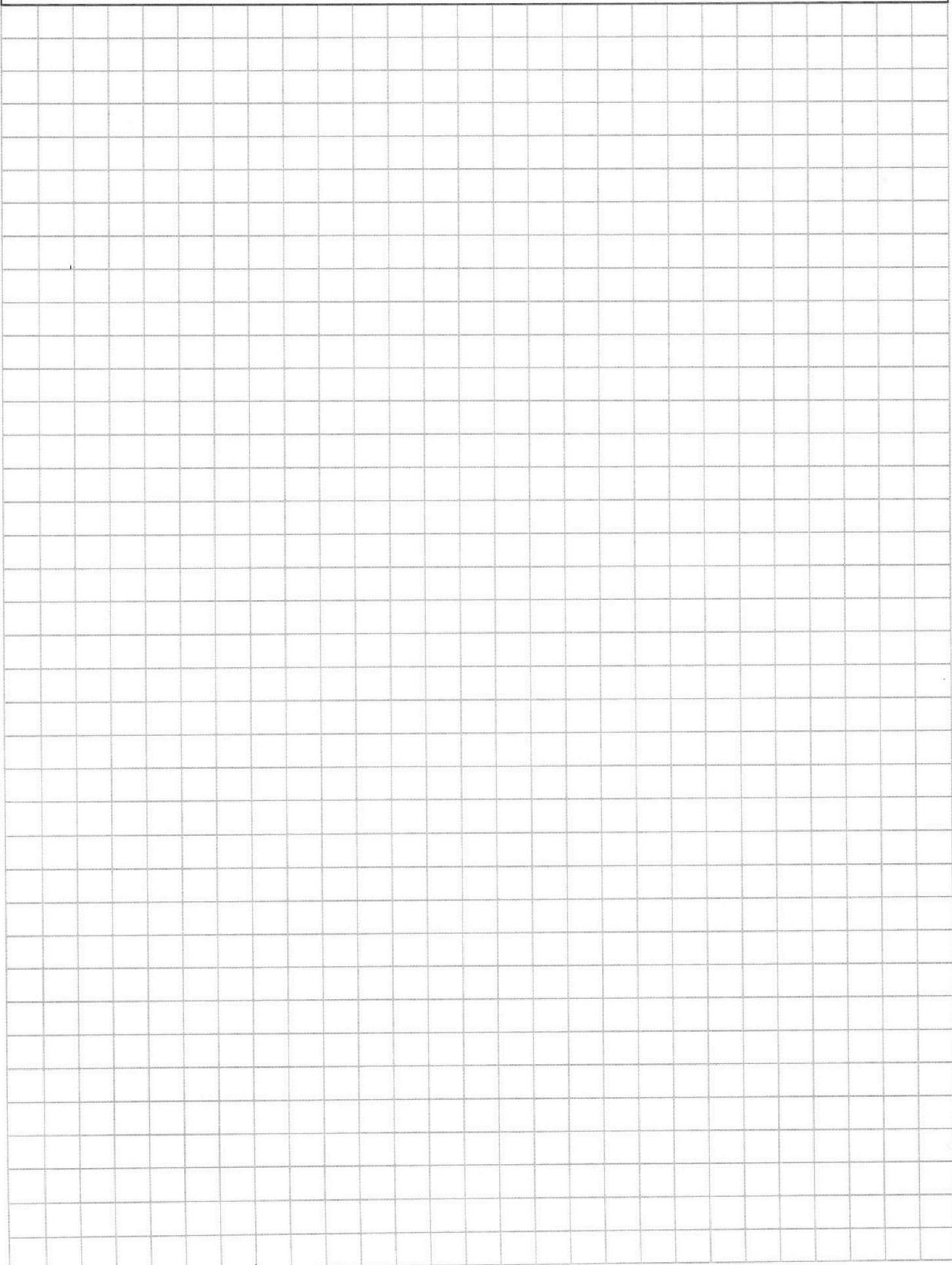
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



