МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{6}3^{13}5^{11}$, bc делится на $2^{14}3^{21}5^{13}$, ac делится на $2^{16}3^{25}5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ \left(x^2 + y^2 - 25\right)\left(x^2 + y^2 + 18y + 77\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3}\frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3}\left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Условие можно переписать так:

(1) $\left.\begin{array}{l} ord_2(a)+ord_2(b)\geq 6 \\ ord_2(a)+ord_2(c)\geq 16 \\ ord_2(b)+ord_2(c)\geq 14 \end{array}\right\} \Rightarrow$ $ord_2(abc) = ord_2(a)+ord_2(b)+ord_2(c) \geq \frac{6+16+14}{2} = 18$

р-во вып. при $ord_2(a)=4$, $ord_2(b)=2$, $ord_2(c)=12$.
(все усл. лин. сист. при этом собл.)

(2) $\left.\begin{array}{l} ord_5(a)+ord_5(b)\geq 11 \\ ord_5(b)+ord_5(c)\geq 13 \\ ord_5(a)+ord_5(c)\geq 28 \end{array}\right\} \Rightarrow$ $ord_5(abc) = ord_5(a)+ord_5(b)+ord_5(c) \geq ord_5(a)+ord_5(c) \geq 28$

р-во вып. при $ord_5(a)=14$, $ord_5(b)=0$, $ord_5(c)=14$.
(все условия линейной сист. при этом собл.)

(3) $\left.\begin{array}{l} ord_3(a)+ord_3(b)\geq 13 \\ ord_3(b)+ord_3(c)\geq 21 \\ ord_3(a)+ord_3(c)\geq 25 \end{array}\right\} \Rightarrow$ $ord_3(abc) = ord_3(a)+ord_3(b)+ord_3(c) \geq \frac{25+21+13}{2} = \frac{59}{2} = 29{,}5$

$\Rightarrow ord_3(abc) \geq 30$
(т.к. $ord_3(abc)\in \mathbb{N}$)

р-во вып. при $ord_3(a)=8$, $ord_3(b)=5$, $ord_3(c)=17$.
(все усл. лин. сист. соблюдены)

Имеем, что $abc \vdots 2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28} \Rightarrow abc \geq 2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$.

$abc = 2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$ подх. под все усл. задачи при $a = 2^4\cdot 3^8\cdot 5^{14}$, $b = 2^2\cdot 3^5$, $c = 2^{12}\cdot 3^{17}\cdot 5^{14}$.

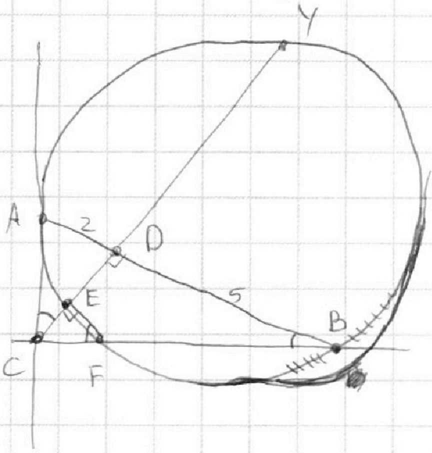
Ответ: $2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 (часть 1)



Обозначим длину AD как 2 у.е., тогда т.к. $\frac{AB}{BD} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{2}{5} \Rightarrow$ длина DB равна 5 у.е. Далее подсчёт длин и площадей будет производиться в у.е. и (у.е.)^2 соотв. и лишний раз упоминаться у.е. не будут.

1) $\frac{AD}{CD} = \frac{DC}{BD} \Rightarrow DC^2 = AD \cdot BD = 10 \Rightarrow DC = \sqrt{10}$ (подобие △ образ. высотой в △)

$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{4+10} = \sqrt{14}$ (теор. Пиф.)

$CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{25+10} = \sqrt{35}$

2) Продлим CE до второго пересеч. Y с окр-тью (AEF).

