



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформить **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**

$$y = a + 10b \quad BC = R \sin \alpha$$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = 2R$$

$$2 - 2x = (2 - 2x) (\sqrt{2^2 - 5x + 3} + \sqrt{2^2 + 2x + 1})$$

$$-2x + 2$$

$$\frac{\sqrt{2^2 - 5x + 3} - \sqrt{2^2 + 2x + 1}}{2 - 2x - 1} = 2 - 2x$$

$$\sqrt{2^2 - 5x + 3} - \sqrt{2^2 + 2x + 1} = 2 - 2x$$

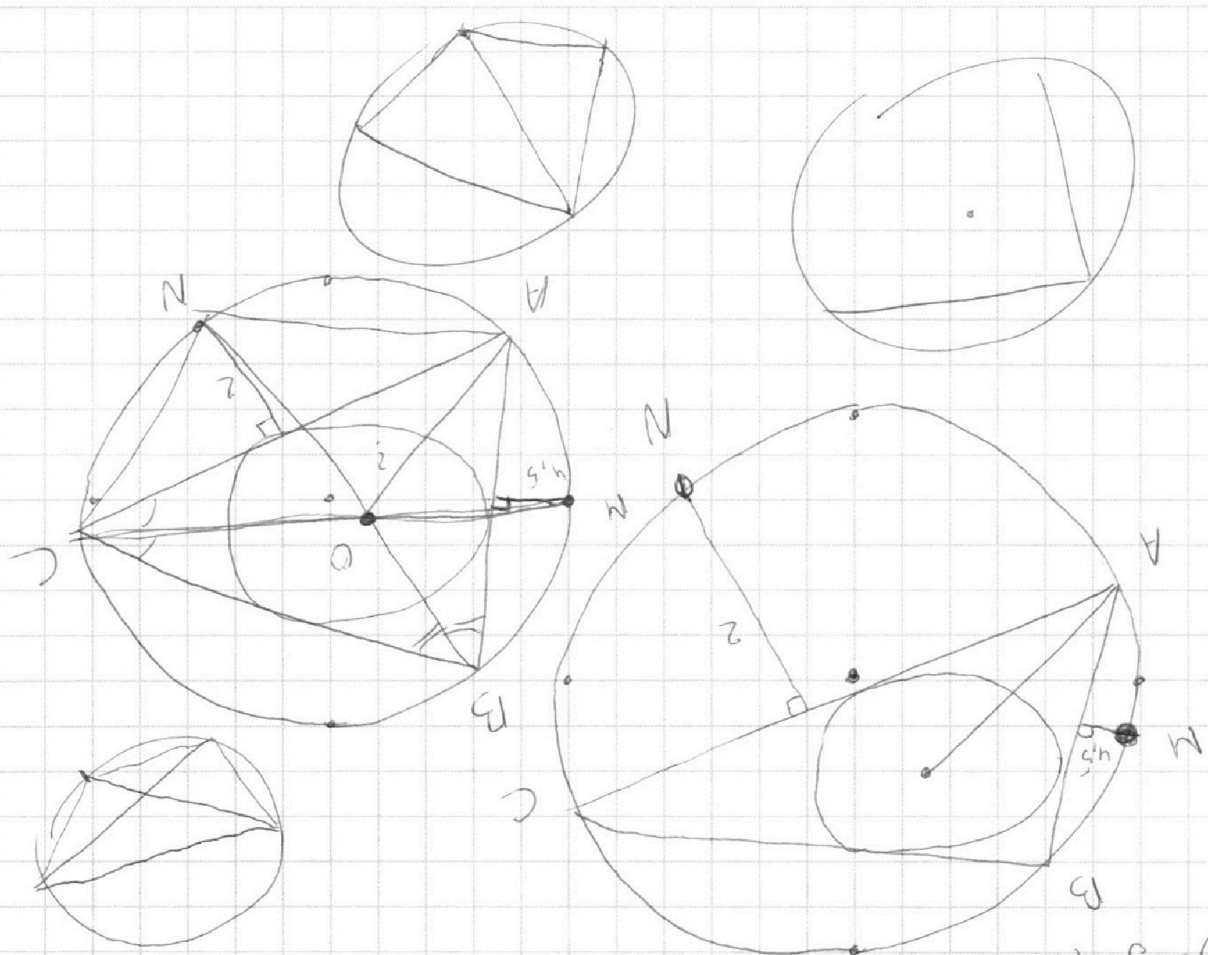
$$D = 25 - 82x = 4 \left( \sqrt{2^2 - 5x + 3} - \sqrt{2^2 + 2x + 1} \right) \left( x - \frac{3}{2} \right)$$