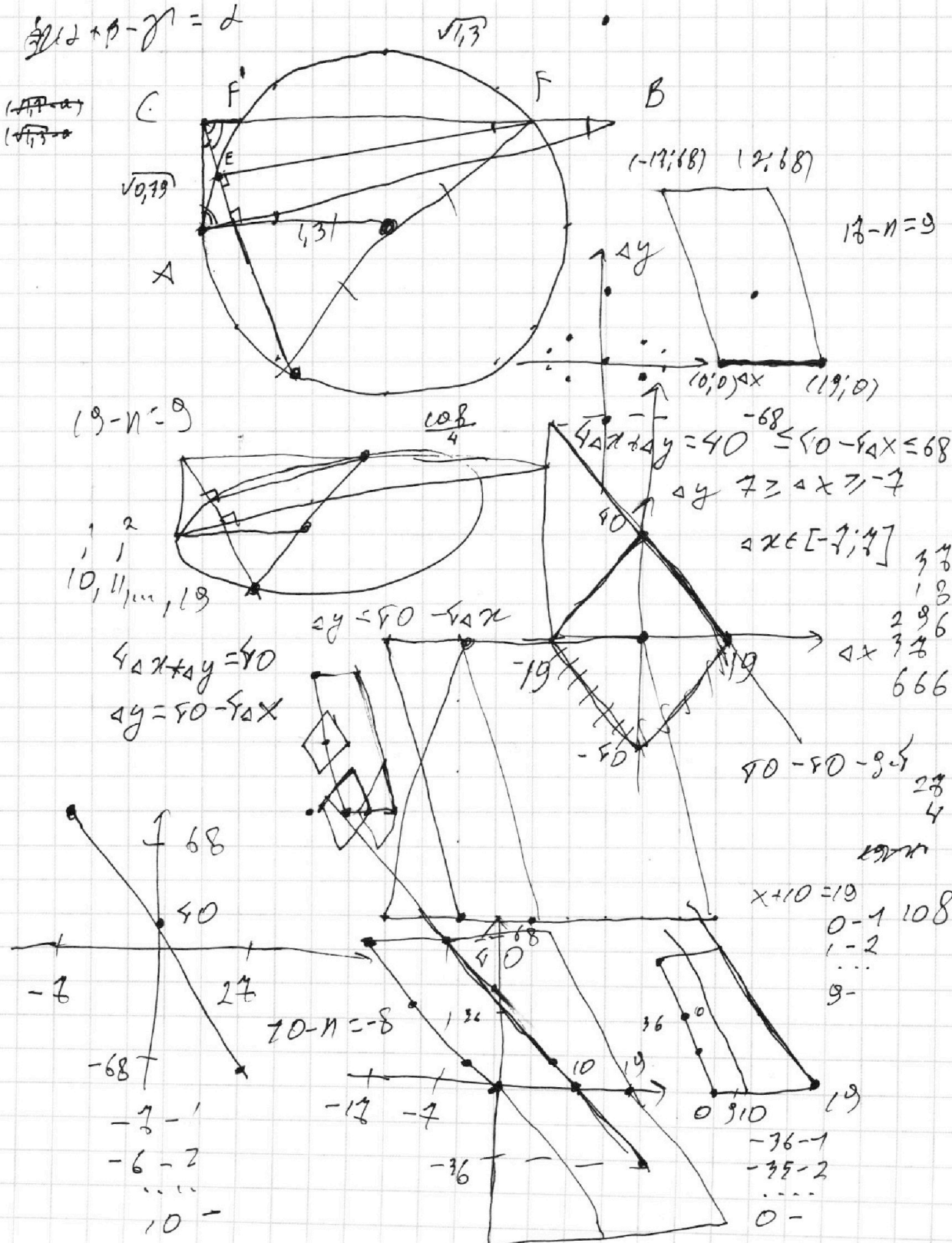
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

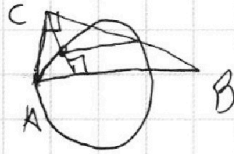
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

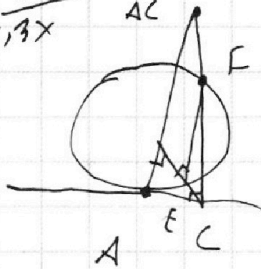
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CD}{0,3x} = \frac{x}{CD}$$

