



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $a = 2^{a_2} \cdot 3^{a_3} \cdot 5^{a_5}$, $b = 2^{b_2} \cdot 3^{b_3} \cdot 5^{b_5}$,
 $c = 2^{c_2} \cdot 3^{c_3} \cdot 5^{c_5}$, $a_2, a_3, a_5, b_2, b_3, b_5, c_2, c_3, c_5 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

$\in \mathbb{N} \cup \{0\}$. $\forall a, b, c \in \mathbb{N}$.

Тогда: $ab = 2^{a_2+b_2} \cdot 3^{a_3+b_3} \cdot 5^{a_5+b_5}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_2 + b_2 \geq 9 \\ a_3 + b_3 \geq 10 \\ a_5 + b_5 \geq 10 \end{cases}$$

Аналогично, для bc : $\begin{cases} b_2 + c_2 \geq 14 \\ b_3 + c_3 \geq 13 \\ b_5 + c_5 \geq 13 \end{cases}$, для ac : $\begin{cases} a_2 + c_2 \geq 19 \\ a_3 + c_3 \geq 18 \\ a_5 + c_5 \geq 30 \end{cases}$.

Значит: $\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 9 \\ a_2 + c_2 \geq 19 \\ b_2 + c_2 \geq 14 \end{cases} \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 21$.

$\begin{cases} a_3 + b_3 \geq 10 \\ b_3 + c_3 \geq 13 \\ a_3 + c_3 \geq 18 \end{cases} \Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 \geq \frac{41}{2}$
 $\forall a_3, b_3, c_3 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$,

$a_3 + b_3 + c_3 \geq 21$

$\begin{cases} a_5 + b_5 \geq 10 \\ b_5 + c_5 \geq 13 \\ a_5 + c_5 \geq 30 \end{cases} \Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 \geq 27$
 $\forall a_5, b_5, c_5 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$,

$a_5 + b_5 + c_5 \geq 27$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a \cdot b \cdot c \geq 2^{a_2 + b_2 + c_2} \cdot 3^{a_3 + b_3 + c_3} \cdot 5^{a_5 + b_5 + c_5} \\ \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27}$$

$$abc; ac \Rightarrow abc: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 \geq 30$$

$$abc \geq 2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

$$\text{Пример: } a = 2^7 \cdot 3^8 \cdot 5^{10}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^2$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{20}$$

$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

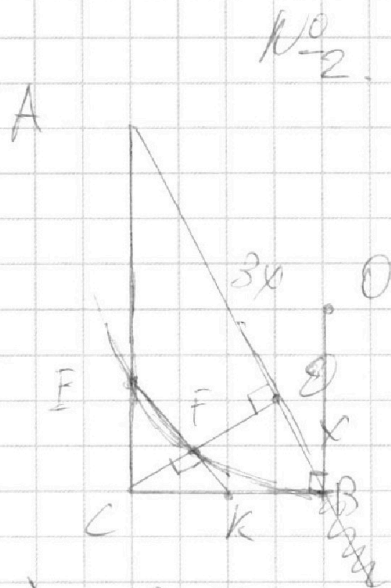
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$
 $\omega(O; R)$
 $\omega \cap BC = B$
 - касательная
 CE - высота
 $\omega \cap CE = F$
 $\omega \cap AC = E$
 $AB \parallel EF$
 $AO:OB = 3:1$



До-и: $EF \perp CB = K$

$EF \parallel AB$

$CB \perp AB$

$\Rightarrow CE \perp EK$

CF - высота $\triangle ECK$

$\triangle ECK \sim \triangle CBK$

2) $\angle CEK = \angle CAD$, $\angle EKE = \angle CBK$
 (по 2-м углам при $EF \parallel AB$ и секущих AC и BC)

$\Rightarrow \triangle CEK \sim \triangle CAD$, $\triangle EKE \sim \triangle CBK$

(по 2-м углам).