Тогда $deg(D) = 2 \cdot 5 = AD \cdot BD = ED \cdot DY = (CD - CE) \cdot DY = (\sqrt{10} - CE) \cdot DY$

$deg(C) = AC^2 = 14 = CE \cdot CY = CE(CD + DY) = CE(\sqrt{10} + DY)$

$\Rightarrow$ получаем сист. $\begin{cases} 10 = (\sqrt{10} - CE)DY \\ 14 = CE(\sqrt{10} + DY) \end{cases}$

для удобства $CE = a$, $DY = b$

$\begin{cases} 10 = \sqrt{10}\,b - ab \\ 14 = ab + \sqrt{10}\,a \end{cases} \Rightarrow 24 = \sqrt{10}(a+b) \Rightarrow b = \frac{24}{\sqrt{10}} - a > 0$

$\Rightarrow 14 = a\left(\frac{24}{\sqrt{10}} - a\right) + \sqrt{10}\,a = -a^2 + \left(\frac{24}{\sqrt{10}} + \sqrt{10}\right)a = -a^2 + \frac{34}{\sqrt{10}}a$

$\Rightarrow a^2 - \frac{34}{\sqrt{10}}a + 14 = 0$

$D_a = \frac{34^2}{10} - 4 \cdot 14 = \frac{1156 - 560}{10} = \frac{596}{10}$

$a = \frac{\frac{34}{\sqrt{10}} \pm \sqrt{D_a}}{2} = \frac{\frac{34}{\sqrt{10}} \pm \frac{\sqrt{596}}{\sqrt{10}}}{2} = \frac{17 \pm \sqrt{149}}{\sqrt{10}}$ → $\frac{17 + \sqrt{149}}{\sqrt{10}}$, $\frac{17 - \sqrt{149}}{\sqrt{10}}$

Если $a = \frac{17+\sqrt{149}}{\sqrt{10}}$, то $\overset{\text{т.к.}}{\vee}$ $a < \frac{24}{\sqrt{10}} \Rightarrow 17 + \sqrt{149} < 24 \Rightarrow \sqrt{149} < 7 \Rightarrow 149 < 49 \Rightarrow$

$a \neq \frac{17+\sqrt{149}}{\sqrt{10}} \Rightarrow a = \frac{17-\sqrt{149}}{\sqrt{10}} > 0 \Rightarrow CE = \frac{17-\sqrt{149}}{\sqrt{10}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2 (часть 2)

3) $\Delta ACD \sim \Delta CBD$ (CD – высота в Δ)

$\Delta CEF \sim \Delta CDB$ (EF∥DB и ∠C общий)

$\Rightarrow \Delta ACD \sim \Delta CFE \Rightarrow \dfrac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = k^2_{\text{подобия}} = \dfrac{AD^2}{CE^2} =$

$$\frac{4}{\frac{(17-\sqrt{149})^2}{10}} = \frac{40}{289-34\sqrt{149}+149} = \frac{40}{438-34\sqrt{149}} = \frac{20}{219-17\sqrt{149}}$$

Ответ: $\dfrac{20}{219-17\sqrt{149}}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10} \Leftrightarrow 5\pi - 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 8x = 20\pi k - 4\pi \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \in [0; \pi],\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ \begin{cases} -\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10} \Leftrightarrow -5\pi + 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 12x = 14\pi - 20\pi k \Leftrightarrow x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k \\ -\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k \in [0; \pi],\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} - \frac{5}{2}\pi k + \frac{\pi}{2} + 2\pi k \in [0; \pi],\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k \\ -\frac{\pi}{2} + \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k + 2\pi k \in [0; \pi],\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \pi - \frac{\pi k}{5} \in [0; \pi],\ k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 1 - \frac{k}{5} \in [0; 1],\ k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi k}{3} \in [0; \pi],\ k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{k}{3} \in [0; 1],\ k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow k \in \{0; 1; -1; -2\}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2},\ k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\} \\ x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi k}{3},\ k \in \{-2; -1; 0; 1\} \end{array}\right.$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z},\ k \in [0; 5] \\ x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi k}{3},\ k \in \mathbb{Z},\ k \in [-2; 1] \end{array}\right.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

