МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой BC в точке B, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке F, а катет AC – в точке E. Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0{,}2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Лист 2.

	a	b	c	
кол-во 2	5	3	9	$\longrightarrow 17$
кол-во 3	8	6	14	$\longrightarrow 28$
кол-во 5	22	0	17	$\longrightarrow 39$

Таким образом мы подобрались к минимальному произведению:

$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

Отв: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \Rightarrow$ минимальное возможное значение выражения: $ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$

$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \Rightarrow$ минимальное возможное значение $bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$

$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \Rightarrow$ минимальное возможное значение $ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

~~По~~ перемножим все числа: $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$

У нас нечётное кол-во троек (3^{55}), а значит при извлечении корня мы столкнёмся ~~с~~ тем, что произведение трёх натуральных чисел даёт иррациональное, что не ~~хо~~ хорошо

Так что произведение трёх минимально возможных ~~в~~ чисел плохо. Значит сделаем, чтобы троек было 56, а для этого нужно где-то на неё домножить. Причём делимость не нарушится

Допустим, что $ac = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{39}$

Тогда теперь ~~попробуем надо~~ $(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{56} \cdot 5^{68} \Rightarrow$

$\Rightarrow abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$

И тут проблема, т.к. ~~ac~~ в $a \cdot c$ пятёрок больше, чем в произведений abc, такого быть не может.

~~т.к. нам нужно~~ Теперь допустим, что $ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{22}$

и допустим, что a содержит произведение 22-х пятёрок, тогда c содержит произведение 17-ти пятёрок

Теперь попробуем выстроить ~~табу~~ таблицу. См. след. лист.

(ЭТО ЛИСТ 1).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Но заметим в (1) и (2) одинаковое соотношение, а именно $\frac{CD}{CF}$.

Это говорит о том, что $k_1 = k_2$. А т.к. $k_1 = \frac{2x}{a}$, а $k_2 = \frac{5x}{EF}$, то

$\frac{2x}{a} = \frac{5x}{EF} \Rightarrow EF = 2{,}5a$

Выразим Ck через a: Зная все стороны $\triangle ABC$ можно найти $\sin\alpha$

он равен $\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{14}}{7}$.

Тогда $Ck = \frac{kF}{\sin\alpha} = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{a \cdot 7}{\sqrt{14}} = \frac{7a}{\sqrt{14}}$. Тогда $Bk = BC - Ck = \sqrt{14}x - \frac{7a}{\sqrt{14}}$

Т.к. Bk – касательная а kE – секущая, то по т. о касательной и секущей: $Bk^2 = kF \cdot kE$; $\left(\sqrt{14}x - \frac{7a}{\sqrt{14}}\right)^2 = 3{,}5a^2$;

$14x^2 - 14ax + \cancel{\frac{49a^2}{14}} = \cancel{\frac{7}{2}a^2} \quad |:14$

$x^2 - ax = 0 \quad |:x \neq 0$

$x = a$ значит $kf = x$; $FE = 2{,}5x$, в частности $FE = \frac{AD}{2} = \frac{5x}{2}$ то есть

FE – ср. линия значит и $CF = FD = \frac{\sqrt{10}x}{2}$.

Тогда $S_{CFE} = \frac{1}{2} \cdot CF \cdot FE = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}x}{2} \cdot \frac{5x}{2} = \frac{5\sqrt{10}x^2}{8}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{14}x \cdot \sqrt{35}x = \frac{7\sqrt{10}x^2}{2}$

Тогда $\frac{S_{ABC}}{S_{CFE}} = \frac{7\sqrt{10}x^2 \cdot 8}{2 \cdot 5\sqrt{10}x^2} = \frac{7 \cdot 4}{5} = \frac{28}{5} = \boxed{5{,}6}$

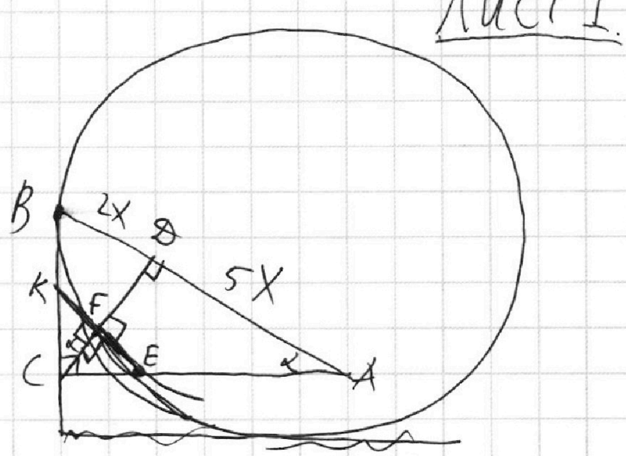
Отв: 5,6.