$$\frac{CF}{CE} = \frac{EF}{AE} = \frac{KB}{EK} = \frac{FK}{CB}$$

$$\frac{EF}{FK} = \frac{AO}{OB} = 3:1 \Rightarrow KF = \frac{1}{4} KE$$

3) По теореме Птолемея в вписанном CP -треугольнике,

$$KB^2 = KF \cdot KE$$

$$KB^2 = KF^2$$

$$KF = \frac{KB}{2} \quad 2KF = KB$$

4)

У $\triangle ECK$, $\triangle ECF$, $\triangle ECK$ - прямоугольные,

$$\begin{cases} EC^2 + CF^2 = EK^2 \\ EK^2 + CF^2 = CK^2 \\ EK^2 + CE^2 = EC^2 \end{cases} \Rightarrow 2CF^2 + FK^2 + 9FK^2 = 16FK^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$CF = \sqrt{3} FK.$$

$$\tan \angle FCK = \frac{CF}{FK} = \frac{\sqrt{3} FK}{FK}$$

$$\Rightarrow \angle FCK = 30^\circ$$

~~$\angle CKE = \angle CKF = \frac{FK}{\sin 30^\circ} = 2FK$~~
 ~~$BC = BK + CK = 4FK$~~
 ~~$\frac{KC}{BC} = \frac{1}{2}$~~

~~4) $\triangle ABC$ и $\triangle ECK$ по 2-му признаку подобия:
 $\angle CKE = \angle CKF = \angle ECK$ (по условию),
 $\angle C = \angle C$~~

$$\Rightarrow CK = \frac{FK}{\sin 30^\circ} = 2FK.$$

$$BC = BK + CK = 4FK.$$

5) $\triangle ABC$ и $\triangle ECF$ по 2-му признаку подобия ($\angle CFE = \angle CAB$,
 $\angle CEF = \angle CAD$ - отсюда, так как $EF \parallel AB$ и AC).

$$\Rightarrow \frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle ECF)} = \left(\frac{BC}{CF}\right)^2 = \left(\frac{4FK}{\sqrt{3}FK}\right)^2 = \frac{16}{3}$$

ответ: $\frac{16}{3}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{I} \quad \overset{N \neq 3}{\text{arc sin}(\cos x)} = x + \frac{\pi}{2}$$

$$- \text{arc sin}(\cos x)$$

$$\text{arc sin}(\cos x) \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$$

$$\Rightarrow x \in [-3\pi; 2\pi]$$

$$\frac{5\pi}{2} - \text{arc sin}(\cos x) = 2\pi - x.$$

$$\text{I} \quad \text{arc cos}(\cos x) = 2\pi - x.$$

$$\text{I} \quad x \in [0; \pi] \Rightarrow \text{arc cos}(\cos x) = x.$$

$$5x = 2\pi - x$$

$$x = \frac{\pi}{3} \in [0; \pi].$$

$$\text{II} \quad x \in [\pi; 2\pi] \Rightarrow \text{arc cos}(\cos x) = 2\pi - x.$$

$$10\pi - 5x = 2\pi - x.$$

$$x = 2\pi \in [\pi; 2\pi].$$

$$\text{III} \quad x \in [-\pi; 0) \Rightarrow \text{arc cos}(\cos x) = -x$$

$$-5x = 2\pi - x.$$

$$x = -\frac{\pi}{2} \in [-\pi; 0).$$

$$\text{IV} \quad x \in [-2\pi; -\pi) \Rightarrow \text{arc cos}(\cos x) = 2\pi + x$$

$$10\pi + 5x = 2\pi - x$$

$$x = -\frac{4\pi}{3} \in [-2\pi; -\pi).$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\downarrow x \in [-3\pi; -2\pi) \Rightarrow \arccos(\cos x) = -2\pi - x$$

$$-10\pi - 3x = 2\pi - x$$

$$x = -3\pi \in [-3\pi; -2\pi)$$

$$\text{Ответ: } -3\pi; -\frac{4\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; 2\pi.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

