МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

   $2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{35}$

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой BC в точке B, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке F, а катет AC – в точке E. Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF.

   $-2\pi; \frac{\pi}{2};$

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

   $a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right)$

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0{,}2 - 3. \quad \frac{1}{2}$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1

$\exists\ ab = 2^8\cdot 3^{14}\cdot 5^{12}\cdot n,\ n\in N$

$bc = 2^{12}\cdot 3^{20}\cdot 5^{17}\cdot m,\ m\in N$

$ac = 2^{14}\cdot 3^{21}\cdot 5^{39}\cdot k,\ k\in N$

$\frac{ab\cdot ac}{bc} = a^2 = 2^{10}\cdot 3^{15}\cdot 5^{34}\cdot \frac{n\cdot k}{m}$

$\frac{ab\cdot bc}{ac} = b^2 = 2^6\cdot 3^{13}\cdot 5^{-10}\cdot \frac{nm}{k}$

$\frac{ac\cdot bc}{ab} = c^2 = 2^{18}\cdot 3^{27}\cdot 5^{44}\cdot \frac{mk}{n}$

$a = 2^5\cdot 3^7\cdot 5^{17}\cdot \sqrt{\frac{3nk}{m}}$

$b = 2^3\cdot 3^6\cdot \sqrt{\frac{3nm}{5^{10}k}}$

$c = 2^9\cdot 3^{13}\cdot 5^{22}\cdot \sqrt{\frac{3mk}{n}}$

т.к. $a,b,c\in N$, то $\frac{3nk}{m};\ \frac{3nm}{5^{10}k};\ \frac{3mk}{n}\in N.$

Каждое из чисел $n;m;k$ встречается в числителе дважды $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ ~~не умаляя~~ чтобы вынести 3 из под знака корня, одно из чисел должно делиться на 3. ~~Не умаляя общности~~ $\Rightarrow$ В двух из чисел a,b,c увеличится степень числа 3 на 1. Не умаляя общности, $\exists k = 3l, l\in N$, т.к. от выбора n,m,k произведение abc не изменится:

$a = 2^5\cdot 3^8\cdot 5^{17}\cdot\sqrt{\frac{nl}{m}};$ Чтобы $\frac{n\cdot m}{5^{10}l}$ было натуральным,

$b = 2^3\cdot 3^6\cdot\sqrt{\frac{nm}{5^{10}\cdot l}};$ $mn \vdots 5^{10} \Rightarrow \exists\ m = 5^{\alpha}\cdot d_1;$

$c = 2^9\cdot 3^{14}\cdot 5^{22}\sqrt{\frac{ml}{n}};$ $n = 5^{\beta}\cdot d_2;$ $d_1; d_2\in N \Rightarrow$

где $\alpha+\beta = 10$, но числа a и c имеют $\sqrt{\frac{n}{m}}$ и $\sqrt{\frac{m}{n}}$ $\Rightarrow$ если $\alpha\neq\beta$, то числа a и c имеют большую степень числа 5 $\Rightarrow$ abc будет больше $\Rightarrow \exists \alpha=\beta=5 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 2^5\cdot 3^8\cdot 5^{17}\cdot\sqrt{\frac{d_2 l}{d_1}};\ b = 2^3\cdot 3^6\cdot\sqrt{\frac{d_1 d_2}{l}};\ c = 2^9\cdot 3^{14}\cdot 5^{22}\sqrt{\frac{d_1 l}{d_2}}$

Очевидно, что если $l = d_2 = d_1$, то числа наименьшие $\Rightarrow$

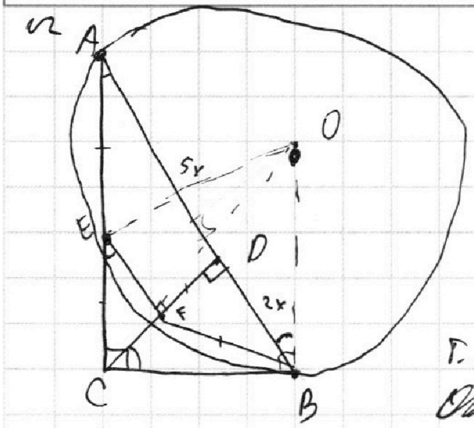
$\Rightarrow abc = 2^{17}\cdot 3^{28}\cdot 5^{39}$

