



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

$$d_1 + d_2 \geq 10$$

$$d_2 + d_3 \geq 13$$

$$d_1 + d_3 \geq 20$$

$$2(d_1 + d_2 + d_3) \geq 53$$

$$d_1 + d_3 \geq 20 \Rightarrow d_1 + d_2 + d_3 \geq 30$$

$$\sum \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$$

$$\sum \beta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$$

$$\sum \gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3$$

$$d_1 + d_2 + d_3 \geq 26,5 \Rightarrow \sum \gamma \geq 30 \text{ Проверка:}$$

$$(d_1; d_2; d_3) = (10; 0; 20) \Rightarrow \min \sum \gamma = 30$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \sum \alpha = 21 \\ \min \sum \beta = 21 \\ \min \sum \gamma = 30 \end{array} \right. \Rightarrow \min abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

~~Достигается при~~ возможно при

$$a = 2^8 \cdot 3^8 \cdot 5^{10}$$

$$b = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^0$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{20}$$

Ответ: $abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$
min

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$ то они разложимы

на простые

a, b, c - не обязательно имеют **только** простых множителей кроме $\{2, 3, 5\}$ т.к. если это не так то мы можем убрать этот множитель из числа и уменьшить не нарушая. \Rightarrow

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\delta_1}$$

$$ab = 2^{\alpha_1 + \alpha_2} \cdot 3^{\beta_1 + \beta_2} \cdot 5^{\delta_1 + \delta_2} \quad : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\delta_2}$$

$$bc = 2^{\alpha_2 + \alpha_3} \cdot 3^{\beta_2 + \beta_3} \cdot 5^{\delta_2 + \delta_3} \quad : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\delta_3}$$

$$ac = 2^{\alpha_1 + \alpha_3} \cdot 3^{\beta_1 + \beta_3} \cdot 5^{\delta_1 + \delta_3} \quad : 2^{15} \cdot 3^{12} \cdot 5^{20}$$

$$\textcircled{+} \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 9 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 14 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 15 \end{cases}$$

$$abc \Rightarrow 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot 3^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \cdot 5^{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3}$$

$$\sum \alpha_i, \sum \beta_i, \sum \delta_i \rightarrow \min$$

$$\alpha_i, \beta_i, \delta_i \in \mathbb{N} \cup \{0\} \quad (i \in \{1, 2, 3\})$$

$$2\alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_3 \geq \textcircled{28+14} \quad 42$$

$$\begin{cases} (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \geq 21 \\ \text{оценки} \end{cases} \quad \text{пример на } \sum \alpha_i = 21$$

$$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \textcircled{2; 7; 12} \Rightarrow \sum \alpha_i = 21 \text{ минимально}$$

$$\textcircled{+} \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 \geq 10 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 13 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 18 \end{cases}$$

$$2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \geq 41$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 20,5$$

$$\text{оценка} \Rightarrow \sum \beta_i \geq 21 \quad \text{т.к. } \beta_i \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Пример на } \sum \beta_i = \textcircled{21} \quad (\beta_1; \beta_2; \beta_3) = \textcircled{8; 2; 11}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$t = \frac{\pi}{3}$$

продолжение №2
задачи 3

$$n \in \{0; -1\}$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

- подходит.

$$x = -\frac{5}{3}\pi$$

- нет

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$n \in \{1; 0\}$$

$$t = \frac{\pi}{3}$$

$$x = -\frac{\pi}{3}$$

- не подходит

$$x = \frac{5}{3}\pi$$

- не подходит

$$x = \frac{2}{3}\pi + 2\pi n$$

$$t = \frac{2}{3}\pi$$

$$n \in \{-1; 0\}$$

$$x = \frac{2}{3}\pi$$

- нет

$$x = -\frac{4}{3}\pi$$

- подходит

$$x = -\frac{2}{3}\pi + 2\pi n$$

$$t = \frac{2}{3}\pi$$

$$n \in \{0; 1\}$$

$$x = -\frac{2}{3}\pi$$

- не подходит

$$x = \frac{4}{3}\pi$$

- не подходит

Ответ: $-3\pi; \frac{\pi}{3}; -\frac{4}{3}\pi; 2\pi; -\frac{\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) + \arccos(\cos x) = \frac{\pi}{2}$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x) \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

пусть $t = \arccos(\cos x) \Rightarrow$

$$0 \leq t \leq \pi$$

$$\Rightarrow \cos t = \cos x.$$

$$x = \pm t +$$

$$x = \pm t + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - t \right) = \pm t + 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{5\pi}{2} - 5t = t + 2\pi n + \frac{\pi}{2} \\ \frac{5\pi}{2} - 5t = -t + 2\pi n + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6t = 2\pi n + 2\pi \\ -4t = 2\pi n - 2\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6t = 2\pi n + 2\pi \\ 2t = \pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \frac{\pi}{3} n \\ t = \frac{\pi}{2} k \\ 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$$

$$n, k \in \mathbb{Z}. \quad t \in \left\{ 0, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2}{3}\pi, \pi \right\}.$$

$$\max(5 \arcsin(\cos x)) = \frac{5}{2}\pi$$

$$\min(5 \arcsin(\cos x)) = -\frac{5}{2}\pi$$

$$\Rightarrow -3\pi \leq x \leq 2\pi$$

Осталось проверить корни $x = \pm t + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$

$$\text{при } t = \pi \quad x = \pi + 2\pi n$$

$$n \in \{0, 1, -2\} \quad \text{проверяем.}$$

$$x = \pi \quad \text{не подходит}$$

$$x = -\pi \quad \text{не подходит}$$

$$x = -3\pi \quad \text{подходит}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



при $t=0$

$$x = 2\pi n \quad n \in \{1; 0; -1\}$$

$x = 0$ - не подходит.