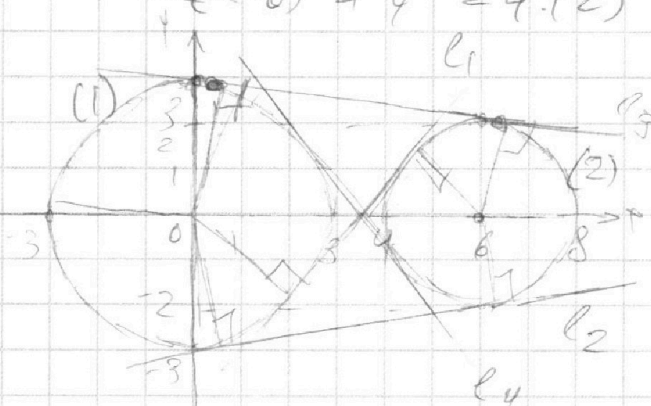


Реш.

$$\begin{cases} ax + 24 - 36 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

$a = 7: \exists 6$ - решение
реш.

$$\begin{cases} y = -\frac{a}{2}x + \frac{36}{2} \\ x^2 + y^2 = 9 \quad (1) \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \quad (2) \end{cases}$$



l_1, l_2, l_3, l_4 - общие кас. продолженные отрезки.

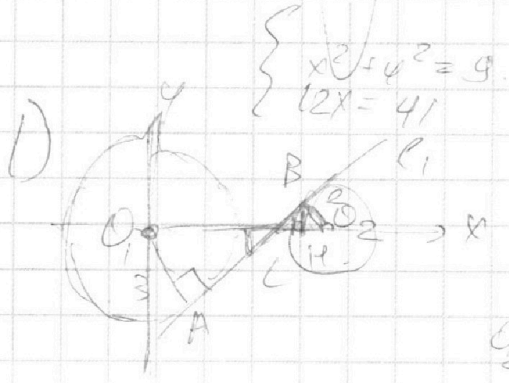
a_1, a_2, a_3, a_4 - их углы касательности.

$$a_1 > a_2 > a_3 > a_4$$

$$a_1 = -a_4, a_2 = -a_3 \text{ (симметрия отн. } Ox)$$

a_1, a_2, a_3, a_4 - различные значения.

$$\begin{cases} y = kx + c \\ x^2 + y^2 = 9 \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \text{ - решение задачи.}$$



$\Delta O_1 A C \sim \Delta O_2 B C$ по 2-м углам

$$\frac{O_1 A}{O_2 B} = \frac{O_1 C}{O_2 C}$$

$$O_1 C = \frac{3}{2} O_2 C \Rightarrow O_1 O_2 = \frac{3}{2} O_2 C = 6$$

$$O_2 C = \frac{12}{5}, O_4 C = \frac{18}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\Rightarrow BC = \sqrt{O_2C^2 - O_2B^2} = \sqrt{\frac{100}{25} - 4} = \frac{2\sqrt{11}}{5}$$

Вн ~~биссектриса~~ ΔO_2BC

$$BK = \frac{O_2B \cdot BC}{O_2C} = \frac{\sqrt{11}}{5}$$

~~$$\Rightarrow \alpha_1 = \dots$$~~

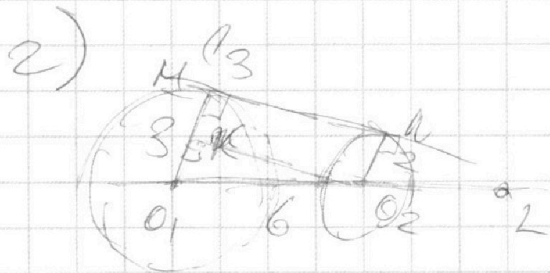
$$\Rightarrow CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{\frac{44}{25} - \frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{33}{25}}$$

~~$$\alpha_1 = \dots$$~~

$$\alpha_1 = \text{tg} \angle BCK$$

$$\alpha_1 = \frac{BK}{CK} = \sqrt{\frac{11 \cdot 9}{9 \cdot 5} \cdot \frac{9}{11}} = \sqrt{\frac{31}{5}}$$

$$\alpha_4 = -\sqrt{\frac{31}{5}}$$



O_1, K, N, O_2 - \perp -линей. треуго.