$$D = 1 - 2x$$

093

$$D = 9 - 12 - 4 = -7$$

$$x = \frac{2}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



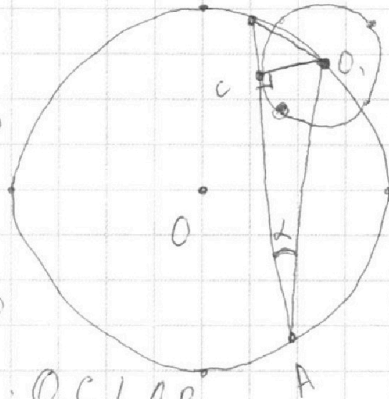
№3 Дано:  $AC:CB = 7:1$ ;  $r_\omega = 1$ ,  $r_\Omega = 5$   $AB = ?$

Решение:

1) Пусть  $O$  - центр  $\Omega$ , а  $O_1$  - центр окружности  $\omega$ ;

$AB$  - касательная  $\omega$  в точке  $C$ , то по

теореме о радиусе и касательной:  $O_1C \perp AB$



2) Рассмотрим  $\triangle ABO_1$ :  $O_1$  лежит в  $\Omega$ , то по теореме о боковой медиане окружности:

$$\frac{O_1B}{\sin \angle BAO_1} = 2r_\Omega = 10, \text{ где } \angle BAO_1 = \alpha, \text{ то т.к.}$$

$$\triangle AOC - \text{н.т.р.} (O_1C \perp AB), \text{ то } \sin \alpha = \sin \angle BAO_1 = \frac{CO_1}{AO_1} = \frac{1}{AO_1},$$

$$\text{то } \frac{O_1B}{\sin \angle BAO_1} = O_1B \cdot AO_1 = 2r_\Omega = 10 \Rightarrow \underline{O_1B \cdot AO_1 = 10}$$

3) Рассмотрим  $\triangle AOC$  и  $\triangle BCO_1$ . По теореме Пифагора:

$$AO_1^2 = CO_1^2 + AC^2 = 1 + AC^2 \quad (1) \quad AC:CB = 7:1, \quad AC = 7BC$$

$$BO_1^2 = O_1C^2 + BC^2 = 1 + BC^2 \quad (2) \quad \text{Пусть } BC = a, \text{ то } AC = 7a$$

$$\text{Умножим (1) на (2): } AO_1^2 \cdot BO_1^2 = (49BC^2 + 1)(BC^2 + 1), \text{ или:}$$

$$100 = 49BC^4 + 49BC^2 + BC^2 + 1 \quad 4) \text{ По } BO_1^2 = \frac{-25 + 14}{49} = 1 (BC = -1, \text{ не}$$

$$49BC^4 + 50BC^2 - 99 = 0 \quad (\text{находим корни уравнения}) \quad BC = 1$$

$$D = 25 + 99 \cdot 49 = 625 + 4851 = 5476 \quad \text{то } \underline{AB = 8BC = 8}$$

$$BC^2 = \frac{-25 \pm \sqrt{5476}}{49}, \quad (BC^2 = \frac{-25 - \sqrt{5476}}{49} \text{ не подходит по условию})$$

Ответ:  $AB = 8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



54)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$ ; • Умно:  $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$

1)  $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$

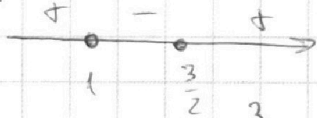
2)  $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$

$(x-1)(x-\frac{3}{2}) \cdot 2 \geq 0$

$D < 0, a > 0, \Rightarrow$

•  $4x^2 - 3x + 3 \leq 0$



$\Rightarrow x \in \mathbb{R}$

$(D < 0, a > 0), x \in \emptyset$

$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$  \*

3) Домножим на сопряженное:  $\frac{(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1})(\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + \sqrt{2x^2 - 5x + 3})}{\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}}$

$= 2 - 7x$ ;

Умно:  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$

$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$

$2 - 7x = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$

При  $x = \frac{2}{7}$ ,  $0 = 0$  (Верно)

При  $x \neq \frac{2}{7}$ , сократим на  $(2 - 7x)$ :  $1 = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

4) Обе части  $\geq 0$ , то возведем в квадрат:

$1 = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$1 = 2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$

$1 = 4x^2 - 3x + 4 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$

$-4x^2 + 3x - 3 = 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$

$$\begin{cases} -4x^2 + 3x - 3 \geq 0 \\ 4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = (-4x^2 + 3x - 3)^2 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\begin{cases} y = ax + 10b & (1) \\ ((x+8)^2 + (y^2) - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