ЛИСТ 2.

ЛИСТ 1.

Дано: $\triangle ABC$ − прямоугольный
окр. касается BC в т. B
~~окр. A~~ $CD \perp AB$; $AD:DB = 5:2$
окр. $\cap\, CD = F$
окр. $\cap\, AC = E$

$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}}$ − ?



Пусть $DB = 2X$, тогда $AD = 5X$ (из соотношения в условии.

Продлим FE ~~до~~ так, что $FE \cap BC = K$

~~Заметим,~~ Также найдём все стороны $\triangle ABC$:

Пусть $\angle BAC = \alpha$, тогда и $\angle BCD = \alpha$

Заметим, что: $\sin\angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{7X}$ (из $\triangle ABC$) $\Rightarrow \sin\alpha = \frac{BC}{7X}$

$\sin\angle BCD = \frac{BD}{BC} = \frac{2X}{BC}$ (из $\triangle BCD$) $\Rightarrow \sin\alpha = \frac{2X}{BC}$

$\Rightarrow \frac{BC}{7X} = \frac{2X}{BC} \Rightarrow$
$\Rightarrow \underline{BC = \sqrt{14}X}$

Зная, что $AB = 7X$ и $BC = \sqrt{14}X$ по т. Пифагора для $\triangle ABC$ можно найти

AC: $AC = \sqrt{49X^2 - 14X^2} = \sqrt{35}X$.

Тогда высота $CD = \frac{AC \cdot CB}{AB} = \sqrt{10}X$.

Заметим, что $\triangle BCD \sim \triangle KCF$ по двум углам (один общий, второй $= 90°$).

Тогда справедливо следующее: $\frac{BC}{KC} = \frac{CD}{CF} = \frac{BD}{KF} = k_1$ − коэффициент подобия (1)

Причём $\frac{BD}{KF} = \frac{2X}{KF}$. Пусть $KF = a$, тогда $\frac{BD}{KF} = \frac{2X}{a} = k_1$

Также заметим, что и $\triangle ACD \sim \triangle ECF$ по двум углам ($\angle ACD$ − общ., другой $90°$).

Тогда справедливо след.: $\frac{AC}{EC} = \frac{CD}{CF} = \frac{AD}{EF} = k_2$ − ~~Пусть~~ − коэф. подобия. (2)

Причём $\frac{AD}{EF} = \frac{5X}{EF}$ ~~= Пусть~~ $= k_2$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$10\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$, т.к. $\arcsin a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, то $10\arcsin a \in [-5\pi; 5\pi]$,
а значит и $(\pi - 2x) \in [-5\pi; 5\pi]$. $-5\pi \le \pi - 2x \le 5\pi \Rightarrow \cancel{4\pi \le -2x \le 6\pi \Rightarrow}$
$\cancel{\Rightarrow x \in [-3\pi; 2\pi}$ $\Rightarrow -6\pi \le -2x \le 4\pi \Rightarrow$
$\Rightarrow \underline{x \in [-2\pi; 3\pi]}$.

Вспомним, что $\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x)$

Тогда $10(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x)) = \pi - 2x$

$5\pi - 10\arccos(\cos x) = \pi - 2x$

$2\pi - 5\arccos(\cos x) = -x$ (1)

Рассм. различные случаи для переменной x:

1) $x \in [-2\pi; -\frac{3\pi}{2}]$: тогда $\arccos(\cos x) = 2\pi + x \Rightarrow 2\pi - 5(2\pi + x) = -x$;
$-8\pi - 5x = -x \Rightarrow \underline{x = -2\pi \text{ – подх.}}$

2) $x \in (-\frac{3\pi}{2}; -\pi]$: тогда $\arccos(\cos x) = 2\pi + x \Rightarrow x = -2\pi$ – не подх.

