



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .

3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .

а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .

б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~1 Для минимизации  $abc$  как известно, то они состоят только из  $2 \cdot 3 \cdot 5^{k_1 k_2 k_3}$

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3} \quad b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3} \quad c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3} \quad (\text{где } \alpha_k, \beta_k, \gamma_k \in \mathbb{N}_0)$$

, тогда

$$ab: 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 9 \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \alpha_3 + \beta_3 \geq 10 \end{cases} \text{ , аналогично попарно с } bc \text{ и } ac$$

$$\begin{cases} \beta_1 + \gamma_1 \geq 14 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 13 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 13 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_1 + \gamma_1 \geq 19 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 18 \\ \alpha_3 + \gamma_3 \geq 30 \end{cases} \Rightarrow \text{попытаем заметить}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 9 \\ \beta_1 + \gamma_1 \geq 14 \\ \alpha_1 + \gamma_1 \geq 19 \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 13 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 18 \end{cases} \quad \textcircled{3} \begin{cases} \alpha_3 + \beta_3 \geq 10 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 13 \\ \alpha_3 + \gamma_3 \geq 30 \end{cases}$$

$$\Downarrow \\ \alpha_1 = 7, \beta_1 = 2, \gamma_1 = 12$$

минимум

$$\Downarrow \\ \alpha_2 \geq 7,5 \\ \beta_2 \geq 1,5 \\ \gamma_2 \geq 10,5$$

$$\alpha_2 = 8, \beta_2 = 3, \gamma_2 = 11$$

$$\Downarrow \\ \alpha_3 \geq 16,5 \\ \beta_3 \geq -3,5 \\ \gamma_3 \geq 13,5$$

$$\alpha_3 = 14, \beta_3 = 17, \gamma_3 = 0, \text{ так как } \beta_3 = 0, \text{ то } \alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = \alpha_3 + \beta_3 = 30$$

$$abc = 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 3^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2} \cdot 5^{\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3} = 2^{21} \cdot 3^{22} \cdot 5^{31}$$

$$\textcircled{1} \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 21 \quad \textcircled{2} \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 20,5 \\ \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 21 \text{ или } \\ \alpha_2 = 8, \beta_2 = 3, \gamma_2 = 10$$

$$\textcircled{3} \text{ м.к. } \beta_3 \geq 10, \text{ то } \alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 30 \\ \alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = 30 \text{ или } \beta_3 = 0, \alpha_3 = 14, \gamma_3 = 16$$

$$\min abc = 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 3^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2} \cdot 5^{\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3} = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

Ответ:  $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \quad 5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5 \arccos(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$x + 5 \arccos(\cos x) = 2\pi, \text{ м.к.}$$

$$0 \leq 5 \arccos(\cos x) \leq 5\pi, \text{ м.к. } x: -3\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$1) \quad 0 \leq x \leq \pi : x + 5x = 2\pi ; x = \frac{\pi}{3}$$

$$2) \quad \pi < x \leq 2\pi : \arccos(\cos x) = 2\pi - x ; -4x = -8\pi \quad x = 2\pi$$

$$3) \quad -\pi \leq x < 0 : \arccos(\cos x) = -x ; -4x = 2\pi ; x = -\frac{\pi}{2}$$

$$4) \quad -2\pi \leq x < -\pi : \arccos(\cos x) = 2\pi + x ; 6x = -8\pi ; x = -\frac{4\pi}{3}$$

$$5) \quad -3\pi \leq x < -2\pi : \arccos(\cos x) = -x - 2\pi ; -4x = 12\pi ; x = -3\pi$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -3\pi ; -\frac{4\pi}{3} ; -\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{3} ; 2\pi \right\}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