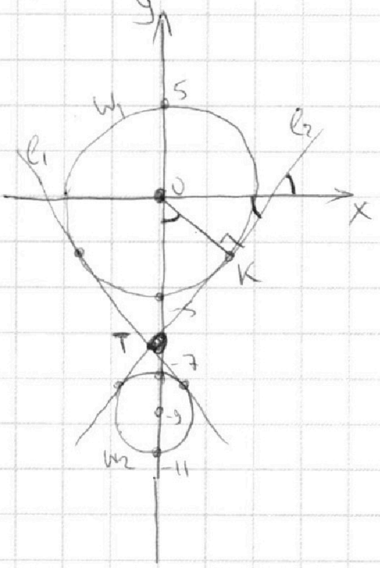
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4 (часть 1)

Второе ур-ние: $\left[\begin{array}{l} x^2+y^2=25 \\ x^2+y^2+18y+81=81-77 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+y^2=25 \\ x^2+(y+9)^2=4 \end{array}\right.$ —

две окр-ти с ц. $(0;0)$ и $r=5$ и с ц. $(0;-9)$, $r=2$.



Если $a=0$, то первое ур-ние — вертикаль прямая. Тогда $5x-b=0 \Leftrightarrow x=\frac{b}{5}$. $b=0$ подходит. ($b=0$ это OY)

Пусть $a\neq 0 \Rightarrow$ первое ур-ние представимо в виде

$6ay=b-5x \Leftrightarrow y=-\frac{5}{6a}x+\frac{b}{6a}$

Проведем 2 касат. l_1 и l_2, которые внутр. образом касаются окр-тей, l_1 имеет отриц. наклон, а l_2 — положит. Они пересек. в точке $T\in OY$ в силу симм. относит. OY.

Пусть O_1 — центр окр-ти w_1 с ц. $(0;0)$ и $r=5$, а O_2 — центр окр-ти w_2 с ц. $(0;-9)$ и $r=2$.

Тогда $\frac{O_1T}{O_2T}=\frac{r_1}{r_2}=\frac{5}{2} \Rightarrow O_1T=\frac{5}{2}O_2T$

также $O_1T+TO_2=9 \Rightarrow \frac{7}{2}O_2T=9 \Rightarrow O_2T=\frac{18}{7}$

$\Rightarrow O_1T=9-\frac{18}{7}=\frac{63-18}{7}=\frac{45}{7} \Rightarrow T(0;-\frac{45}{7})$

Пусть l_2 касат. w_1 в $K \Rightarrow OK^2+KT^2=TO_1^2$ (теор. Пифаг., $\angle OKT=90°$ в силу касан.)

$\Rightarrow TK^2=O_1T^2-O_1K^2=\frac{45^2}{49}-r_1^2=\frac{45^2}{49}-25=\frac{45^2-35^2}{7^2}=\frac{10\cdot 80}{49}=\frac{800}{49}$

$\Rightarrow TK=\frac{\sqrt{800}}{7}=\frac{20\sqrt{2}}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (часть 2)

Коэф. наклона $l_2 = tg\angle(l_2; OX) = tg\angle TO_1K$

(в силу подобия Δ образ. высотой в Δ)

$= \frac{TK}{O_1K} = \frac{\frac{20\sqrt{2}}{7}}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

В силу симм. l_1 и l_2 отн. OY, коэф. наклона $l_1 = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

Вернёмся к прямой Г ур-ния $y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$.