Ответ: $abc = 2^{17}\cdot 3^{28}\cdot 5^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\exists\ AD = 5x;\ DB = 2x \Rightarrow CD = \sqrt{AD \cdot DB} = x\sqrt{10}$

$BC = \sqrt{CD^2 + DB^2} = x\sqrt{14}$

$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = x\sqrt{35}$

т. A также принадлежит данной окружности $\Rightarrow$

$\Rightarrow BC^2 = EC \cdot AC$

$14x^2 = EC \cdot \sqrt{35}\,x \Rightarrow EC = 2\sqrt{\frac{7}{5}}\,x$

$S_{\triangle ACD} = \frac{5}{7} S_{\triangle ABC}$

$\triangle ECF \sim \triangle ACD \Rightarrow \frac{S_{\triangle ECF}}{S_{\triangle ACD}} = k^2 = \left(\frac{EC}{AC}\right)^2 \Rightarrow S_{\triangle ECF} = \frac{4}{25} S_{\triangle ACD}$

$S_{\triangle ECF} = \frac{4}{35} S_{\triangle ABC}$

Ответ: $\frac{S_{\triangle ECF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4}{35}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3

$10\arcsin(\cos x)=\pi-2x$

$\arcsin(t)\in[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]\Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{\pi}{2}\le\frac{\pi-2x}{10}\le\frac{\pi}{2}\Rightarrow x\in[-2\pi;3\pi]$

$\exists\ x=\varphi+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

1. $\varphi\in[0;\frac{\pi}{2}]\Rightarrow\arcsin(\cos x)=\frac{\pi}{2}-\varphi$

$10(\frac{\pi}{2}-\varphi)=\pi-2(\varphi+2\pi k)$

$\varphi=0, k=-1$

$\varphi=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}k\Rightarrow$ ~~$x=\frac{\pi}{2}+\frac{5\pi}{2}k$, т.к. $x\in[-2\pi;3\pi]$, то~~ $k\in\mathbb{Z}$

$\varphi=\frac{\pi}{2}; k=0$, т.к. $\varphi\in[0;\frac{\pi}{2}]\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$x=-2\pi$~~; $x=\frac{\pi}{2}$; ~~$x=3\pi$~~ $x=-2\pi$

2. $\varphi\in(\frac{\pi}{2};\pi]\Rightarrow\arcsin(\cos x)=\frac{\pi}{2}-\varphi\Rightarrow$

$\Rightarrow 10(\frac{\pi}{2}-\varphi)=\pi-2(\varphi+2\pi k)\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}k\Rightarrow\varphi=\pi; k=1$, $k\in\mathbb{Z}$, т.к. $\varphi\in(\frac{\pi}{2};\pi]\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\pi+2\pi=3\pi$

3. $\varphi\in(\pi;\frac{3\pi}{2}]\Rightarrow\arcsin(\cos x)=-\frac{3\pi}{2}+\varphi$

$10(\varphi-\frac{3\pi}{2})=\pi-2(\varphi+2\pi k)$

$\varphi=\frac{4\pi}{3}-\frac{\pi}{3}k\Rightarrow\varphi=\frac{4\pi}{3}; k=0$, т.к. $\varphi\in(\pi;\frac{3\pi}{2}]\Rightarrow$, $k\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow x=\frac{4\pi}{3}$

4. $\varphi\in(\frac{3\pi}{2};2\pi]\Rightarrow\arcsin(\cos x)=\varphi-2\pi$

$10(\varphi-2\pi)=\pi-2(\varphi+2\pi k)$

$\varphi=\frac{7\pi}{4}-\frac{\pi}{3}k, k\in\mathbb{Z}\Rightarrow\varphi=\frac{7\pi}{4}; k=0$, т.к. $\varphi\in(\frac{3\pi}{2};2\pi]\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{7\pi}{4}$

Ответ: $x=-2\pi$; $x=\frac{\pi}{2}$; $x=3\pi$; $x=\frac{4\pi}{3}$; $x=\frac{7\pi}{4}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