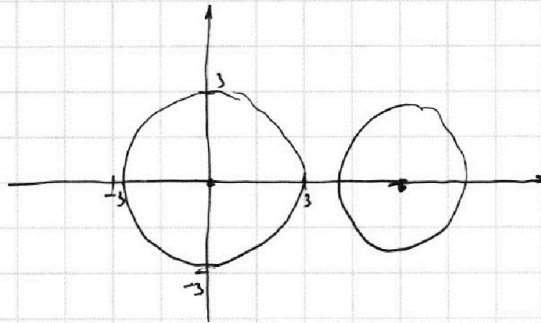
1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 4 \quad \begin{cases} ax + cy - 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - (2x + 3z)) = 0 \end{cases}$$

Второе уравнение - две окружности  $x^2 + y^2 = 9$  и  $(x-6)^2 + y^2 = 4$



Первое уравнение - прямая, которую мы можем вращать ↑ ↓ скалярно, или в, если мы найдем  $a$ , при которых прямая будет касательной к двум окружностям по величине радиусов  $a$  и  $b$ , мы сможем получить 4 пересечения. Найдем эти две  $a$  (они будут противоположны), значит все  $a$  между ними будут подходить.  $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b$ . Радиусы

$$\text{будет при } \frac{-a}{2} = \pm \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \pm \frac{3}{2} = \pm \frac{R_1}{R_2} \quad a = \pm 3, \text{ т.е. как подходит}$$

$a \in (-3; 3)$ , мы сможем получить 4 точки, т.к. параллельно между крайними, одну окружность мы пересекаем, тогда подберем  $b_2$  как  $b_2 \neq b_1 + \epsilon$ , так, то будем пересекать и вторую окружность

Ответ:  $(-3; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \sim 5 \log_3^4 x + 6 \log_3^3 &= \log_3 x^{243} - 8 & \log_3^4(5y) + 2 \log_3^3 &= \log_3 25y^2 - 8 & x > 0, y > 0 \\ & & & & x \neq 1, y \neq \frac{1}{5} \\ \log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_3^3 & \neq 0 & \log_3^4(5y) - \frac{7}{2} \log_3^3 & \neq 0 \\ \log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_3^3 &= \log_3^4(5y) - \frac{7}{2} (\log_3^3) \\ \log_3^4 \frac{1}{x} - \frac{7}{2} \log_3^3 & & \text{Пусть } f(s) = \log_3^4 s - \frac{7}{2} \log_3^3 & \log_3^5 = t, \text{ тогда} \\ \text{Пусть } f(t) = & \text{научаем } f(t) = t^4 - \frac{7}{2}, \text{ возведем в производную} \\ \text{н.к. } \log_3^5 & \text{ научаем } f'(t) = 4t^3 + \frac{7 \cdot 2t^{-2}}{4} = 4t^3 + \frac{14}{4t^2} \\ 4t^3 + \frac{14}{4t^2} = 0 & 4t^5 = -\frac{14}{4} \neq 0 & t = -\sqrt[5]{\frac{14}{16}}, \text{ тогда мы научаем} \\ \text{равенств } \varphi\text{-ий если равны аргументы } & \frac{1}{x} = 5y & xy = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Ответ:  $\left\{ \frac{1}{5} \right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н6

Если нам подходит точка  $(x, y)$ , то подходит ей  $(x, y, +33)$  и все точки, лежащие на прямой с  $k = -3$  и проходящая через  $(x, y, +33)$ ,  
будет двигаться от точки  $(20, 0)$  влево, пока не совпадет с  
точкой  $(9, 0)$  до точки  $(0, 0)$ , будет по 14 точек (пар) (т.к.  $42 \cdot 3 = 14$ ) и.е.  
 $10 \cdot 14 = 140$  пар, также будет и другая часть, т.е. всего пар  $140 \cdot 2 = 280$   
Каждая пара считается 1 раз, т.к. мы считали относительно расположенные  
относительно точки, тогда и было кавтора, когда 2 точки считаются  
2 раза, как одна пара прямой содержащей другую и наоборот