O_2, K - биссектриса, $O_2K \parallel MN$

~~K, O_1, O_2~~

M, K, O_2, N - \perp -линей.

(\perp -линей MO_1 и NO_2 , \perp -линей MO_2 и NO_1).

$$\Rightarrow MK = KO_2 = 2 \quad \Rightarrow KO_1 = 1.$$

$$KO_2 = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1K^2} = \sqrt{35}$$

$$\alpha_3 = \text{tg} \angle KO_2L = \text{tg} (\angle M - \angle KO_2O_1) = -\text{tg} \angle KO_2O_1 =$$

$$= -\frac{KO_1}{KO_2} = -\frac{1}{\sqrt{35}}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{35}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$N^{\circ} 5$

$$1) \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x 243 - 8.$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 - \frac{5}{2} \log_x 3 + 8 = 0$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3 + 8 = 0$$

Пусть $\log_x 3 = t$. Тогда: ($t \neq 0$)

$$t^4 + \frac{7}{2t} + 8 = 0.$$

$$2t^5 + 7 + 16t = 0$$

$$t^4 + 8 = -\frac{7}{2t}$$

$$t^4 + 8 \geq 0 \text{ при } t > 0$$

$\Rightarrow t < 0$, при $t > 0$ - нет реш.

При $t < 0$, $t^4 + 8 \searrow$, $-\frac{7}{2t} \nearrow$

\Rightarrow Фр-е имеет не более 1 реш на

$t \in (-\infty; 0)$ в силу монотонности

$-\frac{7}{2t}$ - возрастающая, непрерывная на $(-\infty; 0)$.

$$\text{При } t = -\frac{2}{7}, \quad -\frac{7}{2t} = \frac{7}{2} = 1 \frac{1}{2} < t^4 + 8 \leq t^4 + 8.$$

$$\text{При } t = -\frac{1}{8}, \quad -\frac{7}{2t} = 6 \frac{1}{2} > \left(\frac{1}{8}\right)^4 + 8.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Знают, в силу непрерывности, $-\frac{7}{2t}$,

если f принимает значения $-\frac{7}{2t}$ и $t^4 + 8$.

f -л. ур. л. имеет единственное решение

на $(-\infty; 0)$ и не имеет реш. при $t > 0$.

Перейдем к x удобно-рав-бд
т.е. пусть $\log_3 54 = x$ (и наоборот).
Заметим, что $54 = 3^3 \cdot 2$.

$$\log_3^4(54) + 2 \log_3 3 = \log_{254}^3(3^{11}) - 8$$

$$\log_3^4(54) + 2 \log_3 3 - \frac{11}{2} \log_3 3 + 8 = 0$$

$$\log_3^4(54) - \frac{7}{2} \log_3 3 + 8 = 0$$

$$\log_3^4\left(\frac{1}{54}\right) + \frac{7}{2} \log_3\left(\frac{1}{54}\right) + 8 = 0$$

~~log ...~~

Уч. 1), оно g имеет решение x_0 ,
т.ч. $\frac{1}{54} = x_0$ ($x_0 \neq 0$)

$$x_0 \cdot x_0 = \frac{1}{54}$$

x_0, x_0 - ед. решение 1-го уравнения.

