



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже ~~велосипедиста~~ ^{мотоциклиста}. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~Решение~~ Задача № 1.

~~abc : 3²¹ · 7³⁸~~

$$\left. \begin{array}{l} \text{натур} \\ a: 3^{a_1} \cdot 7^{a_2} \\ b: 3^{b_1} \cdot 7^{b_2} \\ c: 3^{c_1} \cdot 7^{c_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} ab: 3^{a_1+b_1} \cdot 7^{a_2+b_2} \\ bc: 3^{b_1+c_1} \cdot 7^{b_2+c_2} \\ ac: 3^{a_1+c_1} \cdot 7^{a_2+c_2} \end{array}$$

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 &\geq 11 \\ a_2 + b_2 &\geq 11 \\ c_1 + b_1 &\geq 18 \\ a_1 + c_1 &\geq 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 + b_2 &\geq 11 \\ b_2 + c_2 &\geq 16 \\ a_2 + c_2 &\geq 38 \end{aligned}$$



$$\Rightarrow 2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 50$$

$$2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 65$$

$$a_1 + b_1 + c_1 \geq 25$$

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 32,5$$

но a, b, c — натуральные
 $\Rightarrow a, b, c$ делится на
целые степени 7
 $\Rightarrow a_2, b_2, c_2$ — целые
 $\Rightarrow a_2 + b_2 + c_2$ — целое
 $\Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 33$

$$\Rightarrow abc: 3^{25} \cdot 7^{33}, \text{ но } ac: 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$\Rightarrow abc: 3^{25} \cdot 7^{38}$$

$$\Rightarrow abc \geq 3^{25} \cdot 7^{38} \quad (\text{т.к. } a, b, c \text{ — натур} \Rightarrow abc \neq 0)$$

\Rightarrow максимальное значение $abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$, достигается, например,

$$\text{при } a = 3^7 \cdot 7^{19}, b = 3^4 \cdot 7^0, c = 3^{14} \cdot 7^{19}$$

$$\text{Ответ: } 3^{25} \cdot 7^{38}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-10ab}$$

Эту дробь можно сократить на m

$$\Rightarrow a+b : m \quad \text{и} \quad (a+b)^2 - 10ab : m$$

$$\Rightarrow 10ab : m$$

~~a и m взаимнопросты~~

если $ab : m \Rightarrow a+b \not\equiv m$, т.к. $\frac{a}{b}$ несократимая дробь (т.е. a и b - взаимнопросты)

~~m~~ \Rightarrow ~~a и m~~ взаимнопросты

Аналогично докажем, что b и m - взаимнопросты

$10ab : m \quad ab \not\equiv m$ (упрощая доказ.)

$$10ab : m \quad ab \not\equiv m \text{ (упрощая доказ.)}$$

$$\Rightarrow 10 : m \Rightarrow m_{\max} \leq 10$$

$$\Rightarrow m_{\max} = 10$$

Пример: $a=1 \quad b=9$

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{10}{1-8 \cdot 9+9^2} = \frac{10}{1-72+81} = \frac{10}{10}$$

Ответ: $m_{\max} = 10$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 3

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

ОДЗ: $2x^2 - 3x + 4 \geq 0$
 $2x^2 + x + 3 \geq 0$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 1 + 16x^2 - 8x$$

$$\sqrt{4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x^3 - 3x^2 - 9x + 8x^2 + 4x + 12} = 12x^2 - 6x - 6$$

$$\sqrt{4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12} = -6x^2 + 3x + 3$$

ОДЗ: $4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12 \geq 0$

$$4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12 = 36x^4 - 18x^3 - 18x^2 - 18x^3 + 9x^2 + 9x - 18x^2 + 9x + 9$$

$$32x^4 - 32x^3 - 36x^2 + 23x - 3 = 0$$

$$16x^3(2x-3) + 8x^2(2x-3) - 7x(2x-3) + (2x-3) = 0$$

$$(16x^3 + 8x^2 - 7x + 1)(2x-3) = 0$$

$$2x-3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1,5$$

$$16x^3 + 8x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$16x^2(x+1) + 8x(x+1) + (x+1) = 0$$