$x = 2\pi$ - подходит

$x = -2\pi$ - не подходит.

продолжение №
задачи 3

при $x = -\pi + 2\pi n$

$$t = 2\pi$$

$$n \in \{1; 0; -1\}$$

$$x = \pi$$

$x = -\pi$
 $x = -3\pi$ - подходит

но уже было.

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \quad t = \frac{\pi}{2}$$

$$n \in \{0; -1\}$$

$x = \frac{\pi}{2}$ - нет

$x = -\frac{3}{2}\pi$ - нет.

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \quad n \in \{0; 1\}$$

$x = -\frac{\pi}{2}$ - подходит.

$x = \frac{3}{2}\pi$ - нет

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

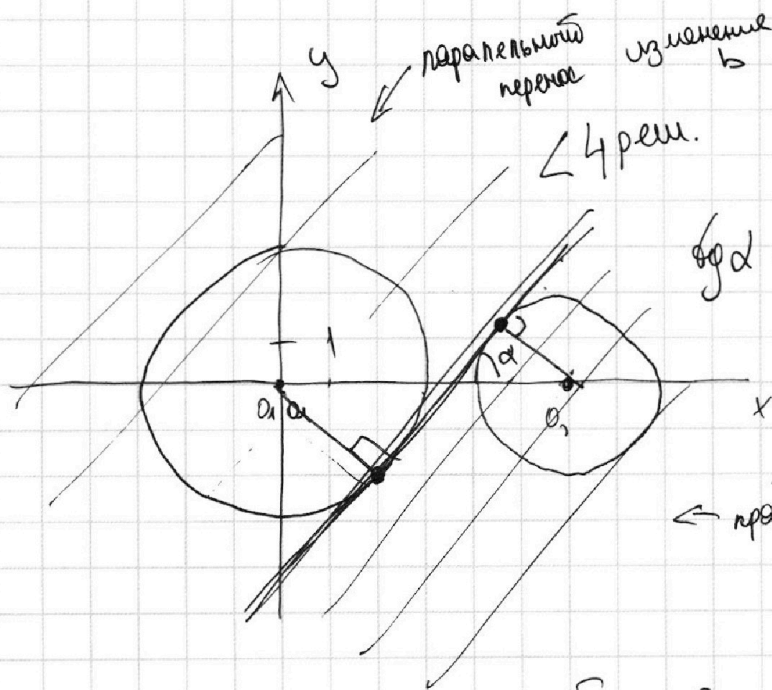
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases} \quad 4 \text{ реш.}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3b}{2} - \frac{a}{2}x \\ (x^2 + y^2 - 9)((x - 6)^2 + y^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} & \text{— прямая с угловым коэффициентом } -\frac{a}{2} \text{ и } \text{свободный член } \frac{3b}{2} \\ x^2 + y^2 = 9 & \text{— окружность с центром } O_1(0; 0) \quad R_1 = 3 \\ (x - 6)^2 + y^2 = 4 & \text{— окружность с центром } O_2(6; 0) \quad R_2 = 2 \end{cases}$$



подобие: $\frac{2}{3} = \frac{6-x}{x} \Rightarrow R =$

~~sin alpha = 3/5~~
 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$

$$\begin{aligned} 2x &= 18 - 3x \\ 5x &= 18 \quad x = \frac{18}{5} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \alpha = \frac{3}{x} = \frac{3 \cdot 5}{12} = \frac{5}{6}$$

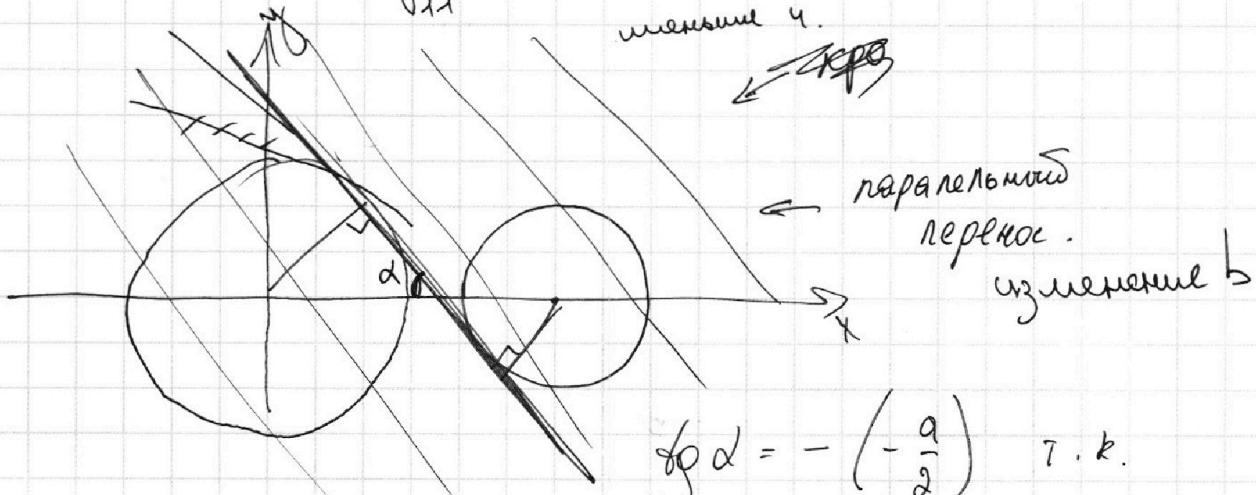
кросс-метие.