Ответ: 140.43





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 2\beta_2 \log_3 x + \beta_2 - 8 = 0$$

$$\log_3^4 5y - 3,5 \log_3 5y + \beta_2 = 0$$

$$\log_3 x = t$$

$$\log_3 5y = s$$

$$\alpha_2 + \beta_2 = 10$$

$$t^4 + 3,5t + \beta_2 = 0$$

$$s^4 - 3,5s + \beta_2 = 0$$

$$\alpha_2 + \beta_2 = 13$$

$$\alpha_2 - \beta_2 = 5$$

$$t^5 + 16t + 3,5 = 0$$

$$s^5 + 16s - 3,5 = 0$$

$$\alpha_2 = 7,5$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$2s^5 + 16s - 7 = 0$$

$$\beta_2 = 2,5$$

$$\alpha_2 = 7,5$$

$$\beta_2 = 2,5$$

$$t \log_3^5 x + 16 \log_3^4 x = 16 \log_3^5 5y - \log_3^5 5y$$

$$\frac{140}{170} = \frac{13}{6000}$$

$$\log_3^4 x + \frac{3,5}{\log_3^4 x} = \log_3^4 5y - \frac{3,5}{\log_3^4 5y}$$

$$\beta_2 + \frac{1}{2} - 1$$

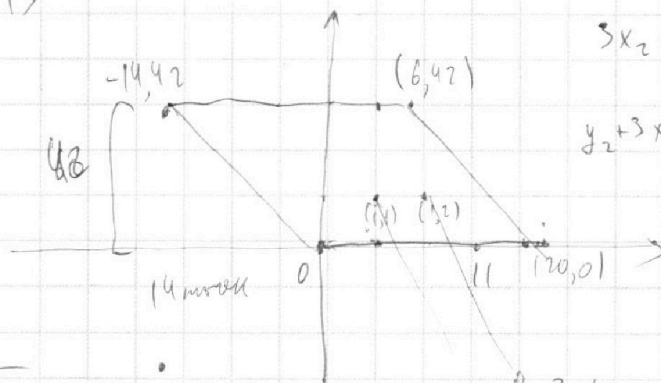
$$\beta_2 = 10$$

$$\alpha_2 - \beta_2 > 18$$

$$2\alpha_2 > 121$$

$$\beta_2 > 110,5$$

20-13



$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

$$y_2 + 3x_2 = y_1 + 3x_1 + 33$$

$$\alpha_3 + \beta_3 > 120$$

$$2\beta_3 > 33$$

$$\alpha_3 > 16,5$$

$$\beta_3 > -3,5$$

$$\alpha_3 > 13,5$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 21$$

$$\alpha + \beta > 10$$

$$\beta + \gamma > 13$$

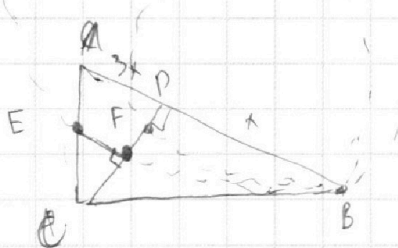
$$\alpha + \gamma > 18$$

$$\alpha - \beta = 8$$

$$2\alpha = 10,5$$

$$\alpha = 7,5$$

$$\beta = 2,5$$



$$\tan = -\frac{1}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + y^2 = 3^2 \quad y = kx + b$$