$$(16x^2 + 8x + 1)(x+1) = 0$$

$$x_2 = -1$$

$$16x^2 + 8x + 1 = 0 \quad \Delta = 64 - 64 = 0$$

$$x_3 = \frac{-8}{32} = -0,25$$

Проверка: 1) $x = 1,5$

$$\sqrt{4,5 - 4,5 + 4} - \sqrt{4,5 + 1,5 + 3} = 1 - 6$$

$$2 - 3 = -1 = -5 \ominus$$

2) $x = -1$

$$\sqrt{2 + 3 + 4} - \sqrt{2 - 1 + 3} = 1 + 4$$

$$3 - 2 = 1 = 5 \ominus$$

3) $x = 0,25$

$$\sqrt{\frac{1}{8} - \frac{6}{8} + \frac{32}{8}} - \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{24}{8}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{27}{8}} - \sqrt{\frac{27}{8}} = 0 \oplus$$

Ответ: $x = 0,25$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}, \quad x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$$

$$\Rightarrow 1) z^2 = 9x^2 + 4y^2 + 12xy$$

$$\Rightarrow z = \frac{2}{\frac{3x}{xy} + \frac{1}{y}} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$\Rightarrow 2) y = 0,5z - 1,5x$$

$$y = \frac{xy}{3y+x} - 1,5x = \frac{xy - 4,5xy - 1,5x^2}{3y+x}$$

$$3y^2 + xy = xy - 4,5xy - 1,5x^2$$

$$3y^2 + 4,5xy + 1,5x^2 = 0$$

решение отн. y

$$y^2 + 1,5xy + 0,5x^2 = 0$$

(решение отн. y)

$$D = 1,5^2 x^2 - 2x^2 = 0,25x^2 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

$$y_1 = \frac{-1,5x + 0,5x}{2} = -0,5x$$

$$y_2 = \frac{-1,5x - 0,5x}{2} = -x$$

$$1) \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 2x^2 + 6x^2}{x^2 - 1,5x^2}$$

$$= \frac{-2x^2}{-0,5x^2} = 4$$

$$2) \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 + 12x^2}{x^2 - 6x^2} = \frac{-4x^2}{-4x^2} = 1$$

\Rightarrow наибольшее возможное значение = 4

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача № 6

v_B - скорость велосипедиста, км/ч

v_M - скорость мотоциклиста, км/ч

S - расстояние от А до В, км

$$\frac{S}{v_B} = \frac{S}{v_M} + 2 \Rightarrow S \cdot v_M = S v_B + 2 v_M v_B$$

$$\Leftrightarrow 2 v_M v_B = S (v_M - v_B)$$

т.к. $v_M > 0$ $v_B > 0$ $S > 0 \Rightarrow v_M > v_B$

$$96 + v_B \cdot \frac{S}{v_M} = v_M \cdot \frac{S}{v_B} \Rightarrow v_M^2 S = v_B^2 S + 96 v_M v_B$$

$$96 v_M v_B = S (v_M^2 - v_B^2)$$

$$\frac{S (v_M - v_B) (v_M + v_B)}{96} = \frac{S (v_M - v_B)}{2}$$

$$\textcircled{2} v_M + v_B = 48$$

$$\frac{S}{v_B + 6} = \frac{S}{v_M + 6} + 1,25$$

$$S v_M + \underline{6S} = \underline{6S} + S v_B + 1,25 S v_M v_B + 7,5 (v_M + v_B) + 4S$$

$$2 \cdot S (v_M - v_B) = 1,25 S v_M v_B + 15 \cdot 48 + 90$$

$$4 v_M v_B = 2,5 v_M v_B + 810$$

$$\textcircled{3} v_M v_B = 540$$

из $\textcircled{2}$ $v_M = 48 - v_B$

$$v_M + v_B = 48$$

$$v_M = 48 - v_B$$

из $\textcircled{3}$

$$48 v_B - v_B^2 - 540 = 0$$

$$\Delta = 2304 - 2160 = 144$$

$$v_B = \frac{-48 \pm \sqrt{144}}{-2} = 24 \pm 6$$

т.к. $v_M > v_B$ (по условию задачи)

$$v_{B1} = 30$$

$$v_{M1} = 18$$

$$v_{B2} = 18$$

$$v_{M2} = 30$$

$$\text{из } \textcircled{1} \quad S = \frac{2 v_M v_B}{v_M - v_B} = \frac{1080}{30 - 18} = \frac{1080}{12} = 90 \text{ км}$$