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{11}}{6} \quad \text{tg } \alpha = \frac{5}{\sqrt{11}} = -\frac{a}{2}$$

$$a = -\frac{10}{\sqrt{11}}$$

если $a \leq -\frac{10}{\sqrt{11}}$

топ - во решении меньше 4.



$$\text{tg } \alpha = -\left(-\frac{a}{2}\right) \text{ т.к.}$$

$$\text{tg}(180 - \alpha) = -\text{tg } \alpha$$

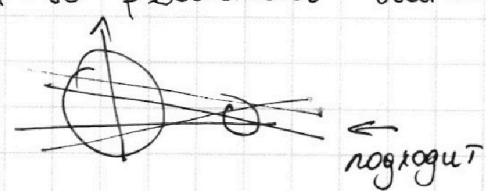
$\text{tg } \alpha = \frac{5}{\sqrt{11}}$ аналогично как и в первом случае.

первом случае.

$$\frac{5}{\sqrt{11}} = -\left(-\frac{a}{2}\right) \quad a = \frac{10}{\sqrt{11}}$$

если $a \geq \frac{10}{\sqrt{11}}$ то топ - во решение меньше 4

$$\Rightarrow a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$$



$$\text{Ответ: } a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x^2 243 - 8 & t = 3y \\ \log_3^4 3y + 2 \log_{3y} 3 = \log_{23y^2} 3 - 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_3^4 x + 6 \log_x 3 - \frac{5}{2} \log_x 3 = -8 & a = \log_3 x \Rightarrow \log_x 3 = \frac{1}{a} \\ \log_3^4 t + 2 \log_t 3 - \frac{11}{2} \log_t 3 = -2 & b = \log_3 t \Rightarrow \log_t 3 = \frac{1}{b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^4 + \frac{7}{2} a = -8 & 2a^5 + 16a = -7 \\ b^4 - \frac{7}{2b} = -8 & 2b^5 + 16b = 7 \end{cases} \quad \begin{matrix} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{matrix}$$

пусть $f(z) = 2z^5 + 16z$

$$f'(z) = 10z^4 + 16 > 0 \Rightarrow$$

тогда $\begin{cases} f(a) = -7 \\ f(b) = 7 \end{cases}$

1° $f(z)$ — монотонно
возрастающая

2° $f(-z) = -2z^5 - 16z \Rightarrow$
 $\Rightarrow f(z)$ — нечётная.

из 1° — похишаем это равно одному значению
функции соответствует равно один аргумент

из 2° — похишаем это график симметричен
назаво координат \Rightarrow

из 1° и 2° следует что если $f(a) = -7$ и
найдётся единственная b такое что $f(b) = 7$

и это $b = -a \Rightarrow a + b = a + (-a) = 0$

$$\Rightarrow a + b = 0$$

но $a + b$ это $a + b = \log_3 x + \log_3 t = \log_3 (xt) = 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3 5xy = 0 \quad 5xy = 3^0$$
$$xy = \frac{1}{5}$$

Ответ: 0,2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

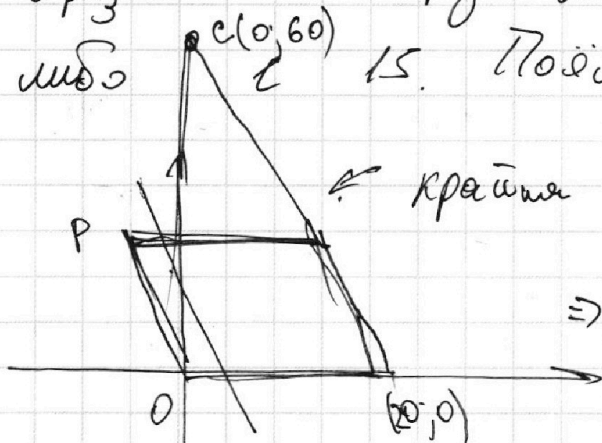
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Мы возьмем 280 точка A ^{продолжиме 1/2} может ^{задача 6}

образовать пару либо с 0 точками
либо 15. Полюсе ^{когда} ~~тогда~~ ^{когда}



← крайняя прямая ^{дольше} ~~прямая~~ ^{пересечений} не будет.

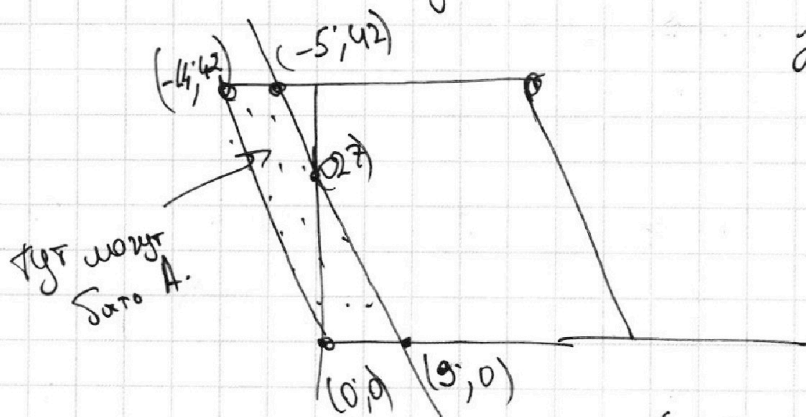
$$\Rightarrow 3x_1 + y_1 \leq 60$$

$$y_1 \leq -3x_1 + 60$$

т.е. это все точки ограничены OP OR

$$\text{и } y_2 \leq -3x_2 + 27. \text{ край}$$

Найдем их коп-во .



тут может быть А.