$$y^2 = 3^2 - x^2 \quad y^2 = k^2 x^2 + 2kbx + b^2$$

$$x^2(k^2 + 1) + x(2bk) + b^2 - R^2 = 0$$

$$D = 0 = 4b^2 k^2 - 4b^2 k^2 - 4b^2 + 4R^2 =$$

$$= 4R^2 - 4b^2 = 0$$

$$b = R$$

$$y = \frac{3}{2}x + b$$

$$x^2 + \frac{9}{4}x^2 - 9 + 3bx + b^2 = 0$$

$$x^2(13) + x(3b) + b^2 - 9$$

$$D = 9b^2 - 13b^2 + 13 \cdot 9 =$$

$$= -4b^2 + 117 = 0$$

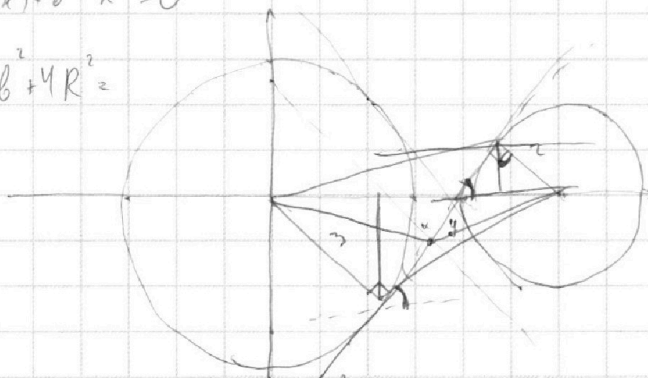
$$b = \frac{3\sqrt{13}}{2} > 3$$

$$\frac{9 \cdot 13}{4} = ?$$

$$D = 4x^2 b^2 - 4(k^2 + 1)(b^2 - 9) =$$

$$= -4b^2 + 36 + 36k^2 = 0$$

$$9k^2 - 4b^2 + 9 = 0$$



$$1) x^2 - 2b^2 + 9 = 0$$

$$64x^2 + 24kb - 7 - 2b^2 = 0$$

$$46k^2 + 24kb - 16 = 0$$

$$23k^2 + 12kb - 8 = 0$$

$$3(3+x) = 2(2+y)$$

$$3x + 9 = 4 + 2y$$

$$3x = 2y - 5$$

$$x = -\frac{2y-5}{3}$$

$$y = \frac{3x+5}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 1 \quad y = kx + 1 - \frac{3k \cdot 1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x^2 + k^2 x^2 + 1 + 2kx = 1$$

$$x^2(k^2 + 1) + x(2k)$$

$$4k^2 - 4k^2 - 4$$

$$(x-b)^2 + y^2 = 2^2$$

$$x^2 - 12x + 32 + k^2 x^2 + b^2 + 2kx + b = 0$$

$$x^2(k^2 + 1) + x(2kb - 12) + 32 + b^2 = 0$$

$$D = 4k^2 b^2 - 4(2kb - 12)(32 + b^2) =$$

$$= -48kb + 144 - 128 - 4b^2 - 128k^2 - 0$$

$$-128k^2 - 48kb + 144$$

$$64k^2 - 24kb - 7 - 2b^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



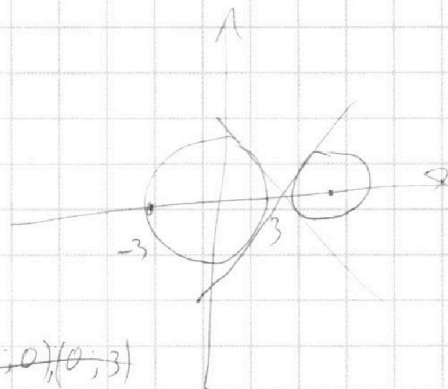
$$\begin{cases} ax+2y-3b=0 \\ (x^2+y^2-9)(x^2+y^2-12x+32)=0 \end{cases}$$

$$y=kx+b$$

$$x^2+y^2=3^2 \quad (x-6)^2+y^2=2^2$$

$$2y=3b-ax$$

$$y=\frac{3b-a}{2}x \quad \frac{3b-c}{2} \cdot \frac{a}{2} = k$$



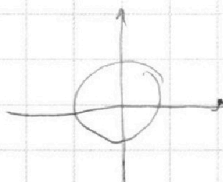
$$x^2+y^2=1 \quad y=x+k$$

$$y^2=1-x^2 \quad y^2=x^2+2kx+k^2$$

$$2x^2+2kx+k^2-1=0$$

$$D=4k^2-4k^2+4=0$$

$$x=\frac{-2k \pm 2}{2} = -k \pm 1$$



$n=5$

$$243=3^5$$

$$x>0 \quad y>0 \quad x \neq 1 \quad y \neq \frac{1}{3}$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_3^3 x = \log_3^2 243 - 8$$