Ответ: 90 км



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{10}{1-8 \cdot 9+81} = \frac{10}{1-72+81} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$x^2 = \frac{1}{9}z^2 + \frac{4}{9}y^2 - \frac{2}{3}yz$$

$$y^2 = \frac{1}{4}z^2 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{3}{2}xz$$

$$z^2 = 9x^2 + 4y^2 + 12xy$$

$$x^2 = \frac{9y^2z^2}{4y^2+z^2-4yz}$$

$$y^2 = \frac{z^2x^2}{4x^2+9z^2-12xz}$$

$$z^2 = \frac{4x^2y^2}{9y^2+x^2+6xy}$$

$$y = \frac{xy}{3y+x} - \frac{1.5x}{3y+x} = \frac{xy - 4.5xy - 1.5x^2}{3y+x}$$

$$3y^2 + yx = xy - 4.5xy - 1.5x^2$$

$$3y^2 + 4.5xy + 1.5x^2 = 0$$

$$y^2 + 1.5xy + 0.5x^2 = 0$$

$$y = \frac{-1.5x \pm \sqrt{1.5^2x^2 - 2x^2}}{2} = \frac{-1.5x \pm 0.5x}{2}$$

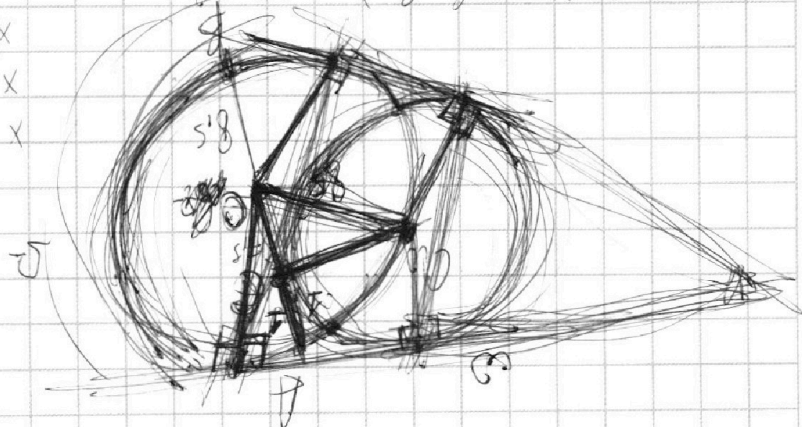
$$y = \frac{-0.5x}{2} \quad ; \quad x = \frac{10ab}{a+b}$$

$$F < x \quad ; \quad 10ab - (a+b)(a+b)$$

$$5.8 > 5.5 + x$$

$$x \in (1.1)$$

$$5.8 + 5.5 > x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 2 Черновик

$\frac{a}{b}$ - несократимая дробь, $a \in \mathbb{N}$ $b \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow a$ и b - взаимнопростые числа

Если дробь $\left(\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}\right)$ можно сократить на m

$$\Rightarrow 1) a+b \equiv a^2-8ab+b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow 2) \begin{cases} m \leq a+b \\ m \leq a^2-8ab+b^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow 3) m$ и a - взаимнопростые, m и b - взаимнопростые
 $a-a^2 \equiv b^2-b-8ab \pmod{m}$ (+к. умнож. $(a+b) \not\equiv 0 \pmod{m}$ т.к. $a \not\equiv b \pmod{m}$)

$$a(a-1) \equiv b(b-1-8a) \pmod{m}$$

\Rightarrow либо $a : b \equiv 0 \pmod{m}$ (по усл.)
либо $b : m \equiv 0 \pmod{m}$ (по ранее доказ.)
либо $(a-1) : b \Rightarrow a-1 \geq b$

$$a-a^2+8ab \equiv b^2-b \pmod{m}$$

$$a(1-a+8b) \equiv b(b-1) \pmod{m}$$

\Rightarrow либо $b : a \equiv 0 \pmod{m}$ (по усл.)
либо $a : m \equiv 0 \pmod{m}$ (по ранее доказ.)
либо $(b-1) : a \Rightarrow b-1 \geq a \equiv 0 \pmod{m}$
т.к. $a-1 \geq b$ (по ранее доказ.)