туда помещается $-5 - (-14) + 1 = 10$ прямая ^{туда} ~~туда~~ ^{туда} $y = 3x + 6$
каждая имеет по 15 точек \Rightarrow

в точке А. ~~В~~ ^В ~~есть~~ ^{есть} только $10 \cdot 15 = 150$
точек.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



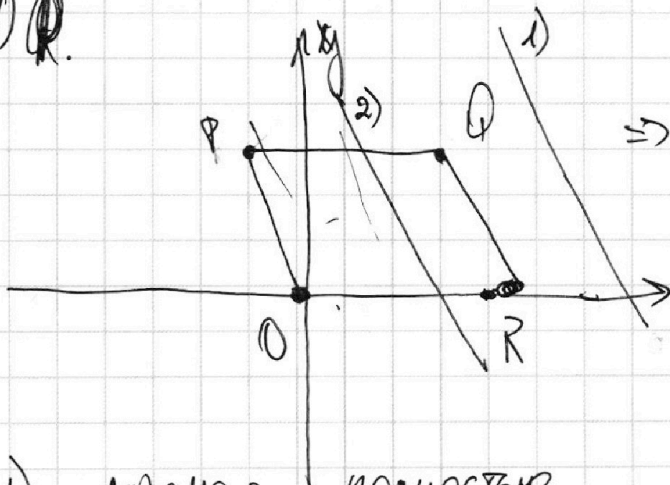
Пусть мы зафиксируем $A(x_1, x_2)$

и хотим найти все B

$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

$y_2 = \underbrace{(33 + y_1 + 3x_1)}_{\text{const}} - 3x_2 \Rightarrow$ все точки B подпадают для точки A лежат на одной прямой.

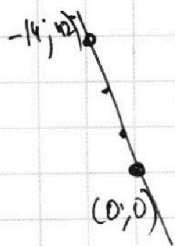
Заметим что эта прямая // стороне $OPQR$.



\Rightarrow если $A \in OPQR$ то есть два случая

- 1) прямая полностью не лежит в $OPQR$
- 2) она находится где-то там

то. \Rightarrow мы можем набрать кол-во целых точек на одной из них и оно будет постоянным для всех прямых из 2)



то у всех точек B вида $(x_1; 3y)$

еще надо \Rightarrow их будет $\frac{42}{3} + 1 = 15$ штук

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

\Rightarrow для каждой из 150 точек A ^{продолжение 1/2 задачи B} ~~будут~~
существовать точки B всевозможных

точки A лежат на прямой $y_2 = 33 + y_1 + 3x_1 - 3x_2$
~~и~~ x_1 и x_2 $PQR \Rightarrow A$ их кол-во

~~то~~ x_1 и x_2 ~~подсчитали~~ их ровно 15

\Rightarrow общее кол-во пар это $150 \cdot 15 = \boxed{2250}$

Ответ: 2250

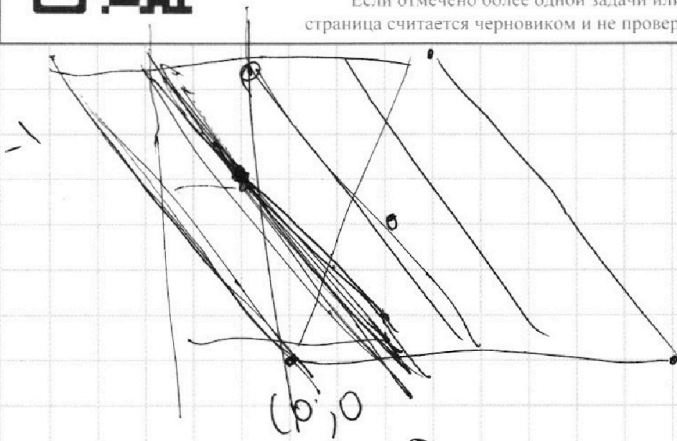
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