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_3^3 3 = \log_3^2 25y^2 (3^{11}) - 8$$

$$\frac{5}{2} \log_3^3 k$$

$$\log_3^4 x + 3,5 \log_3^3 x - 16 = 0$$

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_3^3 3 = \frac{11}{2} \log_3^3 3 - 8$$

$$t = \log_3^3 x \quad t^2 + \frac{7}{2}t - 16 = 0$$

$$\log_3^5 y - \frac{7}{2} \log_3^4 y = 0$$

$$2t^2 + 7t - 16 = 0 \quad \frac{2}{t^2} + 7t - 16 = 0$$

$$16t^2 + 7t^5 + 2 = 0$$

$$\log_3^4 x + 3,5 \log_3^3 x = \log_3^4 5y - 3,5 \log_3^3 3$$

$$2 - 2 \cdot 7 + 2 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \quad bc: 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \quad ac: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \quad \min abc$$

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3} \quad b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3} \quad c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3}$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \beta_1 &= 9 & \alpha_1 - \beta_1 &= 10 & \alpha_1 &= 12 & \beta_1 &= 7 & \alpha_1 &= 7 \\ \alpha_1 + \gamma_1 &= 19 & \alpha_1 + \beta_1 &= 14 & & & & & & \\ \alpha_1 + \beta_1 &= 14 & & & & & & & & \end{aligned}$$

$$\frac{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1}{2} = \frac{42}{2} = 21 \quad 13 + 10 + 18 = \frac{41}{2} = 21$$

$$\frac{30 + 13 + 10}{2} = \frac{53}{2} = 27 \quad 2^4 \cdot 3^{21} \cdot 5^{27}$$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2} \quad \#$$

$$5 \left( \frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x) \right)$$

$$\frac{5\pi}{2} - x = x + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \pi$$

$$x + 5 \arccos(\cos x) = 2\pi$$

$$0 \leq 5 \arccos(\cos x) \leq 5\pi$$

$$-3\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$0 \leq \arccos \leq \pi$$

$$x + \arccos(\cos x) = 2\pi \quad \pi \leq x \leq 2\pi$$

$$\left[ x + x = 2\pi \right]; \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$\begin{aligned} \beta_3 + \beta_3 &= 20 \\ \beta_3 + \beta_3 &= 13 \\ 2\beta_3 &= 33 \\ \beta_3 &= 16,5 \\ \beta_3 &= -3,5 \end{aligned}$$

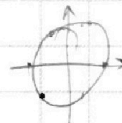
$$1) \quad 0 \leq x \leq \pi \quad 6x = 2\pi \quad x = \frac{\pi}{3} \quad \checkmark$$

$$2) \quad \pi \leq x \leq 2\pi \quad -4x = 2\pi \quad x = -\frac{\pi}{2} \quad \#$$

$$3) \quad -\pi \leq x \leq 0 \quad -4x = 2\pi \quad x = -\frac{\pi}{2} \quad \checkmark$$

$$4) \quad -2\pi \leq x \leq -\pi \quad \arccos(\cos x) = x + 2\pi \quad 6x + 10\pi = 2\pi \quad x = -\frac{8\pi}{6} \quad \checkmark$$

$$5) \quad -3\pi \leq x \leq -2\pi \quad 6x \arccos(\cos x) = -\pi - 2\pi \quad -4x - 10\pi = 2\pi \quad x = -3\pi \quad \checkmark$$



$2\pi - x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_3^3 x = \log_3^4 x^{\frac{643}{2}} - 8$$