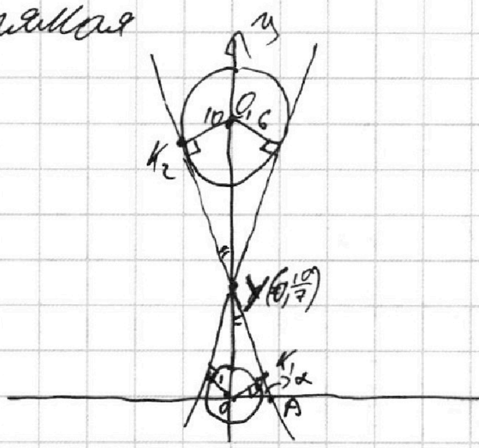
№4

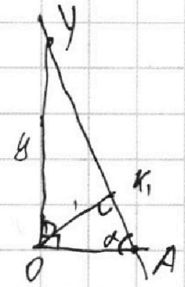
$$\begin{cases} ax-3y+4b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+y^2-20y+64)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{a}{3}x+\frac{4}{3}b \\ \left[\begin{array}{l} x^2+y^2=1 \\ x^2+(y-10)^2=6^2 \end{array}\right. \end{cases}$$

окружности с ц. $(0;0)$ $r=1$

ц. $(0;10)$ $r=6$

$y=\frac{a}{3}x+\frac{4}{3}b$ – прямая





т.к. решений 4, то прямая пересекает окр-ти в двух точках каждую. такое возможно, когда угол наклона прямой к оси OX имеет значения между значениями углов ~~как~~ внутренних касательных

$\Delta K_1OY \sim \Delta K_2O_1Y$ по 2-м углам $\Rightarrow \frac{6}{1} = \frac{K_2O_1}{K_1O} = \frac{O_1Y}{OY} = \frac{10-y}{y} \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \frac{10}{7}$

$\alpha = \angle OAY = \angle YOK_1 = \arccos\frac{OK_1}{OY} = \arccos\frac{7}{10} \Rightarrow$

$\Rightarrow tg\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{(\frac{7}{10})^2}-1} = \pm\frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow$ два решения будут, когда $\left[\begin{array}{l} tg\alpha > \frac{\sqrt{51}}{7} \\ tg\alpha < -\frac{\sqrt{51}}{7} \end{array}\right.$, но $y=\frac{a}{3}x+\frac{4}{3}b \Rightarrow tg\alpha = \frac{a}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{a}{3} > \frac{\sqrt{51}}{7} \\ \frac{a}{3} < -\frac{\sqrt{51}}{7} \end{array}\right. \Rightarrow a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

ОДЗ: $x>0; y>0$
$x\neq\frac{1}{2}; y\neq 1$

З/11 $t=\log_5(2x)$; $n=\log_5 y$

$$\begin{cases} t^4-\frac{3}{t}=\frac{4}{3t}-3 \,\big|\, 3t\neq 0 \\ n^4+\frac{4}{n}=-\frac{1}{3n}-3 \,\big|\, 3n\neq 0 \end{cases}$$

Если подставить $t=0$ и $n=0$, то есть $2x=1$ и $y=1$ в исходные ур-ия, получим не верное равенство $\Rightarrow$
$\Rightarrow t\neq 0; n\neq 0$

$$+\begin{cases} 3t^5+9t-13=0 \\ 3n^5+9n+13=0 \end{cases}$$

т.к. $f(x)=3x^5+9x$ – монотонно возрастающая функция, т.к. $f'(x)=15x^4+9$, то система имеет одно решение, т.к. каждое значение она принимает один раз.

$$t^5+n^5+3(t+n)=0$$

$$(t+n)(t^4-t^3n+t^2n^2-tn^3+n^4+3)=0$$

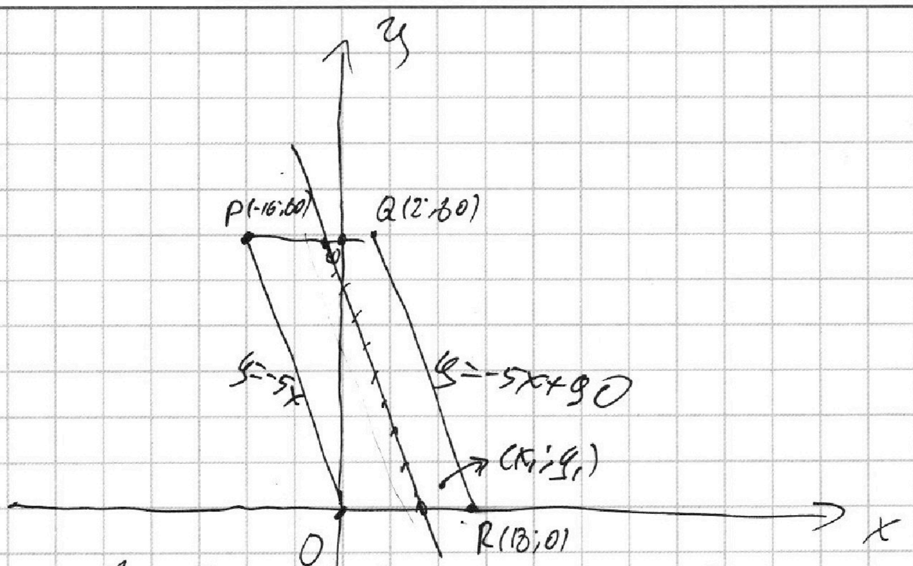
$t+n=0$, больше реш. нет., т.к. t и n – единственные