Видно, что корни на этих участках совпадают, поэтому легче было брать изначально $x \in [-2\pi; -\pi]$. Будем пользоваться этим дальше:

3) $x \in (-\pi; 0]$: тогда $\arccos(\cos x) = -x \Rightarrow 2\pi - 5(-x) = -x$; $\underline{x = -\frac{\pi}{3} \text{ – подх.}}$

4) $x \in (0; \pi]$: тогда $\arccos(\cos x) = x \Rightarrow 2\pi - 5x = -x$; $\underline{x = \frac{\pi}{2} \text{ – подх.}}$

5) $x \in (\pi; 2\pi]$: тогда $\arccos(\cos x) = 2\pi - x \Rightarrow 2\pi - 5(2\pi - x) = -x$;
$-8\pi = -6x \Rightarrow \underline{x = \frac{4\pi}{3} \text{ – подх.}}$

6) $x \in (2\pi; 3\pi]$: тогда $\arccos(\cos x) = x - 2\pi \Rightarrow 2\pi - 5(x - 2\pi) = -x$;
$12\pi = 4x \Rightarrow \underline{x = 3\pi \text{ – подх.}}$ Далее заканчивается область определения икса.

~~Таким образом~~ Значит все случаи рассмотрены и можно писать ответ.

Отв: $x = \{-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi\}$.

$\begin{cases} x>0 \\ x\neq \frac{1}{2} \\ y>0 \\ y\neq 1. \end{cases}$

$\log_5^4 2x - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3$

$\log_5^4 2x - \frac{3}{\log_5 2x} = \log_{(2x)^3} 5^4 - 3$

$\log_5^4 2x - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3}\log_{2x} 5 - 3 \,|\cdot 3$

$3\log_5^4 2x - \frac{9}{\log_5 2x} = \frac{4}{\log_5 2x} - 9 \,|\cdot \log_5 2x$

$3\log_5^5 2x - 13 + 9\log_5 2x = 0$

$3\log_5^5 2x + 9\log_5 2x - 13 = 0 \ (1)$

$\log_5 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0{,}2 - 3$

$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \log_{y^3} 5^{-1} - 3$

$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3}\log_y 5 - 3 \,|\cdot 3$

$3\log_5^4 y + \frac{12}{\log_5 y} = -\frac{1}{\log_5 y} - 9 \,|\cdot \log_5 y$

$3\log_5^5 y + 13 + 9\log_5 y = 0$

$3\log_5^5 y + 9\log_5 y + 13 = 0 \ (2)$

$(1)+(2):\ 3\log_5^5 2x + 9\log_5 2x \cancel{-13} \cancel{=0}\ 3\log_5^5 y + 9\log_5 y \cancel{+13} = 0 \,|:3$

$\log_5^5 2x + \log_5^5 y + 3(\log_5 2x + \log_5 y) = 0$

Пусть: $\begin{cases} \log_5 2x = t \\ \log_5 y = u \end{cases}$: $t^5 + u^5 + 3(t+u) = 0$, $(t+u)(t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4) + 3(t+u) = 0$

$(t+u)(t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4 + 3) = 0 \ (3)$

~~Ра~~ рассм. $t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4 + 3$ – есть ли у него нули?

Вспомним, что $t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4$ – образован благодаря разложению $t^5 + u^5$, но также мы знаем, что $t^5 + u^5$ имеет единственное действ. решение: $t = -u$, а значит $t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4 \neq 0$, а $t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4 + 3$ уж подавно нулю не равно. Значит у (3) ед. решение $t = -u$, то-есть, используя обратную замену: $\log_5 2x + \log_5 y = 0 \Rightarrow \log_5 2xy = 0$

значит $2xy = 5^0 \Rightarrow \underline{xy = 0{,}5}$

Отв: 0,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab: 2^8 3^{14} 5^{12}$

$bc: 2^{12} 3^{20} 5^{17}$

$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

$ab = 2^8 3^{14} \cdot 5^{12}$

$bc = 2^{12} \cdot 3^{20} 5^{17}$

$ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$ ×

пусть $ac = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{39}$

$\cancel{(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}}$

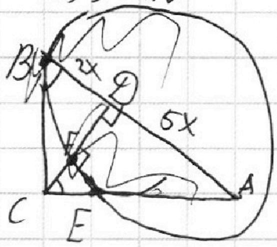
$(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{56} \cdot 5^{68}$