Ответ: $\frac{1}{54}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



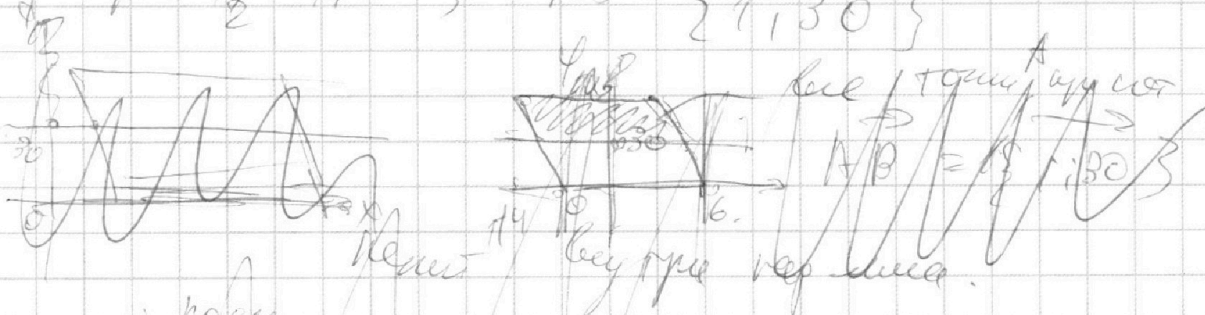
№6.

$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

$$\Rightarrow y_2 - y_1 = -3(x_2 - x_1) + 33$$

$$\vec{AB} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\} = \{x_2 - x_1; -3(x_2 - x_1) + 33\}$$

при $x_2 - x_1 = 1$, $\vec{AB} = \{1; 30\}$



покажем их как-то:

$$(y_2 - 30) + 1 \quad (20 - 1) + 2$$

попр. з. ординат попр. з. абсцисс.

$\{1; 3\}$ - вектор-единица OP и OP .

т.е. $\vec{AB} = \{0; 33\} + (x_2 - x_1) \{1; 3\}$

$\{0; 33\}$ - вектор-единица OQ и OQ .

вектор-единица $\Rightarrow (y_2 - y_1) \in [-3; 23]$

20-е же по x , $(x_2 - x_1) \in [-30; 20]$

$(x_2 - x_1) \in [-3; 20]$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

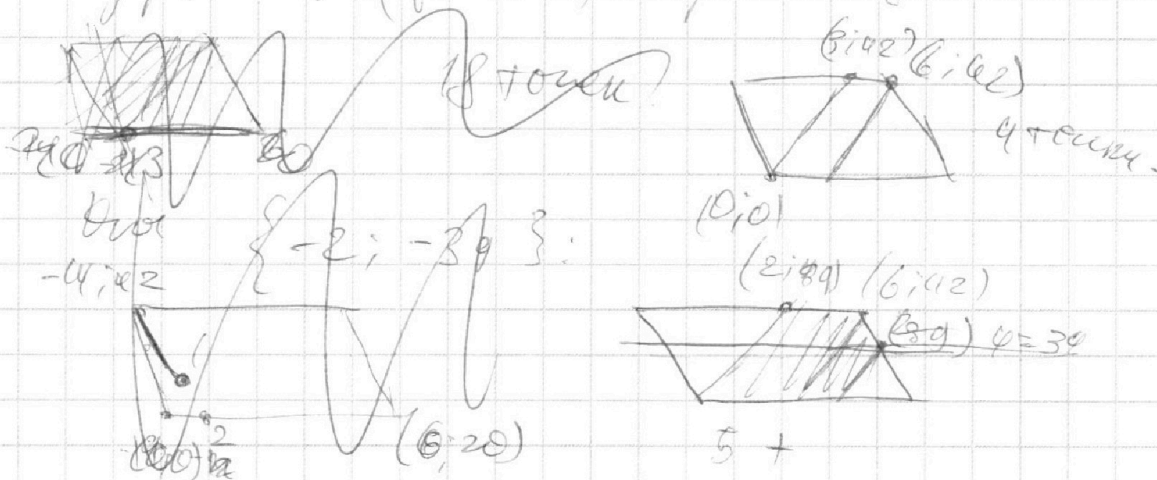


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\mu_0 (\varphi_2 - \varphi_1) = -S,$$