1)  $y = ax + 10b$  - уравнение прямой

2)  $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 & (2.1) \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases}$

2.1)  $(x+8)^2 + y^2 \geq 1 \Leftrightarrow (x+8)^2 + y^2 = 1$

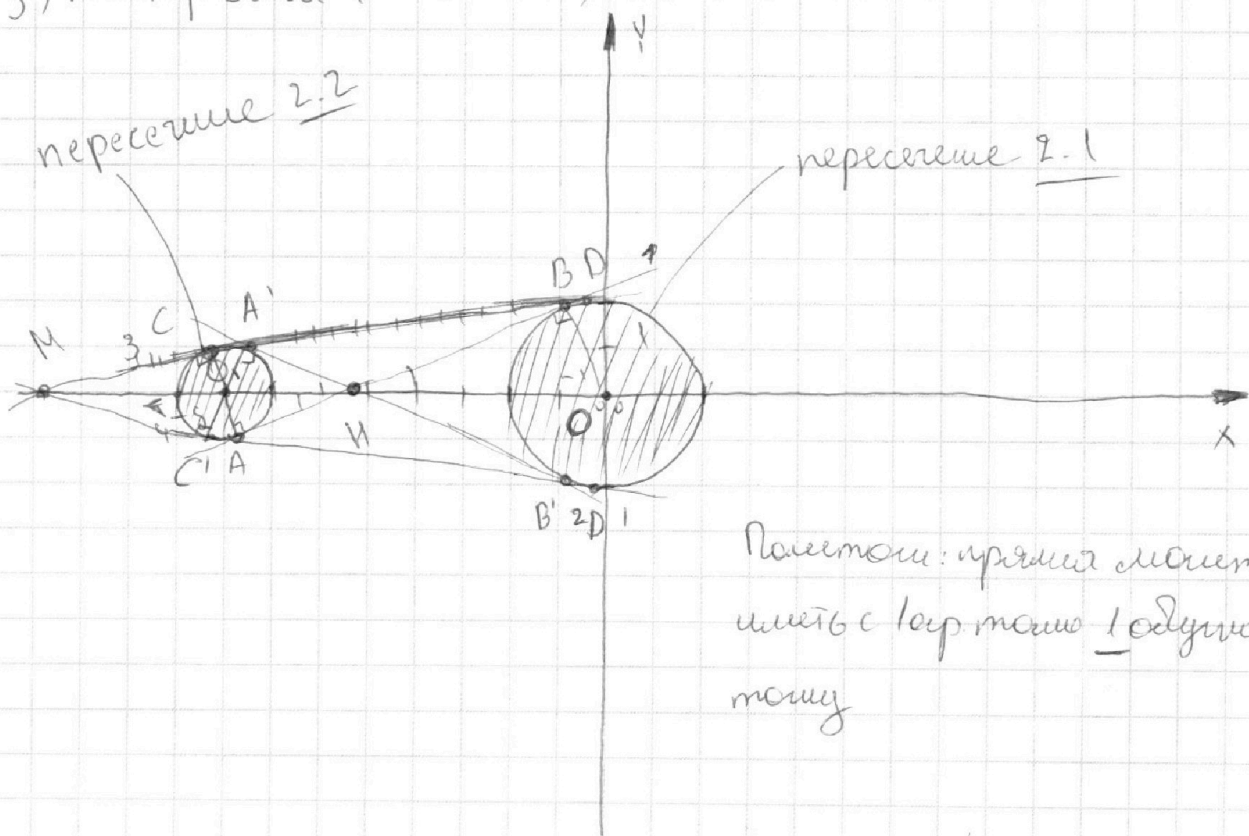
- уравнение окружности с центром  $(-8, 0)$

и радиусом 1

$x^2 + y^2 = 4$  - уравнение окружности с центром  $(0, 0)$  и радиусом 2

2.2) То же самое

3) Построим (2.1) и (2.2) в ДПСи  $xO'y$ :



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№0 (продолжение)

т.е. ~~будет~~ будут иметь решения в том случае, если прямая

$y = ax + b$  будет проходить  $\geq 2$  точки данных окружностей

4) Расшифруем неизвестную  $\perp$ :  $\Delta OAB \sim \Delta O, KA$  (по 2 углам)

$$\text{то: } \frac{OA}{OB} = \frac{O, K}{OK} = \frac{1}{2} \text{ (по условию)} \Rightarrow \begin{cases} OK = 20,4 \\ OK + O, K = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OK = 20,4 \\ 30,4 = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} OK = 20,4 \\ O, K = \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OK = \frac{16}{3} \\ O, K = \frac{8}{3} \end{cases}, \text{ то } \Delta OAB \text{ и } \Delta O, KA \text{ - подобные}$$