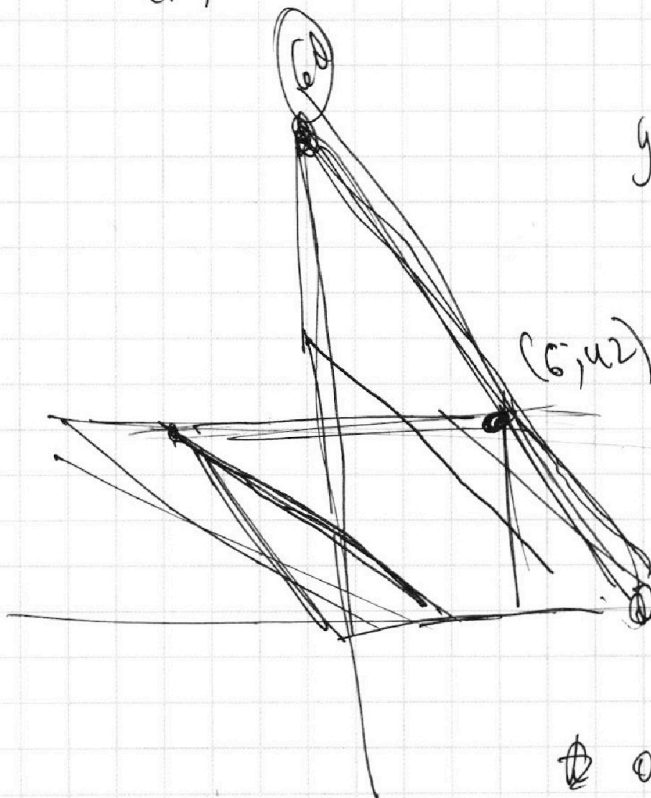


$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

$$-3$$

$$3x$$

$$y_2 = \underbrace{(33 + y_1 + 3x_1)}_{-3x_2} - 3x_2$$



$$b = -20k$$

$$R = -\frac{b}{20}$$

$$\textcircled{+} 0 = 20 \cdot R \cdot 20 + b$$

$$42 = R \cdot 6 + b$$

$$42 = 42 = -42$$

$$R = 3$$

$$b = +60$$



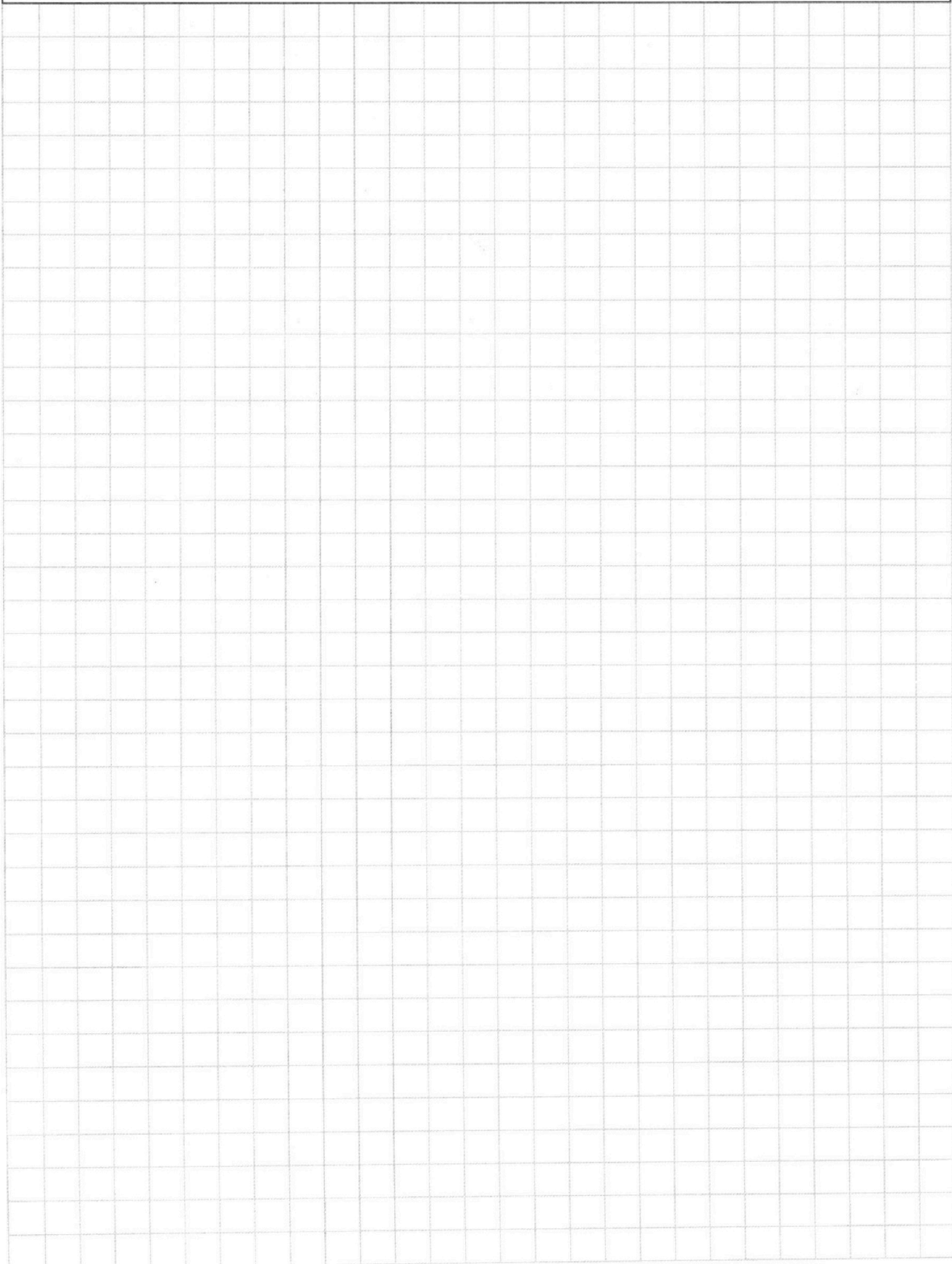
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



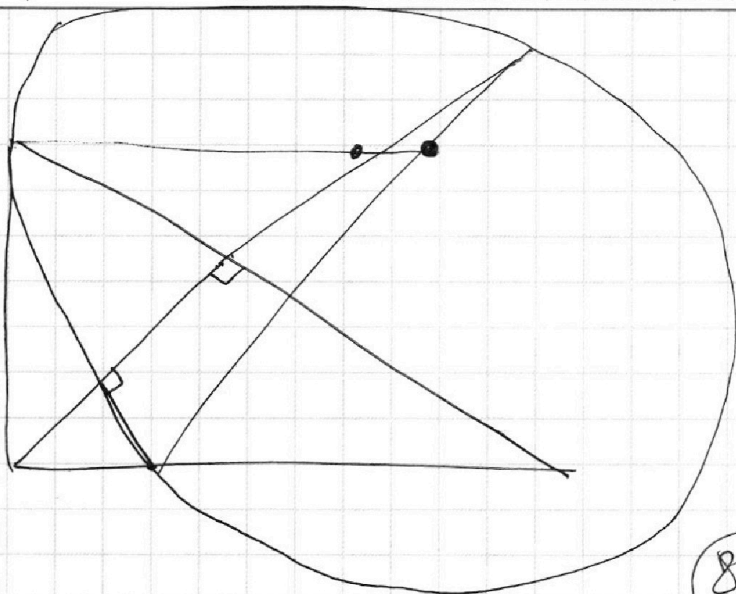
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = 0$$