$\{ -2; -42 \}$; π - велич. $\sqrt{42}$ радиуса
 окруж. $OPQR$; $\varphi_1 = 30^\circ$



Ответ: 516



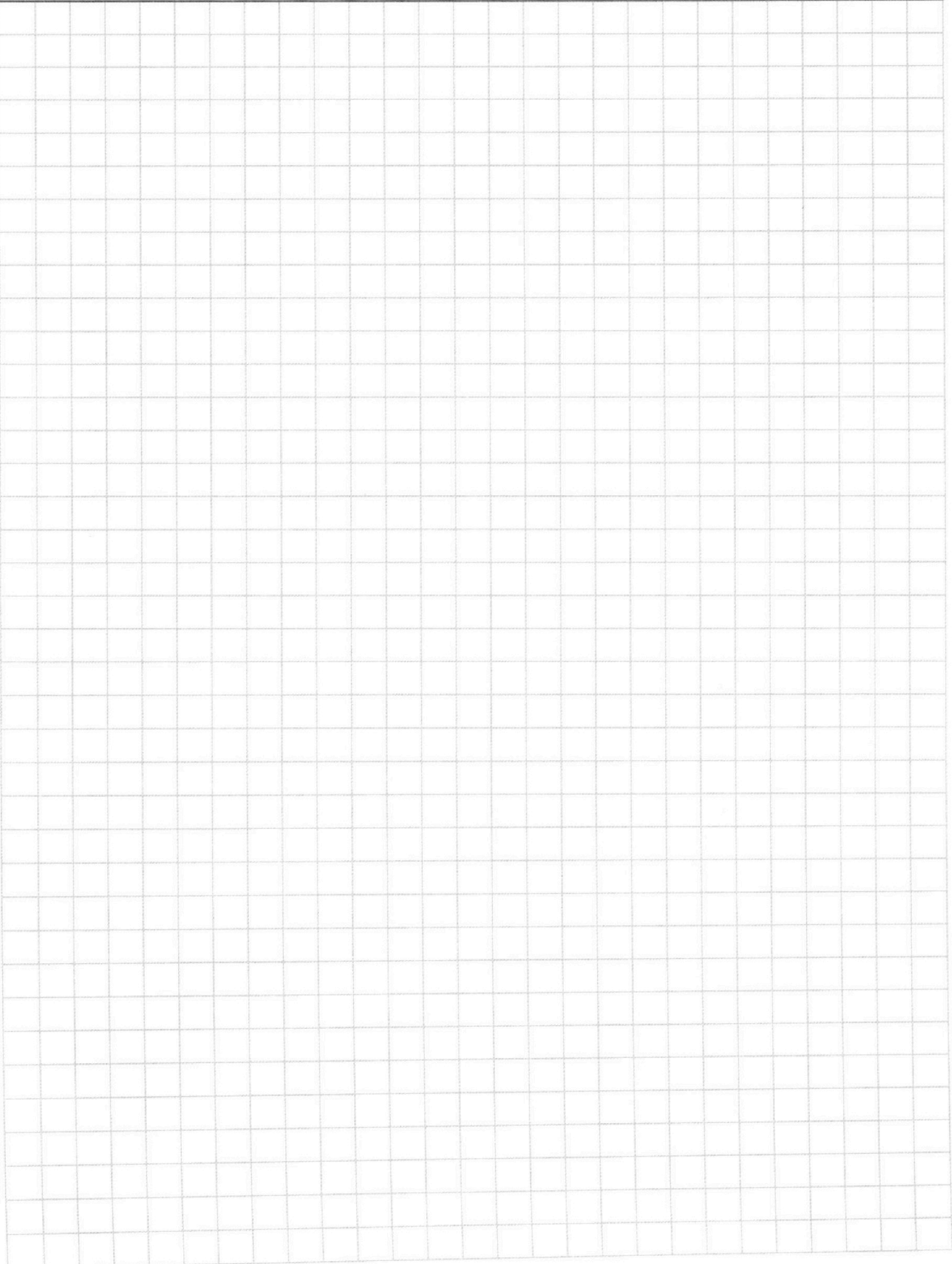
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x 8 \cdot 243 - 8.$