Пусть $-\frac{5}{6a} \in \left[\frac{4\sqrt{2}}{7}; \frac{4\sqrt{2}}{7}\right]$. Тогда проведя прямую с данным наклоном через T (сделать это можно, т.к. $\frac{b}{6a}$ может быть любым и мы можем провести данную прямую с наклоном $-\frac{5}{6a}$ через любую точку на OX). Тогда, в силу $-\frac{5}{6a} \in \left[\frac{4\sqrt{2}}{7}; \frac{4\sqrt{2}}{7}\right]$, прямая Г ур-ния будет более пологой, чем касат., по отношению к OX, и не пересек. ни одну окр-ть, или в точности совп. с одной из касательных. Если пересек. 0, то двигая прямую с фикс. наклоном вверх, мы не сможем пересечь ω_2 и наоборот. Мы не сможем пересечь её с обеими окр-тями и получить 4 пересеч. (и 4 реш. сист.). Аналогично с касательной: при сдвиге вверх/вниз, она моментально перестаёт касаться одной из окр-тей.

Значит, $-\frac{5}{6a} \in \left(-\infty; -\frac{4\sqrt{2}}{7}\right) \cup \left(\frac{4\sqrt{2}}{7}; +\infty\right)$. В таком

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4 (часть 3)

случае, проведя прямую I ур-ния через T, она будет более резкой чем обе касат. и пересечёт обе окр-ти причём по 2 раза, а значит такой пар. b можно будет подобрать.

~~Итак~~ Итого имеем:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7}, a \neq 0 \\ -\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{a} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{6}{5}, a \neq 0 \\ \frac{1}{a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{6}{5}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{a} > \frac{24\sqrt{2}}{35}, a \neq 0 \\ \frac{1}{a} < -\frac{24\sqrt{2}}{35}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < a < \frac{35}{24\sqrt{2}} \\ 0 > a > -\frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right).$$

Ответ: $\left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

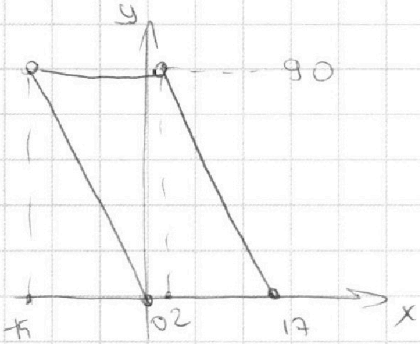
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6



условие $6x_2-6x_1+y_2-y_1=48$

$\Leftrightarrow y_2=(48+y_1+6x_1)-6x_2$ — прямая с накл. -6 с пар-рами y_1, x_1, причём пересеч. в $0X$ — целочисленное.

Также и границы п-мма имеют накл. -6: $y=-6x$, $y=102-6x$.

Имеем, что точки, кот. удовл. нашему усл., это попросту точки лежащие на отрезках вида $y=k-6x$, $k\in\mathbb{Z}$, $y\in[0;90]$.

Осталось посчитать сколько целочисл. точек на каждом из 91 таком отрезке, и задача решена.

Заметим, что при $k_1 \underset{6}{\equiv} k_2$, на отрезках $y=k_1-6x$, $y=k_2-6x$ $(y\in[0;90])$ будет одинаковое количество точек, т.к. эти точки были сдвинуты на вектор $(1;0)$ и целочисл. точек не поменялось.

Всего 16 отр. с $k\underset{6}{\equiv}0$, и по 15 отр. всех ост. k.

На отрезке вида $k\underset{6}{\equiv}0$ столько же, сколько и на отр. $y=-6x$ $(y\in[0;90])$. Подойдёт любой $x\in\mathbb{Z}$ и $0\le-6x\le90$ и никакой другой x. Всего 16 точек.

Аналогично рассуждая имеем для отр. $k\underset{6}{\equiv}1$ и ост. по 15 точек.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6 (-часть

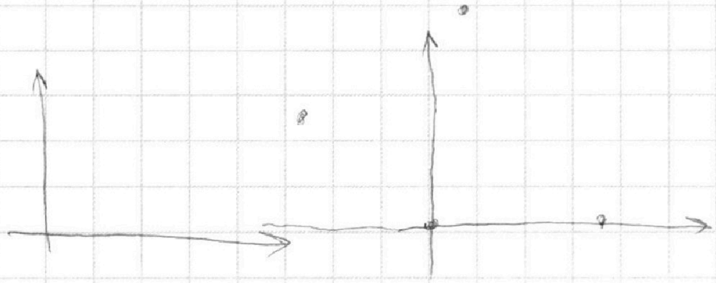
Осталось только посчитать сколько точек будет подходить y_1, x_1 для каждого $k = 48+y_1+6x_1 \in [0;90]$. Положив каждый x_1, мы сразу определяем $y_1 = 48+k-6x_1$ однозначно, т.е. каждый k предств.