$$-3x_1 = -27$$

$$x =$$

$$y = 42$$

$$42 = -3x_1 + 27$$

$$27 = 3^3$$

$$3^5$$

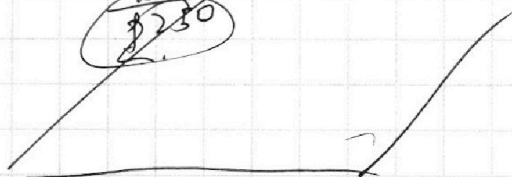
88

$$V_1 =$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 150$$

$$\frac{15}{25}$$

$$\frac{15}{25}$$



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = 5 \log_x^2 3 - 8$$

$$\log_3^4 t + 2 \log_t 3 = 11 \log_t^2 3 - 8$$

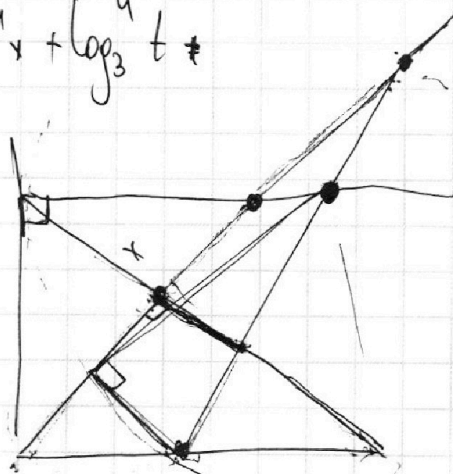
$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = 5 \log_x^2 3 - 8$$

$$\log_3^4 t + 2 \log_t 3 = \frac{11}{2} \log_t^2 3 - 8$$

$$\log_3^4 x + \log_x \frac{3^6}{3^{\frac{5}{2}}} = -8$$

$$\log_3^4 t + \log_t \frac{3^2}{3^{\frac{11}{2}}} = -8$$

$$\log_3^4 x + \log_3^4 t =$$



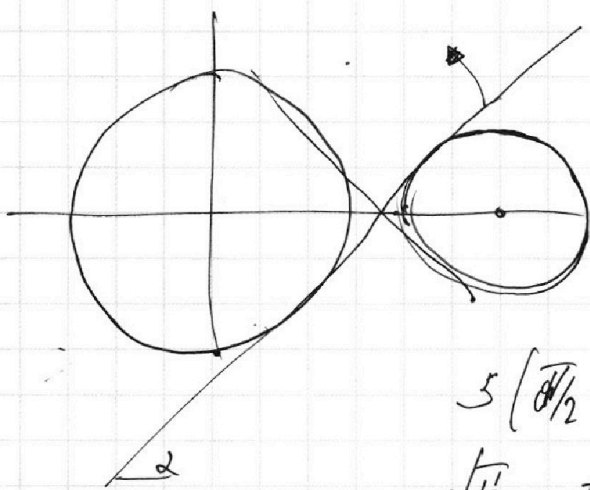
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

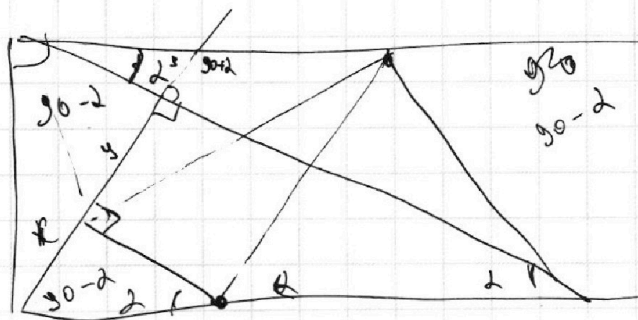
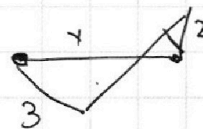
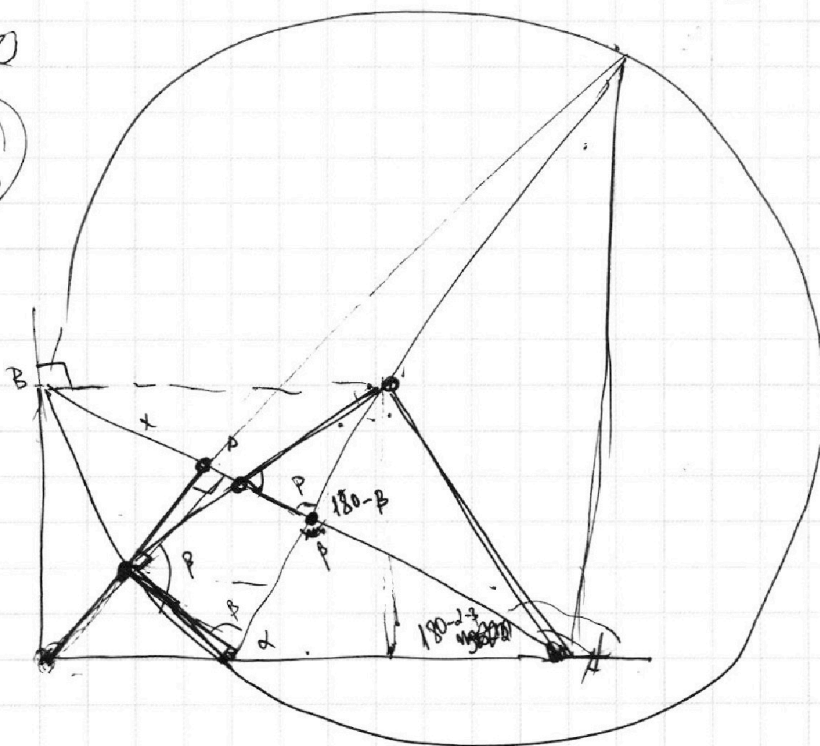
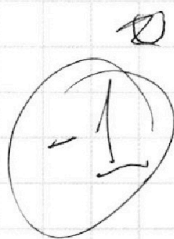