$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \frac{5}{2} \log_3 3 - 8.$

$-1 \dots = 0$

~~42-30~~ $\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3 + 8 = 0.$

$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3 + 8 = 0.$

$2 \log_3^5 x + 16 \log_3 x + 7 = 0.$

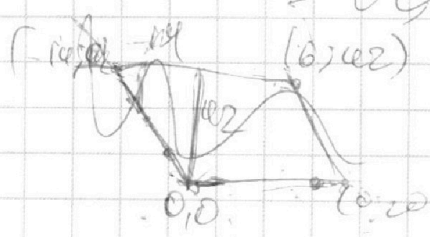
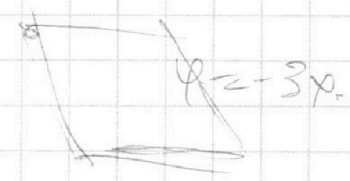
$2 \log_3^4 x + 16 \log_3 x - 7 = 0.$

$(\log_2 4)^2 = 4 \log_2 4$

$(\log_2 4) = 1 \log_2 4 = 2$

$\log_3^4 34 = \frac{7}{2}$

$(\log_2 x)^2 = (-\log_2 x)^2 \cdot x^{\frac{10}{7}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



IV. $x \in [2\pi; -2\pi]$

$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3}$

$-\frac{2\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$

$20\pi + 5x = 2\pi - x$

$x = -\frac{4\pi}{3}$

$\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) =$

V. $y \in [-3\pi; -2\pi]$

$\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$

$-\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3}$

$y_2 + 3x_2 = y_1 + 3x_1 + 2\pi$

$\begin{cases} 0 \cdot x + 2y - 36 = 0 \\ (x^2 + y^2 + 9) \cdot (x^2 + y^2 - 10x - 32) = 0 \end{cases}$

$-2\pi = x \neq x_{\text{cos}}$

$-2\pi - x$

$-10\pi - 5y = 2\pi - x$

$-12\pi = -4y$

$y = 3\pi$

$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right), 2\pi, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}, 3\pi$

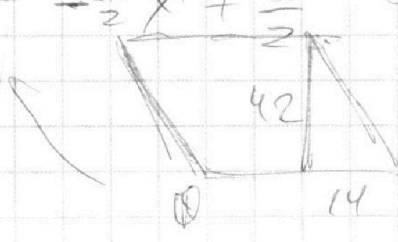
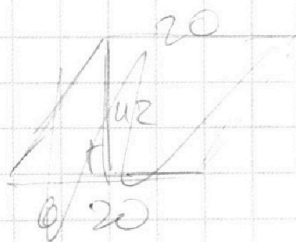
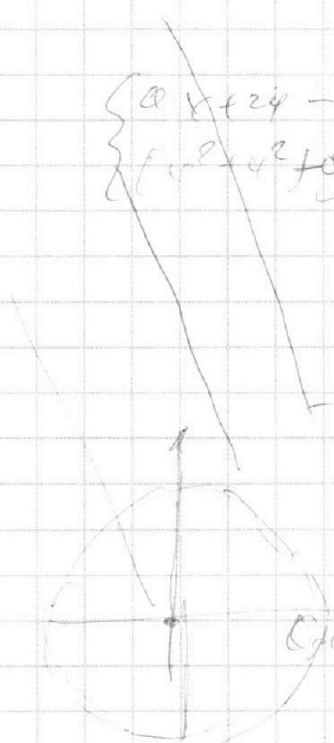
$y_2 = y_1$