Обр. З/1 $\log_5(2x)+\log_5(y)=0$

$\log_5(2xy)=0 \Rightarrow 2xy=1 \Rightarrow xy=\frac{1}{2}$

Ответ: $xy=\frac{1}{2}$

№6



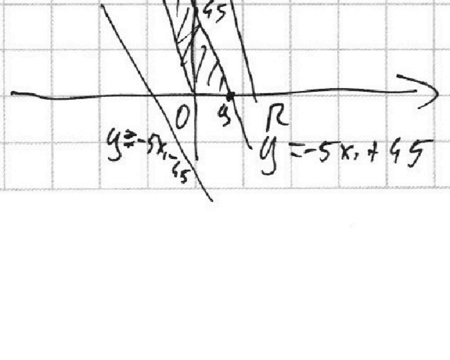
Пусть мы выбрали т. $A(x_1;y_1)$ => ~~есть~~

$y_2 = -5x_2 + 5x_1 + y_1 + 45$ – функция $y_2(x_2)$ – задающая координаты точек $B(x_2;y_2)$. Заметим, что данная прямая параллельна PO и QR => т. $A(x_1;y_1)$ соответствует отрезок полученный при пересечении прямой $y_2(x_2)$ параллелограмма. Узнаем когда данная прямая пересекает его. ~~т. $(x_1;y_1+45) \in y_2(x_2)$~~

Прямая $y_2(x_2)$ должна лежать между $y=-5x$ и $y=-5x+90$ => $\begin{cases} y_2 \geq -5x_2 \\ y_2 \leq -5x_2+90 \end{cases}$ => $\begin{cases} 5x_1+y_1 \geq -45 \\ 5x_1+y_1 \leq 45 \end{cases}$

Каждой т. $(x_1;y_1)$ соответствует 17 точек, т.к. на PQ лежит 17 т. с целочисленными координатами.

=> $\begin{cases} y_1 \geq -5x_1-45 \\ y_1 \leq -5x_1+45 \end{cases}$ – данные неравенства дают нам ~~...~~ параллелограм со стороной основания 9 и высотой 80. => всего $10 \cdot 81 = 810$ точек. =>



=> Всего пар: $\frac{810 \cdot 17}{2} = 6885$, т.к. каждую посчитали дважды.

Ответ: 6885.

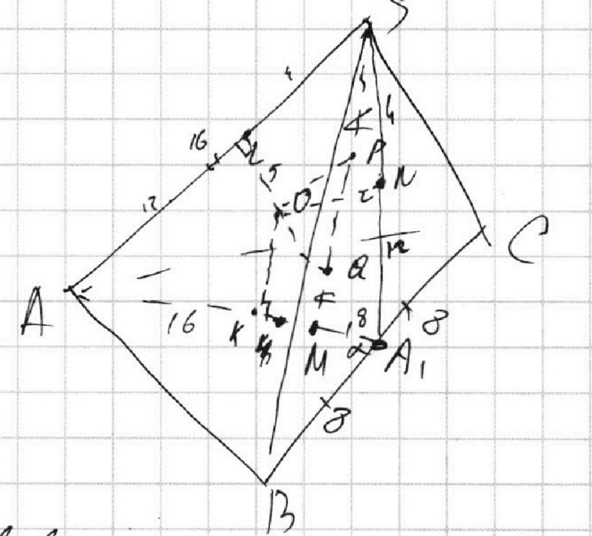
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№7



① По св-ву о секущих к сфере:

т. S: $SL^2 = SP\cdot SQ$

$MK^2 = MQ\cdot MP$ $\Rightarrow SL = MK$

$AK = AL$ (т.к. отрезки касательных) $\Rightarrow AS = AM = 16 \Rightarrow$

$\Rightarrow MA_1 = \frac{1}{2}AM = 8$; $AA_1 = 24$

② $\exists\ \angle AA_1B = \alpha \Rightarrow \angle AA_1C = \pi - \alpha$

$\exists\ BM = \frac{2}{3}m_1$; $CM = \frac{2}{3}m_2 \Rightarrow$ по Т cos для ΔBMA_1 и ΔCMA_1:

$$\times\begin{cases}\left(\frac{2}{3}m_1\right)^2 = 2\cdot 8^2(1-\cos\alpha)\\ \left(\frac{2}{3}m_2\right)^2 = 2\cdot 8^2(1+\cos\alpha)\end{cases}\qquad \frac{2}{3}m_1\cdot\frac{2}{3}m_2 = 2\cdot 8^2\cdot\sqrt{(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)}$$

$$m_1 m_2 = \frac{9}{4}\cdot 2\cdot 8^2\cdot|\sin\alpha|$$

③ $S_{\Delta ABA_1} = \frac{1}{2}S_{\Delta ABC} = 50$

$S_{\Delta ABA_1} = \frac{1}{2}\cdot BA_1\cdot AB\cdot\sin\angle ABA_1 \Rightarrow AB\cdot\sin\angle ABA_1 = \frac{25}{2}$

Т sin для ΔABA_1: $\frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{AA_1}{\sin\angle ABA_1} \Rightarrow \sin\alpha = AB\cdot\sin\angle ABA_1/24 = \frac{25}{48} \Rightarrow$

$\Rightarrow m_1\cdot m_2 = \frac{9}{4}\cdot 2\cdot 8^2\cdot\frac{25}{48} = \frac{3\cdot 25\cdot 2^7}{3\cdot 2^6} = 3\cdot 2\cdot 25$

$m_1\cdot m_2\cdot AA_1 = 24\cdot 3\cdot 50 = 3600$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

① $\angle(ABC; BSC) = 180 - \angle KON$, т.к. сфера касается данных плоскостей в т. K и т. N $\Rightarrow ON \perp (BSC)$
$OK \perp (ABC)$

$SL = SN = 4$ (т.к отрезки касательных) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AL = 12 = AK \Rightarrow KA_1 = 12$; $KA_1 = A_1N$ (т.к отрезки касательных)

Ответ: а) 3600
б) –

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3$

$x > 0$
$x \neq \frac{1}{2}$
$2x \neq 5$

$\exists x = \varphi + 2\pi k$

1. $\varphi \in [0; \frac{\pi}{2}]; k \in [-1; 1]$

$10(\frac{\pi}{2} - \varphi) = \pi - 2(\varphi + 2\pi k)$

$3t^5 + 9t - 13 = 0$

$\varphi = \frac{4\pi + 4\pi k}{8} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}k$