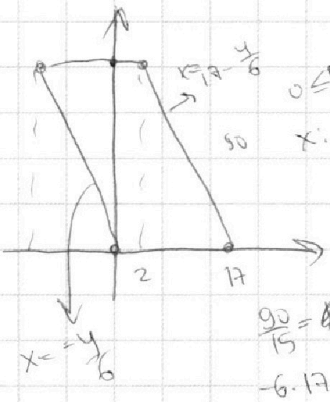
Узная кол-во способов предств. k как $48+y_1+6x_1$ мы умножим каждое такое число на (6 (при $k \equiv_6 0$) и 15 (при $k \not\equiv_6 0$), сложим, и получим ответ.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





$0 \le y \le 90$

$x: y = -6x + 6\cdot 17$

$6x = 6\cdot 17 - y$

$x = 17 - \frac{y}{6}$

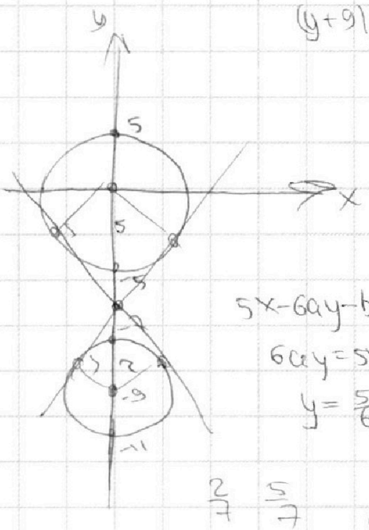
$\frac{90}{15} = 6$

$-6\cdot 17 + b = 0$

$x\frac{17}{6}$

$y_2 - y_1 = 6$

$(y+9)^2 + x^2 = 81-77 = 4$



$a \neq 0$

$5x - 6ay - b = 0$

$6ay = 5x - b$

$y = \frac{5}{6a}x - \frac{b}{6a}$

$\frac{2}{7}$ $\frac{5}{7}$

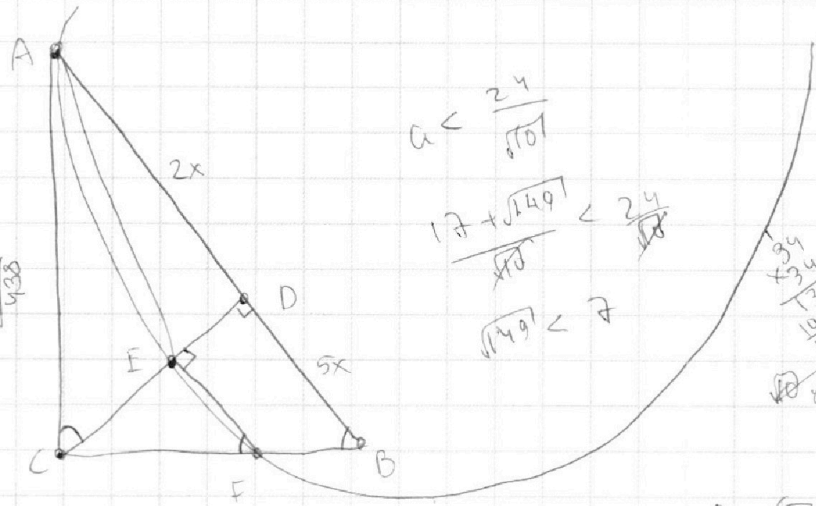
$5+\frac{4}{7}$
$2+\frac{10}{7}$ $\}$ 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a < \frac{24}{\sqrt{10}}$