$\Rightarrow (a+b)$ и $(a^2-8ab+b^2)$ - взаимнопростые

$$\Rightarrow m_{\max} = 1$$

Ответ: $m_{\max} = 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$b = 3^4 \cdot 7^0$$

$$a = 3^0 \cdot 7^{19}$$

$$c = 3^1 \cdot 7^{19}$$

$$(-6x^2+3x+3)(-6x^2+3x+3)$$

$$c_1 \geq 4$$

$$c_2 \geq 14$$

$$a_1 \geq 7$$

29

$$\begin{array}{r} 21 \\ + 18 \\ \hline 39 \\ + 11 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\frac{a+b}{(a^2-2ab+b^2) = cab} \rightarrow \frac{a+b}{(a-b)^2 - cab}$$

$$6xy^2 = \frac{a+b+a^2-2ab+b^2}{a^2-2ab+b^2}$$

$$a^2-2ab+b^2 \neq a \cdot b$$

$$2x^2-3x+4 + 2x^2+x+3 - 2\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} = 1+16x^2-8x$$

$$-2\sqrt{4x^4+2x^3+6x^2-6x^3-3x^2-9x+8x^2+4x+12} = 12x^2-6x-6$$

$$\sqrt{4x^4-4x^3+11x^2+4x+12} = -6x^2+3x+3$$

$$4x^4-4x^3+11x^2+4x+12 = 36x^4-18x^3-18x^2+18x^3+9x^2+9x-18x^2+9x+9$$

$$4x^4-4x^3+11x^2+4x+12 = 36x^4-36x^3-27x^2+18x+9$$

$$32x^4-32x^3-16x^2+14x-3=0$$

$$30x^3(x-3) + 64x^2(x-3) + 16x^3(2x-3) + 18x^2(2x-3) + 4x(2x-3) =$$

$$x = \frac{9}{2} \quad 2x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 7x - 3 = 0$$

$$a+b = \frac{a^2-2ab+b^2}{x+9} = \frac{h+x}{x+h} = \frac{h}{x} + \frac{x}{h} = hx + \frac{x}{h}$$

$$16x^2(x-3) + 8x^2(2x-3) - 7x(2x-3) + 2x-3$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 4 \\ \hline 80 \\ + 192 \\ \hline 272 \\ + 16 \\ \hline 288 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

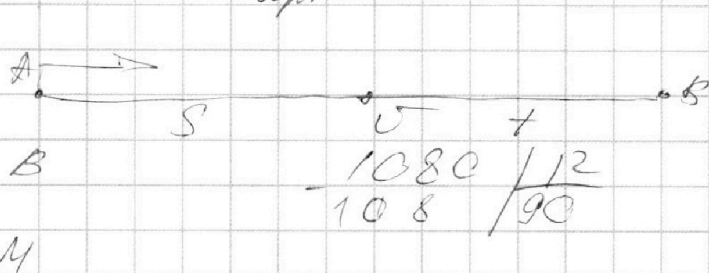
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик



$$\begin{array}{r} 1,25 \\ -12 \\ \hline 0,625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \\ -96 \\ \hline 1920 \end{array}$$

$$\frac{S}{U_B} = \frac{S + 2U_M}{U_M} \Rightarrow U_M S = U_B S + 2U_M U_B$$

$$U_B S = U_M S - 2U_M U_B$$

$$2U_M U_B = -U_B S + U_M S$$

$$\frac{U_B S + 96U_M}{U_M} = \frac{U_M S}{U_B} \Rightarrow U_M^2 S = U_B^2 S + 96U_M U_B$$

$$\frac{S}{U_B + 6} = \frac{S + 1,25U_M + 7,5}{U_M + 6}$$

$$S U_M + 6S = S U_B + 1,25U_M U_B + 7,5U_B + 6S + 7,5U_M + 45$$

$$1,25U_M U_B + 7,5U_B + 6,5U_M + 45 = S U_M - S U_B$$

$$(0,625U_M S - 0,625U_B S) + 7,5U_B + 6,5U_M + 45 = S(U_M - U_B)$$

810

$$U_M U_B = \frac{U_M^2 S - U_B^2 S}{96} = \frac{U_M S - U_B S}{2}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 15 \\ \hline 240 \\ 48 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$270 \times \frac{2}{540} = \frac{2160S}{144} (U_M - U_B)(U_M + U_B) = S(U_M - U_B) \cdot 48$$