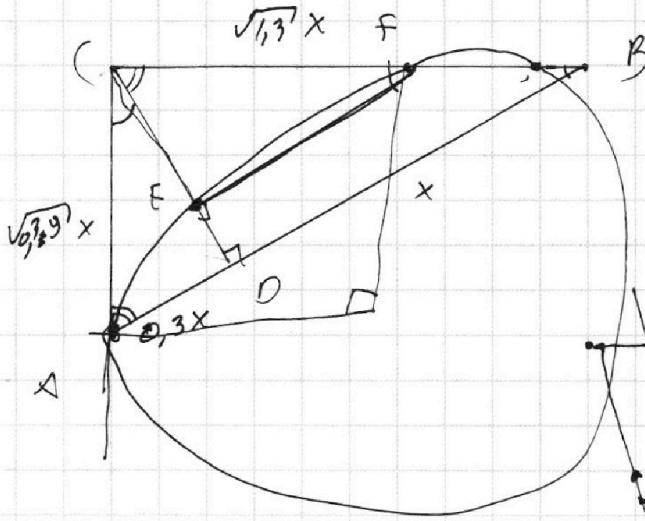
$$\frac{AC}{1,3x} = \frac{0,3x}{AC}$$



$$AD \perp AO = \frac{AB}{AO} = 1,3$$

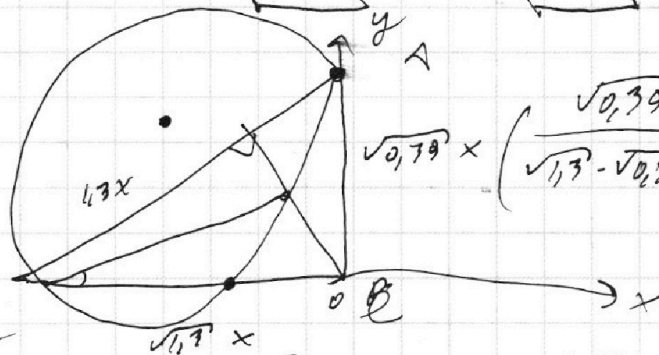
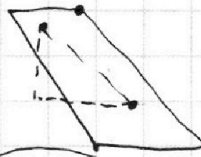
$$AD = 0,3BD$$

$$AC = \sqrt{0,9}x$$



$$\frac{\Delta C}{\Delta D}$$

$$\frac{\Delta E}{\Delta F} = \frac{\Delta C}{\Delta D}$$



$$\left( \frac{\sqrt{0,39}}{\sqrt{1,3} - \sqrt{0,39}} \right)^2 \cdot \frac{CD \cdot x}{2}$$