$$y = \frac{3b - ax}{2}$$

$$y = \frac{3b}{2} - \frac{a}{2}x$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x)\right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = t + \frac{3\pi}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + \log_x 3^k - \log_x 3^{\frac{6}{k}} = -2$$

$$\log_3^4 t + \log_t 3^2 - \log_t 3^{\frac{11}{2}} = -8$$

$$t=3$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3^{\frac{7}{2}} = -8$$

$$\log_3^4 t + \frac{7}{2} \log_t 3^{-\frac{7}{2}} = -8$$

$$\log_3^4 (t \cdot x) = -16$$

$$t \cdot x = 1$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3 = -8$$

$$\log_3^4 t - \frac{7}{2} \log_t 3 = -8$$

$$\log_3^4 x + \log_3^4 t + \frac{7}{2} (\log_x 3 - \log_t 3) = -16$$

$$\log_3^4 x + \log_3^4 t + \frac{7}{2} \left(\frac{1}{\log_3 x} - \frac{1}{\log_3 t} \right)$$

$$a^4 + b^4 + \frac{7}{2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = -16$$

$$\log_{x^2} 3 = \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$a^4 + \frac{7}{2a} = -8 \quad \begin{matrix} 6 - \frac{5}{2} & 12 - 5 \\ 2 - \frac{11}{2} \end{matrix}$$

$$2a^4 + 16a = -7 \quad \frac{4 - 11}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$b^4 + 16b = +7 \quad \log_3 3$$

$$2a^5 + 16a = -7$$

$$a^4 + 16a = -7$$

$$b^4 + 16b = 7$$

$$a^4 + b^4 + 16(a+b) = 0$$

$$2a(a^4 + 8) = -7$$

$$2b(b^4 + 8) = +7$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_2 x + \frac{7}{2} \log_x 3 = -8$$

$$\log_3 t - \frac{7}{2} \log_t 3 = -8$$

$$\log_3 x = a$$

$$\log_3 t = b$$

$$a^4 - \frac{7}{2a} = -8$$

$$-4 + 3 \cdot 2a^5 + 7 = -16a$$

$$b^4 - \frac{7}{2b} = -8$$

$$2b^5 - 7 = -16b$$

$$-8 + 3$$

~~2a^5~~

$$2a^5 + 2b^5 = -16(a+b)$$

$$-\frac{5}{6}\pi$$

$$\frac{5}{6}\pi$$

$$2(a^5 + b^5) = -16(a+b)$$

$$\begin{cases} 2a(a^4 + 8) = -7 \\ 2b(b^4 + 8) = +7 \end{cases}$$

$$\frac{5}{6}\pi$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$f(x) = 2x^5 + 16x$$

2, 3, 5

$$d_1 + d_2 \geq 9$$

$$d_2 + d_3 \geq 14$$

$$d_1 + d_3 \geq 19$$

~~1/2~~

$\frac{\pi}{3}$

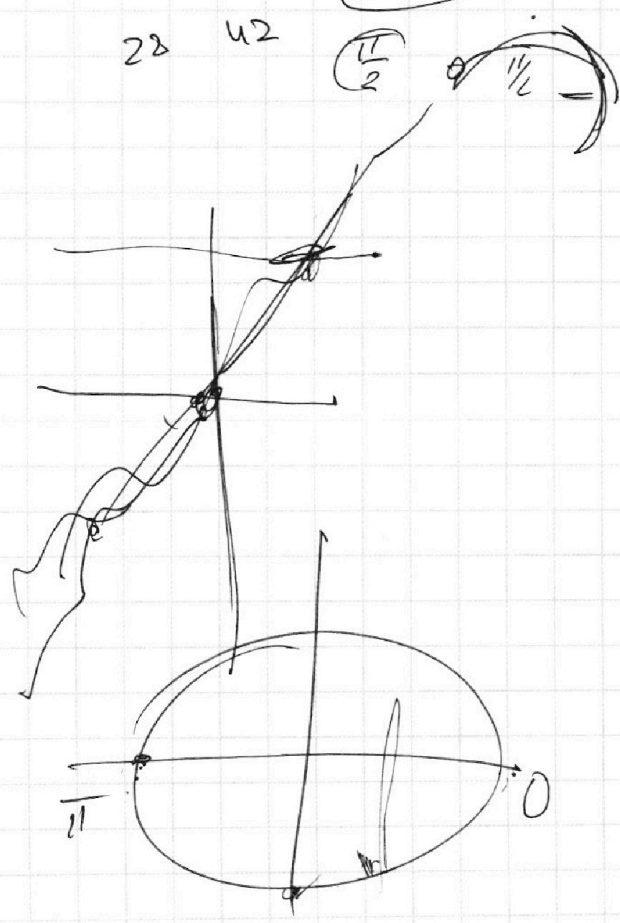
$$\cos = -1$$

$$-\frac{5}{2}\pi$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{5}{6}\pi$$