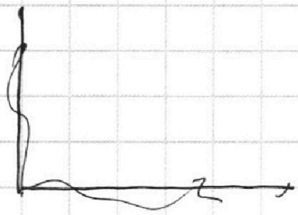
$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$, но при условии, если мы можем найти такие $a, b, c \in \mathbb{N}$

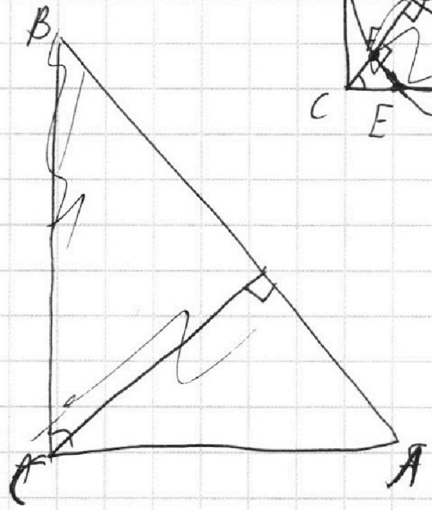
$2: 5; 3; 9$

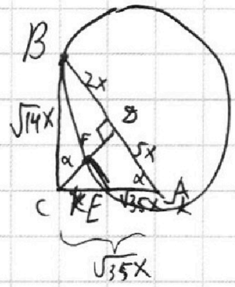
$3: 8; 6; 14$

$5: 22; 0; 17$









$\sin\alpha = \frac{2x}{BC}$

$\sin\alpha = \frac{BC}{7x}$

$\frac{BC}{7x} = \frac{2x}{BC}$

$BC = \sqrt{14}x$

$14x^2 = k(\sqrt{35}x - k)$

$14x^2 = \sqrt{35}kx - k^2 \,|: k^2$

$14\left(\frac{x}{k}\right)^2 - \sqrt{35}\frac{x}{k} + 1 = 0$

$D = 35 -$

$10\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$

$10\left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x)\right) = \pi - 2x$

$5\pi - 10\arccos(\cos x) = \pi - 2x$

$4\pi - 10\arccos(\cos x) = -2x \,|:2$

$2\pi - 5\arccos(\cos x) = -x$

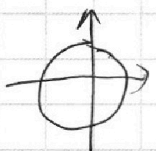
$2\pi - 5\pi = -x$; $x = 3\pi$ – не подх.

$-5\pi \le \pi - 2x \le 5\pi \,|-\pi$

$-6\pi \le -2x \le 4\pi$

$-4\pi \le 2x \le 6\pi$

$-2\pi \le x \le 3\pi$



$x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$; $2\pi - 5\pi = -x$

$x = 3\pi$ – не подх.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$x\in[-\pi;-\frac{\pi}{2}]$: ~~2π−5(x)~~ $2\pi-5\arccos(\cos x)=-x$

$x\in[-2\pi;-\frac{3\pi}{2}]$: $2\pi-5(x+2\pi)=-x$; $2\pi-5x-10\pi=-x$; $4x=-8\pi\Rightarrow x=-2\pi$ — подх.

$x\in[-\frac{3\pi}{2};-\pi]$: $2\pi-5(x+2\pi)=-x$; $x=-2\pi$ — не подх.

$\cancel{t^5-t^4u+t^3u^2-t^2u^3+tu^4+t^4u-t^3u^2+t^2u^3-tu^4+u^5}=t^5+u^5$

$x\in[-\pi;-\frac{\pi}{2}]$: $2\pi-5(-x)=-x$; $x=-\frac{\pi}{3}$ — не подх.

$x\in[-\frac{\pi}{2};0]$: $2\pi-5(-x)=-x\Rightarrow x=-\frac{\pi}{3}$ — подх.

$(t-t_1)(t-t_2)(t-t_3)(t-t_4)=0$

$x\in[0;\frac{\pi}{2}]$: $2\pi-5x=-x\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$ — подх.

$x\in[\pi;\frac{3\pi}{2}]$: $2\pi-5(2\pi-x)=-x\Rightarrow 2\pi-10\pi+5x=-x$; $6x=8\pi\Rightarrow x=\frac{4\pi}{3}$ — подх.

$x\in[\frac{3\pi}{2};2\pi]$: $2\pi-5(2\pi-x)=-x\Rightarrow x=\frac{4\pi}{3}$ — не подх.