$$(x+z)^2 + (y - \sqrt{0,39}x)^2 = z^2$$

$$x^2 + 2zx + 0,39x^2 = 0$$

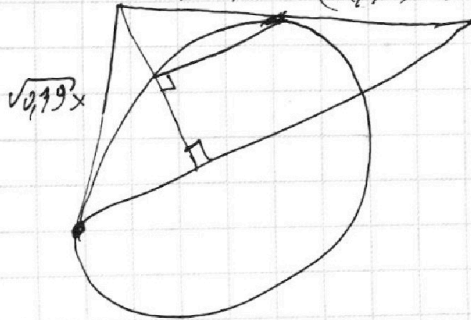
$$1,39x^2 + 2zx = 0$$

$$z = \frac{-2x}{1,39}$$

$$\sqrt{0,39}x \cdot (\sqrt{1,3} - \sqrt{0,39}) \cdot x \cdot 0,39$$

$$\frac{0,3 \cdot CD \cdot x}{2}$$

$$\frac{0,3 (\sqrt{1,3} - \sqrt{0,39})^2}{2}$$



$$\frac{0,1}{0,13} \cdot \frac{10}{13} (981 - 2,6\sqrt{0,39})$$

$$0,12 \dots 14$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + y^2 = 9$$

$$x^2 + (kx + b)^2 + 55 = 0$$

$$y = kx + b$$

$$x^2 + k^2 x^2 + 2kbx + b^2 + 55 = 0$$

$$4k^2 b^2 - 4(k^2 + 1)(b^2 + 55) = 0$$

$$k^2 b^2 = k^2 b^2 - 4k^2 b^2 - 9$$

$$b^2 = 9(k^2 + 1)$$

$$x^2 + (19k + k^2 x^2 + 2kbx + b^2 + 55) = 0$$

$$(k^2 + 1)x^2 + 2(kb + 9)x + b^2 + 55 = 0$$

$$(kb + 9)^2 = (k^2 + 1)(b^2 + 55)$$

$$k^2 b^2 + 19kb = k^2 b^2 - 4 + 55k^2 + b^2$$

$$19kb = -4 + 55k^2 + b^2$$

$$55k^2 + b^2 = 4 + 19kb$$

$$35k^2 + 5 = 19k \cdot 3\sqrt{k^2 + 1}$$

$$55^2 k^4 + 550k^2 + 25 = 92^2 k^4 + 52^2 k^2$$

$$12 \cdot 96 k^4 - 1224 k^2 + 25 = 0$$

$$1224z^2 - 12 \cdot 9600z + 25 = 0$$

$$z = \frac{12 \cdot 9600 \pm \sqrt{12^2 \cdot 9600^2 - 4 \cdot 1224 \cdot 25}}{2 \cdot 1224}$$

$$z = \frac{115200 \pm \sqrt{1382928}}{2448}$$

$$9 \cdot 153664$$

$$9 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 9604$$

$$9 \cdot 4 \cdot 38416$$

$$3^2 \cdot 4^2 \cdot 2^2 \cdot 2501 \cdot 59^2$$

$$1600 \cdot 1 - 80$$

$$(50 - 1)^2$$

$$2501 - 100$$

$$abc = 3$$

$$b = 3$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^2$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^3$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^4$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^5$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^6$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^7$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^8$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^9$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^{10}$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^{11}$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^{12}$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

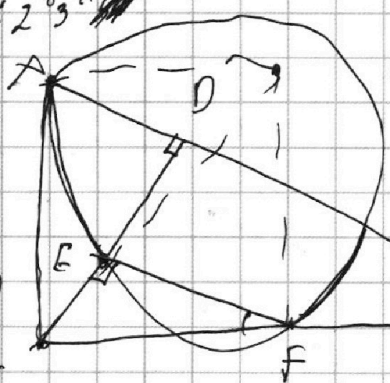
- 1  2  3  4  5  6  7



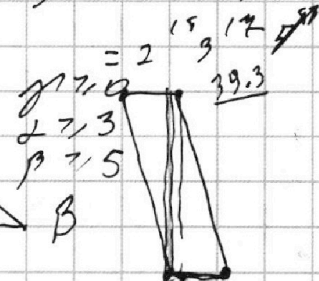
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = (2 \cdot 3 \cdot 5)^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$$

$$\begin{cases} b \geq 5 \\ a \geq 3 \\ p \geq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} a+b \leq 11 \\ a+c \leq 14 \\ b+c \leq 15 \end{cases}$$



$$4x + 6y = 90$$

$$19 \cdot 4 \quad 18 \cdot C$$

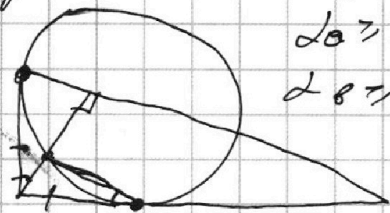
$$\frac{AD \cdot CD}{2}$$

$$\frac{CE \cdot EF}{2} = \frac{1}{k^2} \cdot \frac{CD \cdot BD}{2}$$

$$\begin{cases} ab = 2^{7+2} \\ bc = 2^{17+3} \\ ac = 2^{19+7} \end{cases}$$

$$\frac{AD}{BD} \cdot k^2 = \frac{p}{q}$$

$$\begin{cases} 3 = 3 \cdot a \geq b+2 \\ 0 \geq c-4 \\ b \geq c-6 \end{cases}$$



$$\begin{cases} d_p \geq d_e + (p-2) \\ d_a \geq d_c + (x-y) \\ d_b \geq d_c + (x-z) \end{cases}$$