$y_2 - y_1 = 3(x_1 - x_2) + 2\pi$

$y = -\frac{4}{2}x + \frac{36}{2}$

$90 - 14 = 2$

$14\sqrt{10}$



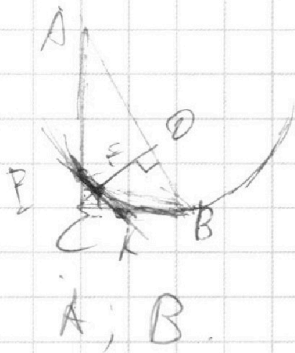
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AO:OP = 3:1$$

$$KB^2 = KF \cdot KE$$

$$KF \cdot KE = :$$

$$AO:OB = EF:FK = 3:1$$

$$KF:KE = 4KF^2$$

$$5 \arcsin(\cos x) \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right] \Rightarrow \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{cases} y_1 = x_2 \\ y_2 = 4x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3\pi + 4x_1 \\ 4x_2 - \pi \end{cases}$$

$$5 \arcsin(\cos x) = \pi + \frac{\pi}{2}$$

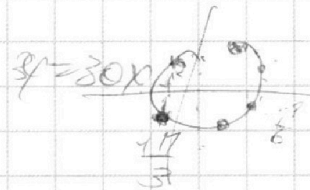
$$[-3\pi; 2\pi] \quad \{1; 30\}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5 \arcsin(\cos x) = \pi + 3\pi \Rightarrow x = 3\pi - x$$

$$5 \arccos(\cos x) = 2\pi - x$$

$$\arccos(\cos x) = \frac{2\pi - x}{5}$$

$$I. \quad x \in [0; \pi]$$



$$\arccos(\cos \frac{4\pi}{3}) = \arccos(-\frac{1}{2}) = \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi - 4\pi}{3}$$

$$\arccos(\frac{3\pi}{5}) = \arccos 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$II. \quad x \in [\pi; 2\pi]$$

$$5(2\pi - x) = 2\pi - x$$

$$y = 2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$III. \quad x \in [-\pi; 0]$$

$$= 5x = 2\pi - x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



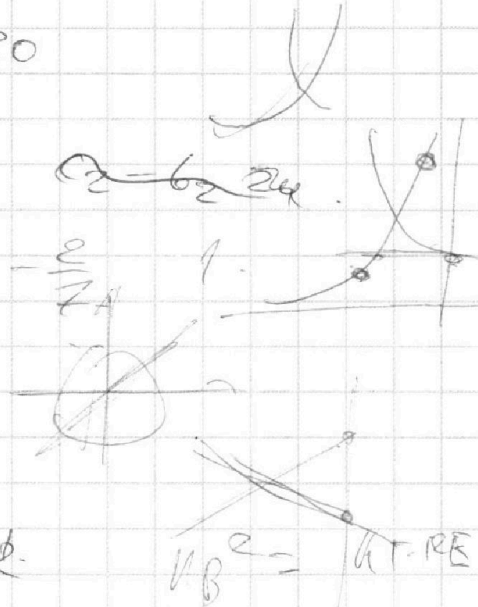
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) $ab : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$
 $bc : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$

$\frac{a}{2} = \frac{1}{18}$

$a = 2^7 \cdot 3^9 \cdot 5^{10}$
 $b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^0$
 $c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{20}$



$a_2 + c_2 \geq 19$
 $2 + 16c = -7$
 $2 + (1^4 + 1) = -7$
 $2 \sqrt{(a+b+c)} \geq 22$

$1^4 + 8 = \frac{-7}{2c}$
 $1 < 0$
 $4a_3 + b_3 \geq 10$
 $b_3 = c_3 \geq 13$

$EA = \frac{1}{2} KE$
 $CA = R$
 $BC = 4R$

$\begin{cases} a^2 + b^2 = 16x^2 \\ c^2 + x^2 = 62 \\ c^2 + 9x^2 = 4R \end{cases}$
 $2c^2 + 10x^2 = 66R$
 $c^2 = 3x^2$
 $c = \sqrt{3}x$

$CF \perp EF$
 $CF = 2FR$