$$U_M + U_B = 48$$

$$2S(U_M - U_B) = 2,5U_M U_B + 15(U_B + U_M) + 45$$

$$\begin{array}{r} \times 15 \\ 48 \\ \hline 120 \\ 60 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$4U_M U_B = 2,5U_M U_B + 76,5$$

$$1,5U_M U_B = 76,5$$

$$U_M U_B = 510$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ \times 2 \\ \hline 66 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 48 \\ 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 765 \\ 2 \\ \hline 1530 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1530 \\ -15 \\ \hline 1515 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 384 \\ 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1510 \\ -15 \\ \hline 1495 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2304 \\ -2040 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 264 \\ -264 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



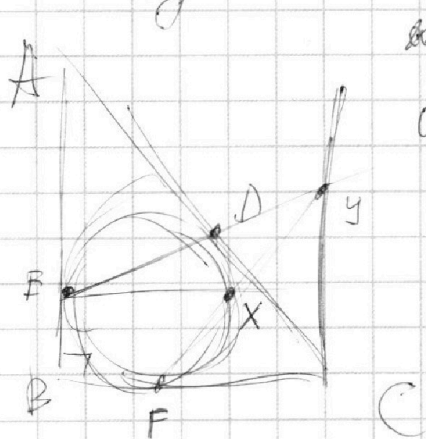
Черновик

$$x = \frac{1}{3}z - \frac{2}{3}y$$

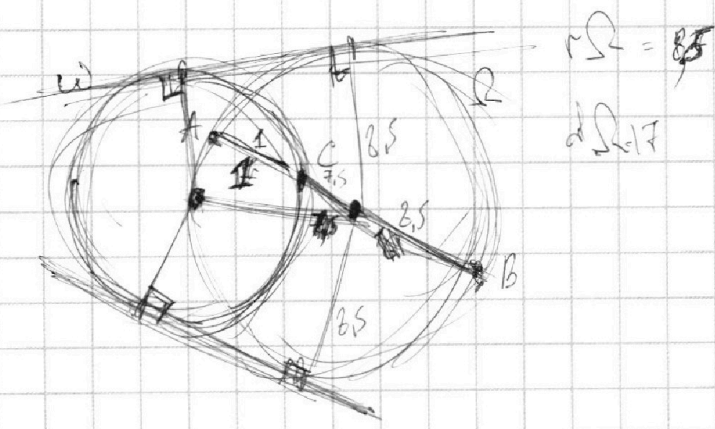
$$y = \frac{1}{2}z - \frac{3}{2}x$$

$$z = 3x + 2y$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 24xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 24xy}{x^2 - 6y^2}$$



$a(1-a) \equiv \frac{b(b-1) - 6ay}{m}$
 $Ex = 2\sqrt{2} \cdot y$



$r_2 = 85$
 $d_2 = 17$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5

Черновик

$$3x + 2y = z$$

$$\Rightarrow 1) x = \frac{1}{3}z - \frac{2}{3}y$$

$$2) y = \frac{1}{2}z - \frac{3}{2}x$$

$$3) z = 3x + 2y$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}, \quad x, y, z \neq 0$$

$$\Rightarrow 1) z = \frac{2}{\frac{3y}{xy} + \frac{x}{yx}} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$2) x = \frac{3}{\frac{2y}{zy} - \frac{z}{yz}} = \frac{3yz}{2y-z}$$

$$3) y = \frac{1}{\frac{2x}{2x} + \frac{3z}{2x}} = \frac{2x}{2x+3z}$$

~~$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2}$$~~

~~$$= \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$$~~

~~$$= -2 + \frac{4x^2 - 4y^2}{6y^2 - x^2}$$~~

~~$$= -2 + \frac{4(x^2 - y^2)}{6y^2 - x^2}$$~~

~~$$= -2 + \frac{4(x^2 - y^2 + 12xy - 2y^2 + 2x^2)}{6y^2 - x^2}$$~~

~~$$= -2 + \frac{8 \cdot 0,5x^2 - 4y^2 + 12xy}{6y^2 - x^2}$$~~

$$3 \cdot 0,5x^2$$