$n^4 + \frac{4}{n} = -\frac{1}{3n} - 3$

$3t(t^4 + 3) = 13$

$\varphi = 0$
$\varphi = \frac{\pi}{2}$
$x = -2\pi$
$x = \frac{\pi}{2}$

$3n^5 + 9n + 13 = 0$

$t^5 + 3t + n^5 + 3n = 0$

$\log(2xy)$

$(t+n)(\quad) = 0$

$\varphi \in [-\frac{\pi}{2}; 0]; k \in [0; 1]$

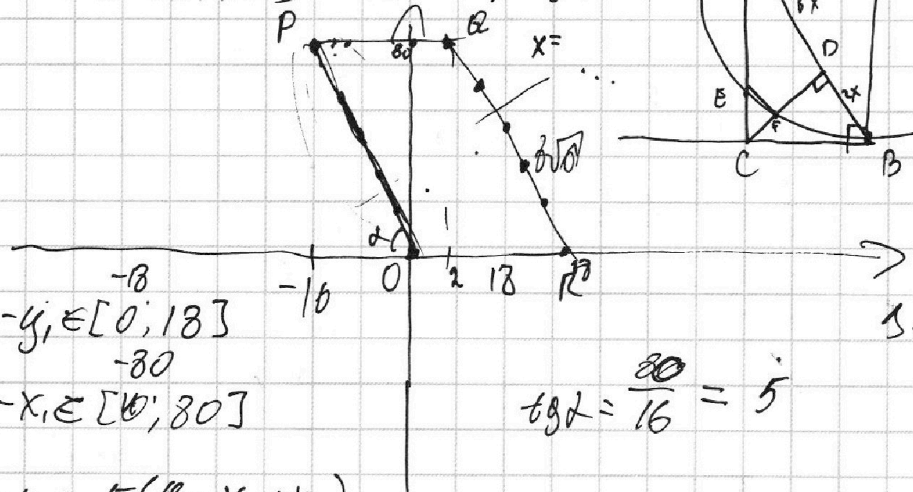
$2xy = 1$

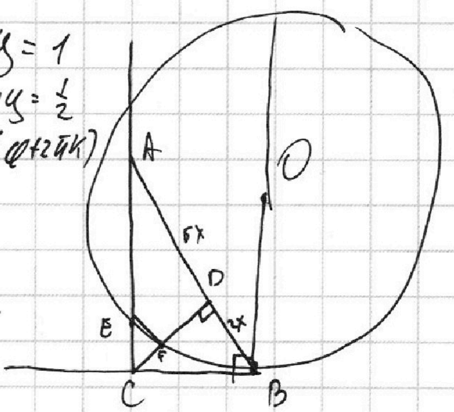
$xy = \frac{1}{2}$

$10(\frac{\pi}{2} + \varphi) = \pi - 2(\varphi + 2\pi k)$

$x \in [-2\pi; 3\pi]$

$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$





$\frac{AS}{AO} = \frac{SH}{2}$

$y_2 - y_1 \in [0; 18]$

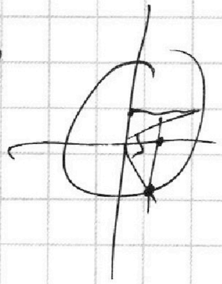
-80

$x_2 - x_1 \in [0; 80]$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{80}{16} = 5$

$y_2 - y_1 = 5(8 - x_2 + x_1)$

$5(x_2 - x_1) \in$



$y_2 - y_1 \vdots 5$

$5(x_2 - x_1) \in [-$

$1:16$

$H = \frac{5}{1:16}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$НОД(ab, bc) = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} = b \cdot НОД(a, c)$

$НОД(ab, ac) = 2^3 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} = a \cdot НОД(b; c)$

$НОД(bc; ac) = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} = c \cdot НОД(a; b)$

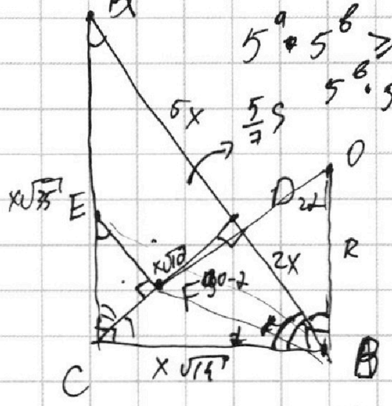
$\varphi \in (0; \frac{\pi}{2}); k \in [-1; 1]$

$10(\pi - \varphi) = \pi -$

$a+b \geq 14$
$b+c \geq 20$
$a+c \geq 21$

$a \geq 8$
$b \geq 7$
$c \geq 14$
$a+b+c \geq 28$

8
6



$5^a \cdot 5^b \geq 12$
$5^b \cdot 5^c \geq$

$\frac{5}{7}S$

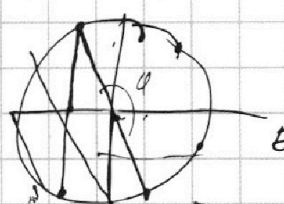
$\frac{AB}{CE} = \frac{AC}{EF} = \frac{BC}{CF}$

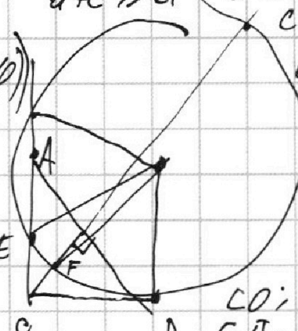
$CD = x\sqrt{10}$

$-\left(\frac{\pi}{2} - (\pi - \varphi)\right)$

$a+b \geq 12$
$b+c \geq 17$
$a+c \geq 39$

$a \geq 17$
$b \geq 0$
$c \geq 22$





$\frac{\pi}{2} - \varphi$

$(0; \frac{\pi}{2})$
$(-\frac{\pi}{2}; 0)$

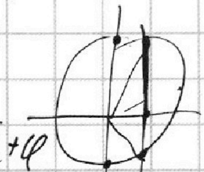
$x = \varphi + 2\pi k$
$k \in [0; \frac{\pi}{2})$
$\varphi - \pi \quad (-\frac{\pi}{2}; 0]$