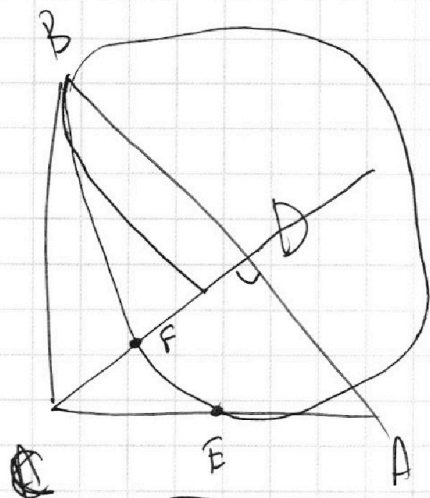
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

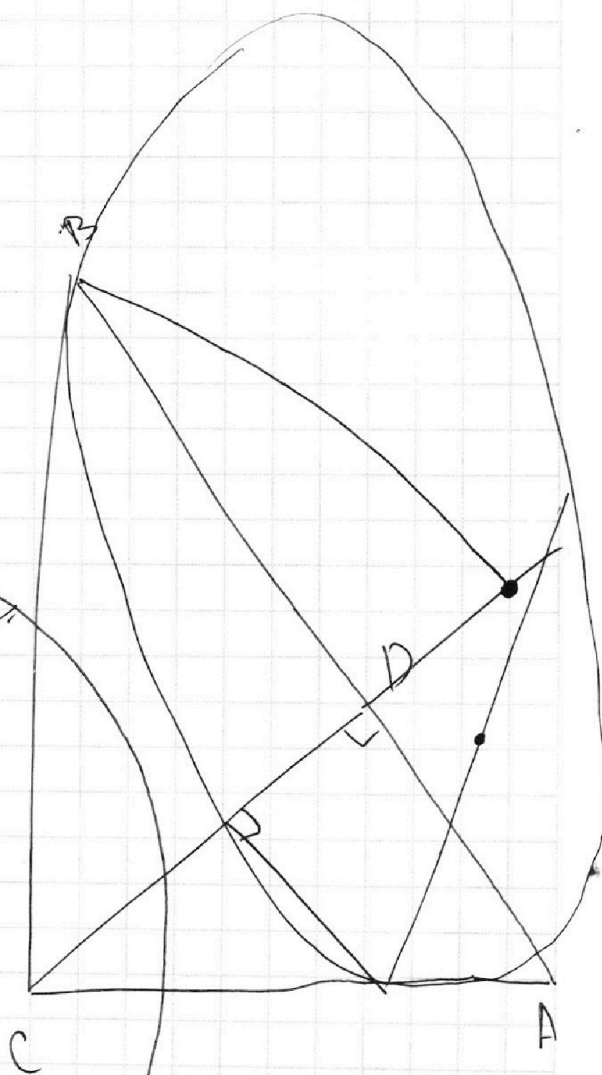
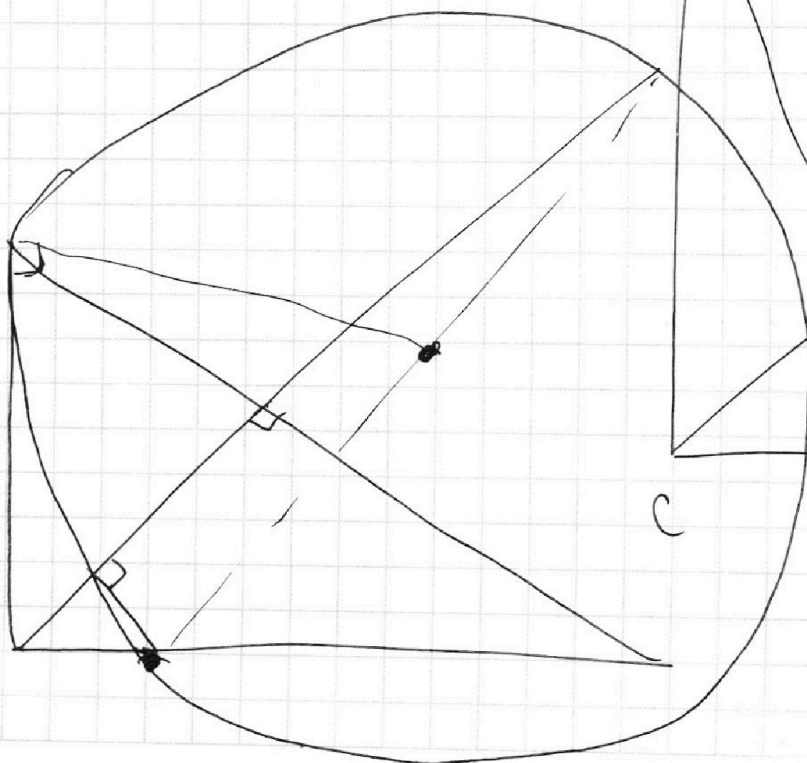
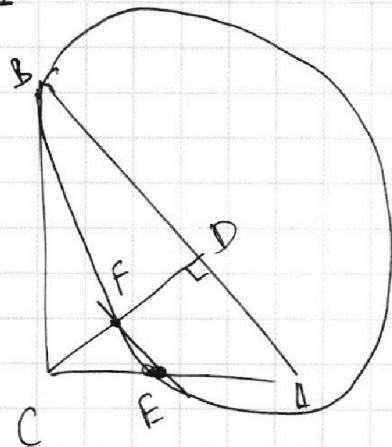
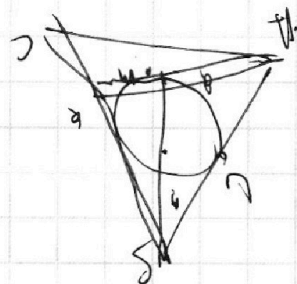
 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$d_1 + d_2 + d_3 \geq 9$$

$$\begin{matrix} 2 & 15 & 18 & 30 \\ & & 3 & 5 \end{matrix}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