$\frac{17+\sqrt{149}}{\sqrt{10}} < \frac{24}{\sqrt{10}}$

$\sqrt{149} < 7$

$D = \frac{34^2}{10} - 4\cdot 14 = \frac{34^2 - 560}{10} = \frac{596}{10}$

$a = \frac{\frac{34}{\sqrt{10}} \pm \frac{\sqrt{596}}{\sqrt{10}}}{2}$

$34 \cdot 34 = 1156$

$1156 - 560 = 596$

$CE^2 - \left(\sqrt{10} + \frac{\sqrt{6}}{5}\right) CE + 14 = 0$

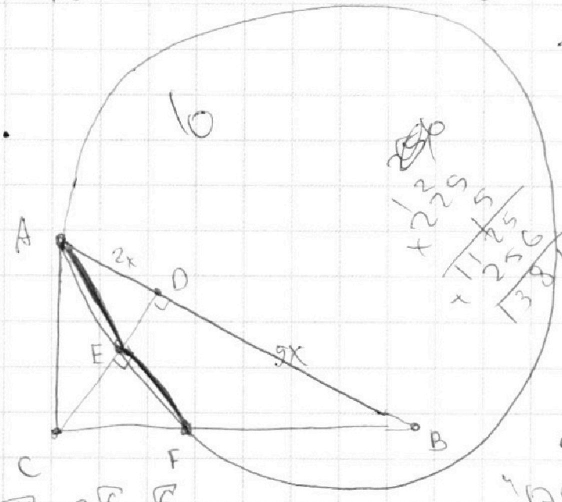
$26 \cdot 26 = 676$

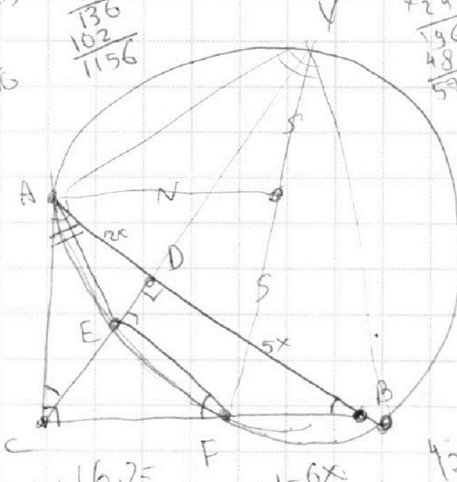
$\frac{AB}{BD} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{2}{5}$

$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}}$

$10 \cdot 58 = 580$

$24 \cdot 24 = 576$





17

$\frac{\sqrt{24}}{10} = \frac{2\sqrt{6}}{10} = \frac{\sqrt{6}}{5}$

$17 \cdot 6 = 102$

$15\cdot 4 + 16\cdot 25$

$y = 1 - 6x$

$17 \cdot 17 = 289$

$\frac{90}{6} = 15$

$24 = \sqrt{10}(DY + CE) \to DY = \frac{\sqrt{24}}{10} - CE$

$14 = CE \cdot \left(\sqrt{10} + \frac{\sqrt{24}}{10} - CE\right) = -CE^2 + \left(\sqrt{10} + \frac{\sqrt{6}}{5}\right) CE$