$a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \cdot k$

$abc = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{34} \cdot \sqrt{3k}$

$2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$

$-\left(\frac{\pi}{2} - (\varphi - \pi)\right) = -\frac{3\pi}{2} + \varphi$



$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$
$c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{22}$
$b = 2^3 \cdot 3^{?} \cdot$

$a^2 = 2^{10} \cdot 3^{15} \cdot 5^{34} \cdot k$
$b^2 = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{-10} \cdot n$
$c^2 = 2^{18} \cdot 3^{27} \cdot 5^{44} \cdot m$

$10\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$

$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2}$

$-2\pi \leq x \leq 3\pi$

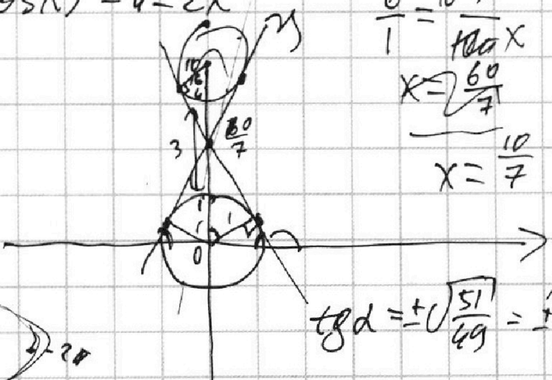
$10\sqrt{\ }$

$a = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{17} \cdot \sqrt{3k}$
$b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot \sqrt{3 \cdot 5^{-5} n}$
$c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{22} \cdot \sqrt{3m}$

$\frac{6}{1} = \frac{10-x}{x}$

$x = \frac{60}{7}$

$x = \frac{10}{7}$



$x^2 + y^2 = 1$

$x^2 + (y-10)^2 = 6^2$

$tg\alpha = \pm\sqrt{\frac{51}{49}} = \pm\frac{\sqrt{51}}{7}$

$\frac{100}{49} - 1 = \frac{51}{49}$

$$\begin{cases} \frac{|4b|}{\sqrt{a^2+9}} \leq 1 \\ \frac{|4b - 30|}{\sqrt{a^2+9}} < 6 \end{cases}$$

$16b^2 < \sqrt{(a^2 - 10)}$

$16b^2$

$\alpha = \arccos\frac{7}{10}$

$y_2 > -5x_2$

$\beta = \pi - \alpha$

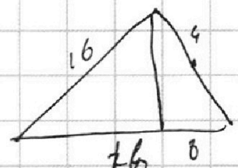
$y = \frac{a}{3}x - 4b$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

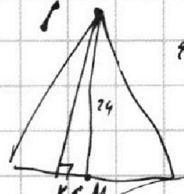
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

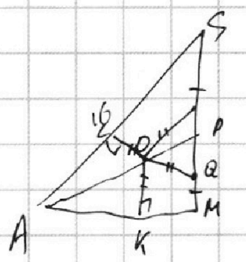


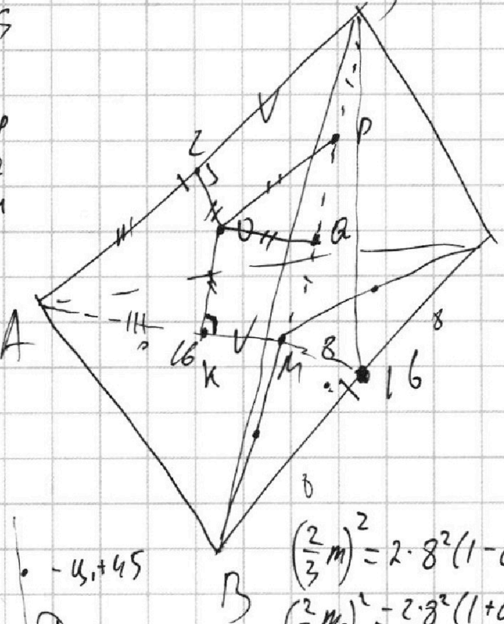
$SL^2 = SP\cdot SQ$
$MK^2 = MQ\cdot MP$ $\Rightarrow$