$x\in[2\pi;3\pi]$: $2\pi-5(x-2\pi)=-x\Rightarrow 2\pi-5x+10\pi=-x$; $x=3\pi$ — подх.

$\log_5^4 2x-3\log_{2x}5=\frac{4}{3}\log_{8x^3}625-3$

$\log_5^4 y+4\log_y 5=\log_{y^3}0{,}2-3$

$\log_5^4 2x-3\log_{2x}5=\frac{4}{3}\log_{2x}5-3\,|\cdot 3$

$\log_5^4 y+4\log_y 5=\frac{1}{3}\log_y 5^{-1}-3$

$\cancel{\log_5^4 2x-4\log_{2x}5+3=0\,|\cdot\log_5 2x}$

$\log_5^4 y+4\log_y 5=-\frac{1}{3}\log_y 5-3\,|\cdot 3$

$\cancel{\log_5^5 2x+3\log_5 2x-4=0}$

$3\log_5^4 y+13\log_y 5+9=0\,|\cdot\log_5 y$

$3\log_5^4 2x-9\log_{2x}5=4\log_{2x}5-9$

$3\log_5^5 y+9\log_5 y+13=0$

$\cancel{(\log_5 2x-1)}$ $3\log_5^4 2x-13\log_{2x}5+9=0$;

$\cancel{\log_5^5 2x-\log_5^4 2x+\log_5^4 2x+\log_5^3 2x-\log_5^3 2x+}$

$3\log_5^5 2x+9\log_5 2x-13=0$

$\cancel{+\log_5^2 2x-\log_5^2 2x+\log_5 2x+4(\log_5 2x-1)=0}$

$3(\log_5^5 2x+\log_5^5 y)+9\log_5 2xy=0\,|:3$

$\cancel{(\log_5^4 2x+\log_5^3 2x+\log_5^2 2x+\log_5 2x+4)(\log_5 2x-1)=0}$

$\log_5^5 2x+\log_5^5 y+3\log_5 2xy=0$; $\cancel{(\log_5 2x+\log_5 y)(\log_5^4 2x-\log_5^3 2x\cdot\log_5 y}$

$\begin{cases}\log_5 2x=t\\ \log_5 y=u\end{cases}$: $t^5+u^5+3(t+u)=0$, $(t+u)(t^4+t^3u+t^2u^2-tu^3+u^4)+3(t+u)=0$

$(t+u)(t^4-t^3u+t^2u^2-tu^3+u^4+3)=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

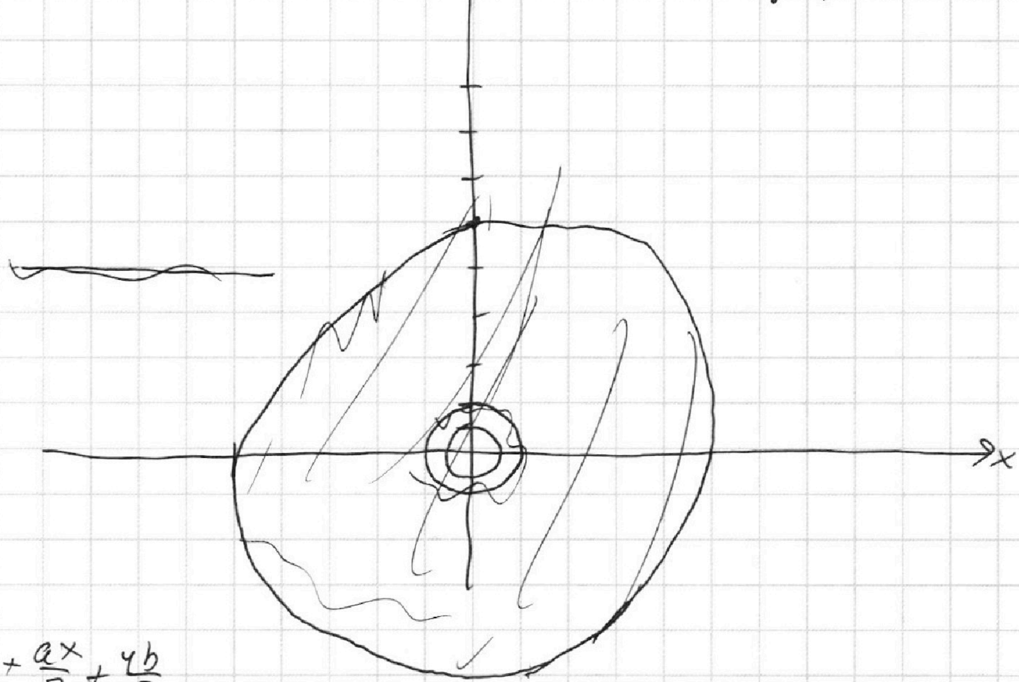
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