$10 = \sqrt{10}\, DY - CE \cdot DY$

$14 = \sqrt{10}\, CE + CE \cdot DY$

$360^\circ - 90^\circ - (180^\circ - 2\beta) = 90^\circ + \alpha - \beta$

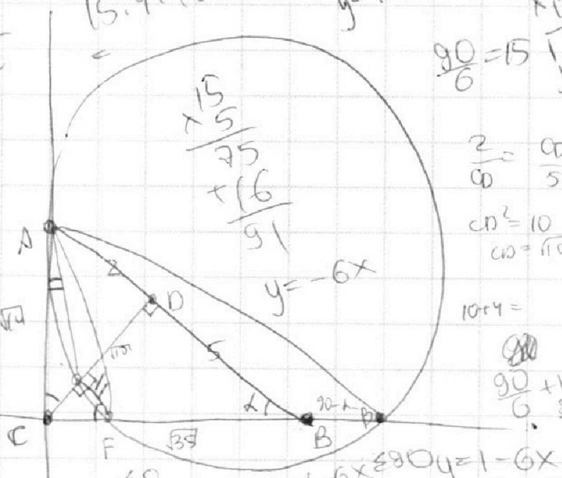
$90 - \alpha - \beta$

$15 \cdot 5 = 75$, $75 + 16 = 91$

$\frac{2}{CD} = \frac{CD}{5}$

$CD^2 = 10$

$CD = \sqrt{10}$



$\frac{90}{6} + 1 = 16$

$\begin{cases} 10 = ED \cdot DY = (\sqrt{10} - CE) DY \\ 14 = CE \cdot CY = CE \cdot (\sqrt{10} + DY) \end{cases}$

$x \le 0$, $x \ge -14$

$0 \le 1 - 6x \le 90$, $y = 1 - 6x$

$x \ge -\frac{89}{6} = -14\frac{5}{6}$

$14 = CE \cdot CY = CE(CE + ED + DY)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab \vdots 2^6 3^{13} 5^{11}$

$bc \vdots 2^{14} 3^{21} 5^{13}$

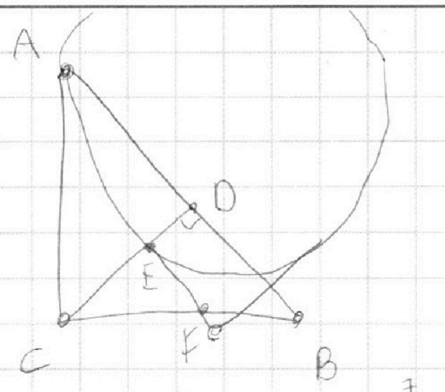
$ac \vdots 2^{16} 3^{25} 5^{28}$

$abc \to \min$

2: $a+b=6$, $b+c=14$, $a+c=16$; $a+b+c=18$; $c=12$, $a=4$, $b=2$

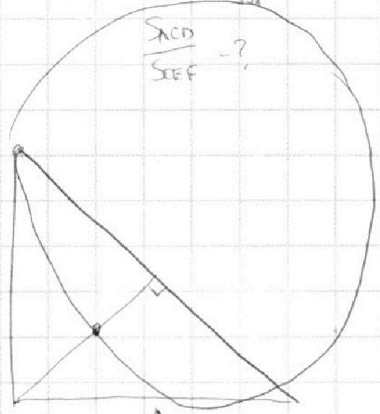
3: $a+b \geq 13$, $b+c \geq 21$, $a+c \geq 25$; $2(a+b+c)=59$; 60, 30; $a=8$, $b=5$, $c=17$

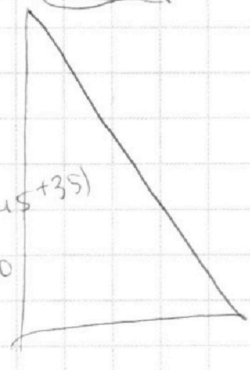
5: $a+b=11$, $b+c=13$, $a+c=28$; $a+b+c=\frac{52}{2}=26$; $b=2$, $c=15$, $a=13$



$AB \parallel EF$ $\quad \frac{AB}{BD} = 1{,}4 = \frac{7}{5}$

$\frac{S_{ACD}}{S_{EEF}} - ?$





$10\arccos(\sin x) < 9\pi - 2x$

$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi-2x}{10}$

$\frac{45^2}{\pi^2} - 25^2 =$

$(45-35)(45+35)$

$= 10 \cdot 80$

$\arccos(\sin x) =$

при $x \in [0;\pi]$

$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2}-x)) =$

$= \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k$ $\quad -\frac{\pi}{2}+x+2\pi k = \frac{9\pi-2x}{10}$