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_3^3 = \log_3^4 25y^2 - 3^{11}$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_3^3 + 8 = 0$$

$$\log_3^4 (5y) + \frac{7}{2} \log_3^3 + 8 = 0$$

$$\left( \log_3^4 x - \log_3^4 (5y) \right) = \frac{7}{2} \left( \log_3^3 x + \log_3^3 (5y) \right)$$

$$\frac{1}{\log_3^4 x} + \frac{1}{\log_3^4 (5y)}$$

$$\log_3^4 \frac{1}{x} = \frac{7}{2} \log_3^3 + 8 = 0$$

$$\log_3^4 \frac{1}{5y} - \frac{7}{2} \log_3^3 + 8 = 0$$

$$(t^4 - s^4) = \frac{7}{2} \left( \frac{1}{t} + \frac{1}{s} \right)$$

$$(t^2 - s^2)(t^2 + s^2) = (t-s)(t+s)(t^2 + s^2)$$

$$f(t) = \log_3^4 t - \frac{7}{2} \log_3^3 t - \frac{t^4 - 7}{2t}$$

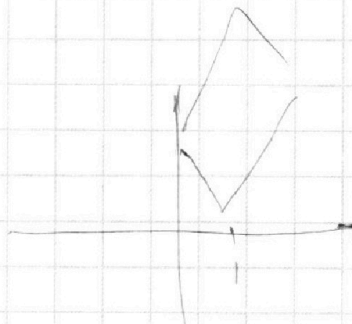
$$(t^2 + s^2)(t-s) = \frac{7}{2ts}$$

$$f'(x) = \frac{4 \log_3^3 t}{t \ln 3} - \frac{7}{2 \ln t^3} = 0$$

$$8 \log_3^3 t - 7 = 0$$

$$\log_3^3 t = \frac{7}{8}$$

$$t = 3^{\frac{7}{8}}$$



$$\frac{1}{x} = 5y$$

$$xy = \frac{1}{5}$$

$$\frac{4 \log_3^3 t}{t \ln 3} - \frac{7}{6 \ln t} = 0$$

$$t^4 - 7 \cdot 2t^{-1}$$

$$4t^3 + \frac{14}{t^2}$$

$$4t^5 + 14$$

$$\frac{1}{t^4} - \frac{7t}{2}$$

$$t = -\frac{14}{4}$$

$$t^{-4} - \frac{7}{2}t$$

$$\frac{-4}{t^5} - \frac{7}{2} = 0$$

$$-\frac{1}{2}t^5 - 4 \quad t^5 = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$



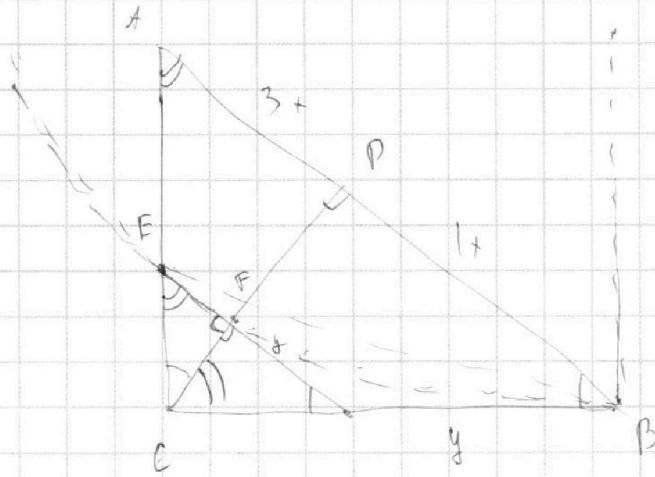
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 t^4 - \frac{7}{2t} & \\
 \frac{7}{2t} - t^4 & = 0 \\
 7 - 2t^5 & \\
 \frac{7t^{-1} - t^4}{2} & \\
 -\frac{7}{2t^2} - 4t^3 & = 0 \\
 4t &
 \end{aligned}$$