$$\frac{AD}{AC} = k_1$$

$$da + dp \geq x$$

$$k_2 =$$

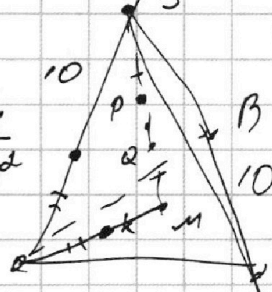
$$db + dc \geq y$$

$$ya + dc \geq z$$

x	2	10	14
y	13	15	18
z	14	17	19

$$\begin{cases} da \geq dc + 6 \\ db \geq dc - 7 \\ pa \geq pc - 4 \\ pb \geq pc - 6 \\ pa \geq pc - 4 \\ pb \geq pc - 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \\ c = 3 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \Delta x = 0 \\ \Delta y = 10 \\ \Delta x = 1 \\ \Delta y = 36 \\ \Delta x = 2 \\ \Delta y = 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x \leq 19 \\ \Delta y \leq 68 \end{cases}$$

$$\begin{cases} abc = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ abc = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ abc = 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a_b: 2^7 3^{11} 5^{14} \cdot 3$   
 $b_c: 2^{13} 3^{15} 5^{18} \cdot 5$   
 $a_c: 2^2 3^{14} 5^{43}$

$a = 2^{\alpha_1} 3^{\beta_1} 5^{\gamma_1}$   
 $b = 2^{\beta_1} 3^{\beta_2} 5^{\beta_3}$   
 $c = 2^{\gamma_1} 3^{\gamma_2} 5^{\gamma_3}$

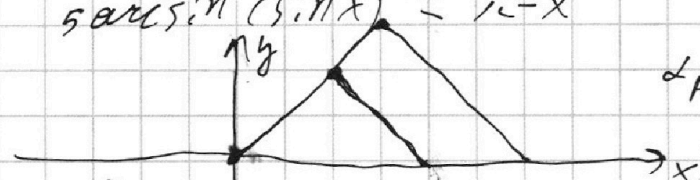
$\alpha_1 + \beta_1 \geq 7$   
 $\alpha_2 + \beta_2 \geq 11$   
 $\alpha_3 + \beta_3 \geq 14$

$\sqrt{k_1 k_2 k_3} = 2^{18} \cdot 3^{21} \cdot 5^{32}$   
 $a_b = 2^{17} 3^{22} 5^{38}$   
 $c = 2^{10} 3^{11} 5^{14}$   
 $b = \dots$

$\sqrt[5]{6}$   
 $a_b = 2^7 3^{12} 5^{14}$

$a \cos t + a \sin t = \sqrt{2}$   
 $\frac{5\sqrt{2}}{2} - 5a \cos t \sin t = \frac{3\sqrt{2}}{2} + x$   
 $5a \cos t \sin t = \sqrt{2} - x$

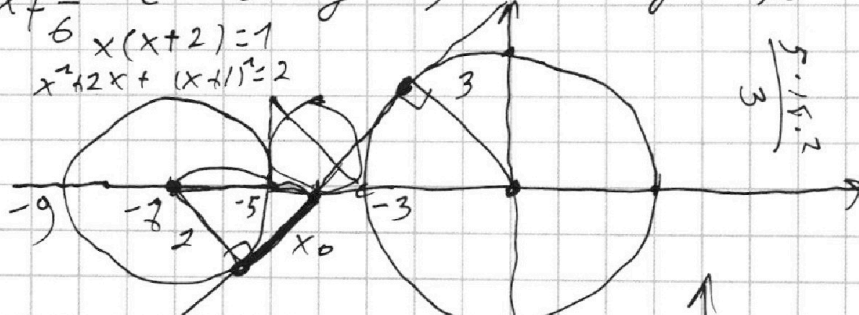
$c = 2^{10} 3^{10} 5^{24}$   
 $a + b \geq 7$   
 $a + c \geq 14$   
 $d_p - d_c \geq -7$   
 $d_c \leq d_p + 7$



$13, 15, 19$   
 $2, 3, 5$   
 $e^{-4} = e \cdot (x+5)$   
 $x > 0, x \neq \frac{1}{6}$