или $-\frac{\pi}{2}+x+2\pi k$ $\quad -5\pi+10x+20\pi k = 9\pi - 2x$

$T(-5 - \frac{10}{7})$

$= -\frac{45}{7}$

$63 - 18 = 45$

$\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k = \frac{9\pi-2x}{10}$ $\quad 12x = 14\pi - 20\pi k$

$x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k$

$5\pi + 20\pi k - 10x + 2x - 9\pi = 0$ $\quad k=0$ $\quad -\frac{\pi}{2} + \frac{7}{6}\pi + 2\pi k - \frac{5}{3}\pi k$ $\quad 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$

$8x = -4\pi + 20\pi k$

$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k$ $\quad \frac{5}{2}k \in [0;1]$ $\quad -\frac{3\pi}{6}$ $\quad = \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi k}{3} \in [0;\pi]$

$\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \in [0;\pi] \Rightarrow \frac{5}{2}\pi k + 2\pi k \in [0;\pi]$ $\quad \frac{6\pi k - 5\pi k}{3}$ $\quad \frac{2}{3} + \frac{k}{3} \in [0;1]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

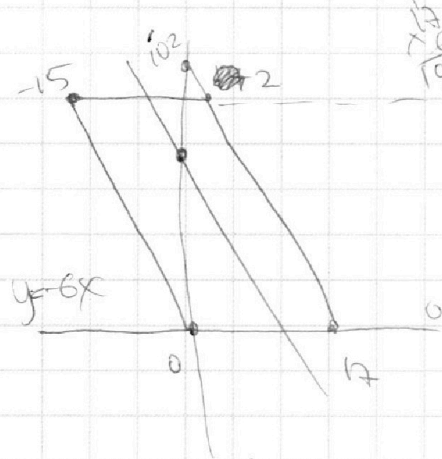
$\log_{x^3}(11^{-2}) = -\frac{2}{3}\log_x(11) = \frac{-\frac{2}{3}}{\log_{11} x}$

$0{,}5y \to a$

$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 - \log_{x^3}\frac{1}{121} = \log_{11}^4(a) + \log_a 11 - \log_{a^3} 11^{-13}$

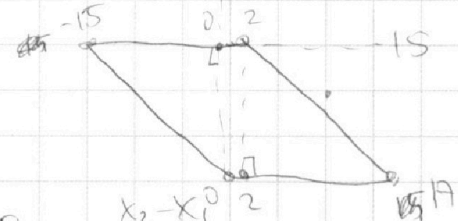
$-5 = \log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} + \frac{2/3}{\log_{11} x} = \log_{11}^4 a + \frac{1}{\log_{11} a} + \frac{13/3}{\log_{11} a}$

$\log_{11}^4(xa)$



$17 \cdot 6 = 102$

$x_2 - x_1 = 8$



$x_2 - x_1^0$

$y_2 - y_1 = 8$

$x_2 - x_1 \in [32; 32]$

$y_2 - y_1 = 48 - 6(x_2 - x_1) \in [90; 90]$

$(0;2)$

$y_2 - y_1 = 48 - 6(x_2 - x_1)$

$y_2 = (48 + y_1 + 6x_1) - 6x_2$

$48 - 6(x_2 - x_1) \geq -90$

$6(x_2 - x_1) \leq 138$

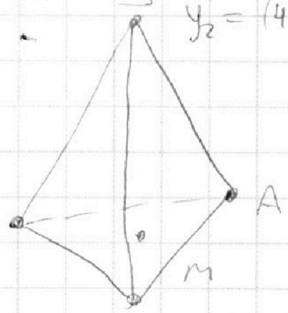
$x_2 - x_1 \leq 23$

$48 - 6(x_2 - x_1) \leq 90$

$-42 \leq 6(x_2 - x_1)$

$x_2 - x_1 \geq -7$

$x_2 - x_1 \in [-7; 23]$



$y = \ldots - 6x$

— 16 точек уголки.

$6(a_2 - a_1)$

$y = k - 6x$

$k \in [0; 102]$

$x = \frac{k}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!