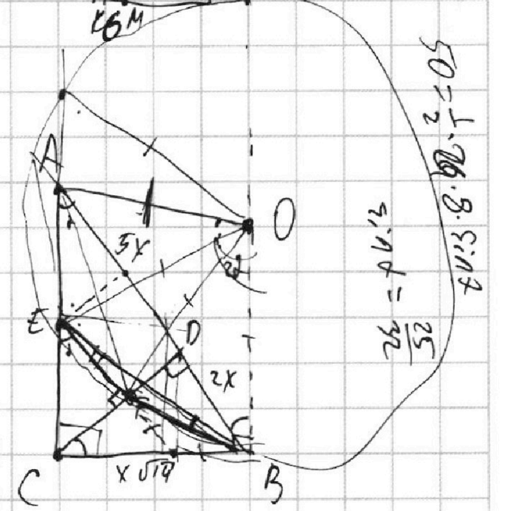
$2\cdot 180 - 2\alpha = 2(180-\alpha)$



$\frac{24}{\sin\beta} = \frac{a}{\sin\alpha}$

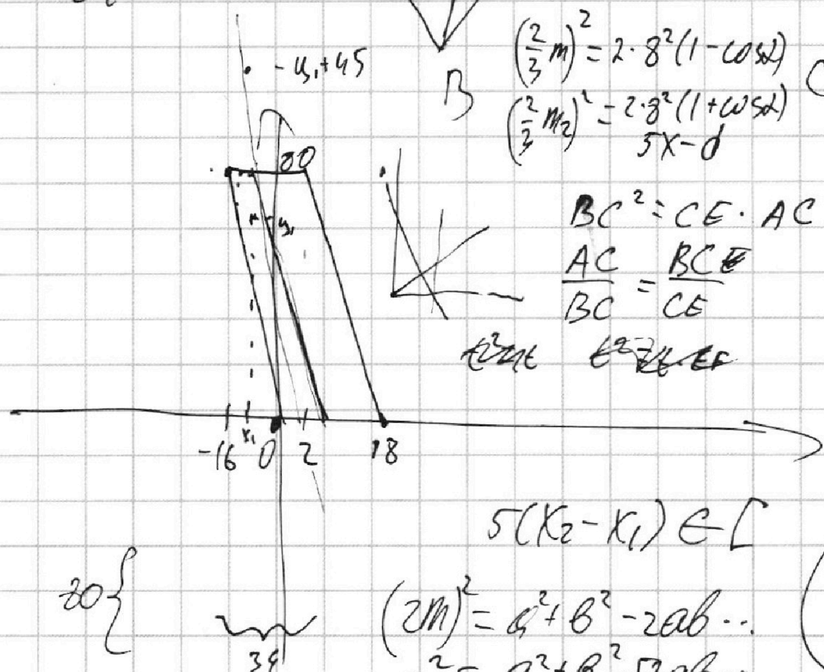






$\left(\frac{2}{3}m\right)^2 = 2\cdot 8^2(1-\cos 2\alpha)$
$\left(\frac{2}{3}m_2\right)^2 = 2\cdot 8^2(1+\cos 2\alpha)$
$5x-d$

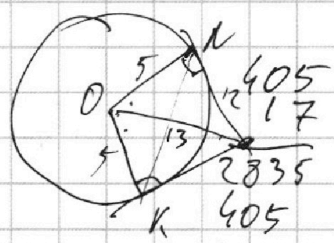
$(x_1; y_1+45) \in y = -5x$
$y = -5x+90$



$BC^2 = CE\cdot AC$
$\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{CE}$

$y_1+45 \geq -5x_1$
$y_1+45 \leq -5x_1+90$
$y_1+5x_1 \geq -45$
$y_1+5x_1 \leq 45$

$5(x_2-x_1) \in [$



$(2m)^2 = a^2+b^2-2ab\cdot\ldots$
$c^2 = a^2+b^2+2ab\cdot\ldots$

405
17
2835
405
6885

$y_2 = -5x_2 + 5x_1 + y_1 + 45$

$m = \sqrt{\frac{2a^2+2b^2-c^2}{4}}$

$a^2+b^2 = 2m^2 + \frac{c^2}{2} = 2\cdot 24^2 + \frac{16^2}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