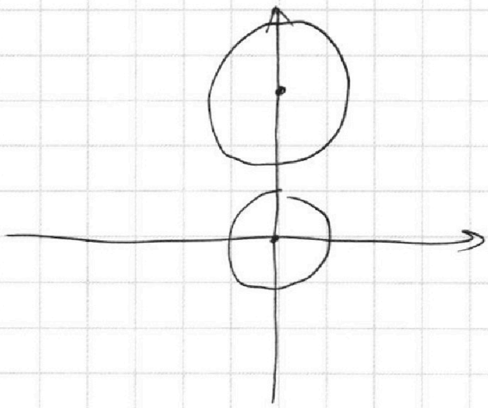
МФТИ

$x^2+y^2-20y+64=0$

$x^2+(y-10)^2=6^2$



$y=+\frac{ax}{3}+\frac{4b}{3}$

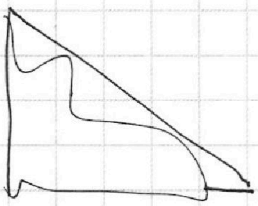


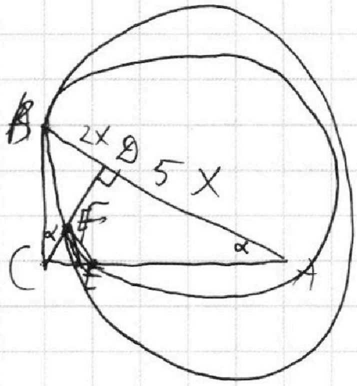
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



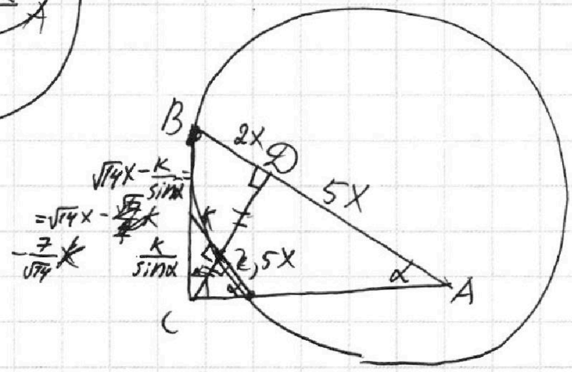


$$\frac{2x}{BC}=\frac{BC}{7x}$$

$$BC=\sqrt{14}x$$

$$\sin\alpha=\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{14}x}{7x}=$$

$$=\frac{\sqrt{14}}{7}$$



$$\left(\sqrt{14}x-\frac{7}{\sqrt{14}}k\right)^2=3{,}5k^2$$

$$14x^2-14kx+\frac{49}{14}k^2=\cancel{3{,}5k^2}$$

$$14x^2-14kx=0$$

$$\cancel{x\neq 0}$$

$$x^2-kx=0$$

$$k=\cancel{x}$$

$$\frac{2x}{k}=\frac{5x}{f}\Rightarrow f=2{,}5k$$

$$CD=\frac{\sqrt{14}x\cdot\sqrt{35}x}{7x}=\frac{\cancel{\sqrt{7}x}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}x\cdot\cancel{\sqrt{7}}}{\cancel{7x}}=\sqrt{10}x$$

$$\frac{\sqrt{10}}{2}x$$

$$S_{CFE}=\frac{1}{2}\frac{\sqrt{10}}{2}x\cdot 2{,}5x=\frac{2{,}5\sqrt{10}x^2}{4}$$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\sqrt{14}x\cdot\sqrt{35}x=\frac{7\sqrt{10}x^2}{2}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CFE}}=\frac{7\cancel{\sqrt{10}x^2}\,4}{2\cdot 2{,}5\cancel{\sqrt{10}x^2}}=\frac{28}{5}=5{,}6$$