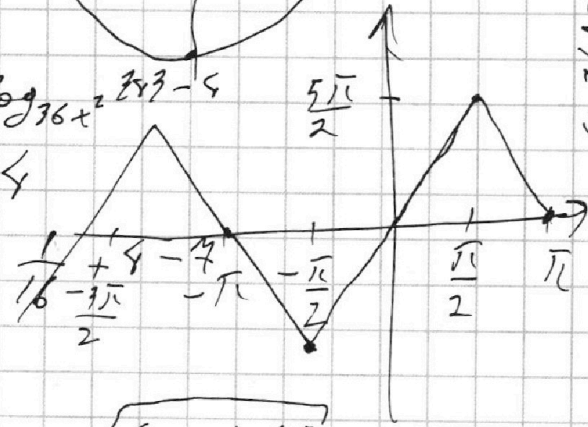
$\begin{cases} x + 3ay - 4b = 0 \\ (x + \frac{3}{2})^2 + y^2 = 2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases}$

$x = 2b$   
 $y = \frac{1}{3a} x + \frac{4b}{3a}$



$x(x+2) = 1$   
 $x^2 + 2x + (x+1)^2 = 2$

$\log_8(6x) - 2 \log_{6x} 4 = \log_{36} x^2 - 4$   
 $t^5 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$   
 $t^5 - 2 - 1.5 + 4t = 0$



$2t^5 + 8t - 7 = 0$

$\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}$   
 $-(x+3) \sqrt{9-(x+3)^2}$   
 $(x_0+3)^2 = 4 + (x_0+5)(x_0+9)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



**5 | 3 | 4**

$ab: 2^3 3^5 5^{14}$   
 $bc: 2^{19} 3^{15} 5^{18}$   
 $ac: 2^{15} 3^{13} 5^{43}$

$d_a + d_b = 7$  (1)  
 $d_b + d_c = 13$  (2)  
 $d_a + d_c = 14$  (3)

$d_c = 2d_a + 7$  (1) u (2)

$d_b = d_a + 6$  (1) u (2)  
 $d_c = d_a + 13$

$d_b = d_a - 1$   
 $d_c = d_a + 6$

$d_a + d_b = x$   
 $d_b + d_c = y$   
 $d_a + d_c = z$

$d_a = d_c + (x - y)$   
 $d_b = d_c + (x - z)$   
 $d_b = d_a + (y - z)$

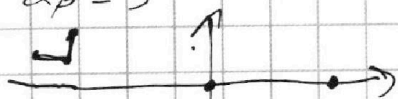
$d_a = d_c + 6$   
 $d_b = d_c - 7$   
 $d_b = d_a - 1$

$d_c = 10, d_b = 0, d_a = 1$   
 $2d_c = 13$   
 $d_c = 10$   
 $d_a = 4$

$\beta_c = 11$   
 $\beta_a = 8$   
 $\beta_b = 5$

$\gamma_c = 24$   
 $\gamma_a = 20$   
 $\gamma_b =$

$9(k^2 + 1) = b^2$



$4(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 40$

$(k^2 + 1)x^2 + 2kbx + b^2 - 9 = 0$   
 $x^2 + (2k/b)x + b^2 - 9 = 0$

$y = \sqrt{c} - x$   
 $y = 5x + 10$   
 $5x - 10\sqrt{c} = \sqrt{c} - x$

$k^2 b^2 = k^2 b^2 - 9k^2 + b^2 - 9$

$x \neq \frac{1}{b}, x > 0 \quad x^2 + 15x + k^2 x^2 + 2kbx + b^2 - 9 = 0$

$\frac{4}{t} - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$

$10n^4 + 8$   
 $4k^2 b^2 - 4(k^2 + 1)(b^2 - 9) = 0$

$2t^5 + 8t - 4 = 0$

$n^4 + \frac{6}{n} = \frac{5}{2n} - 4$

$2n^5 + 8n + 4 = 0$

$\log_3(6x) = -\log_3(4)$

$6x = \frac{1}{y}$

$\frac{12\sqrt{c}}{6} = \sqrt{c}$

$13 = 4$

$\frac{34 + 14}{2}$

$\beta_a = \beta_c - 4$   
 $\beta_b = \beta_c - 6$

$\gamma_a = \gamma_c - 4$   
 $\gamma_b = \gamma_c - 29$

$\sqrt{c} = 5$

$2\sqrt{c}$