то по м. Пифагора:  $KB = \sqrt{\frac{259}{9} - 4}$

$$= \sqrt{\frac{256 - 36}{9}} = \sqrt{\frac{220}{9}} = \frac{2\sqrt{55}}{3}; \quad AK = \sqrt{\frac{64}{9} - 1} = \sqrt{\frac{55}{9}} = \frac{\sqrt{55}}{3}$$

Пусть  $B(x_B; y_B)$ , то:  $\begin{cases} (x_B)^2 + y_B^2 = 4 \quad (1) \\ \frac{220}{9} = (x_B + \frac{16}{3})^2 + y_B^2 \quad (2) \end{cases}$

Вычтем из (1) - (2):

$$\cancel{x_B^2} + \cancel{y_B^2} - \cancel{x_B^2} - \frac{32}{3}x_B - \frac{256}{9} + y_B^2 = 4 - \frac{220}{9}$$

$$\frac{32}{3}x_B - \frac{256}{9} = 4 - \frac{220}{9}$$

$$\frac{32}{3}x_B = \frac{259 + 36 - 220}{9} = \frac{75}{9} = 25$$

$$\Rightarrow x_B = \frac{25}{32}; \quad \text{то: } y_B^2 = 4 - \frac{625}{1024} \Rightarrow y_B = \frac{\sqrt{3481}}{32}$$

5) Пусть  $A(x_A; y_A)$

$$\begin{cases} (x_A + 5)^2 + y_A^2 = 1 \\ (x_A - \frac{16}{3})^2 + y_A^2 = \frac{55}{9} \end{cases}$$

Вычтем:  $-\frac{32}{3}x_A + \frac{250}{9} =$

$$-16x_A = \frac{55}{9} - 1$$

$$\frac{32}{3}x_A + 16x_A = \frac{259}{9} - \frac{55}{9} + 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~№6 (предложение):~~

$$\frac{32+48}{3} \cdot r = \frac{204+9}{9} = \frac{213}{9}$$

$$10r \cdot r = \frac{213}{3} \Rightarrow r = \frac{71}{10}$$

то  $y_A = 1 - \left(\frac{21}{50} \cdot r\right)^2$

$$y_A = \frac{(32+48) \cdot r}{9} = \frac{204+9}{9} = \frac{213}{9}$$

$$r = \frac{71}{50}, y_A = 1 - \left(\frac{71 \cdot 80}{50}\right)^2$$

б) Точки  $A$  и  $A'$  будут иметь одинаковые координаты по  $x$  и противоположные по  $y$ , симметричные  $B$  и  $B'$

То:  $B\left(\frac{25}{32}; \frac{\sqrt{3431}}{32}\right); B'\left(\frac{25}{32}; -\frac{\sqrt{3431}}{32}\right)$ , с точкой  $A$  задана

Затем мы просто подставляем координаты в  $y = 10x + 10b$

ищем  $a$  и  $b$

г) Длинна гипотенузы  $BD$ ,  $CD$ ,  $C'D$ ,  $MO, C \sim \Delta MCD$

$$\Rightarrow \frac{MO_1}{MO} = \frac{1}{2}, \text{ где } MO_1 = MF + 1$$

$$MO = MF + 9$$

$$(MF + 1)^2 = M + 9$$

$$2MF + 2 = M + 9$$

~~3~~  $MF = 7$ , то  $M(-16; 0) = \sqrt{63}$ ; то  $MD = 2\sqrt{63}$

$$\Rightarrow MC = CD = 2\sqrt{63}$$

Для точки  $C$ :

$$\begin{cases} (x_C + 16)^2 + y_C^2 = 63 \\ (x_C)^2 + y_C^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x_D + 16)^2 + y_D^2 = 4 \cdot 63 \\ (x_D)^2 + y_D^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x_C + 16)^2 + y_C^2 = 63 \\ (x_C)^2 + y_C^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x_D + 16)^2 + y_D^2 = 4 \cdot 63 \\ (x_D)^2 + y_D^2 = 4 \end{cases}$$

Итого координаты точек  $C$  и  $D$  найти подставляем в уравнение  $y = ax + 10b$

ищем  $a$  и  $b$  — получим значения  $a$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

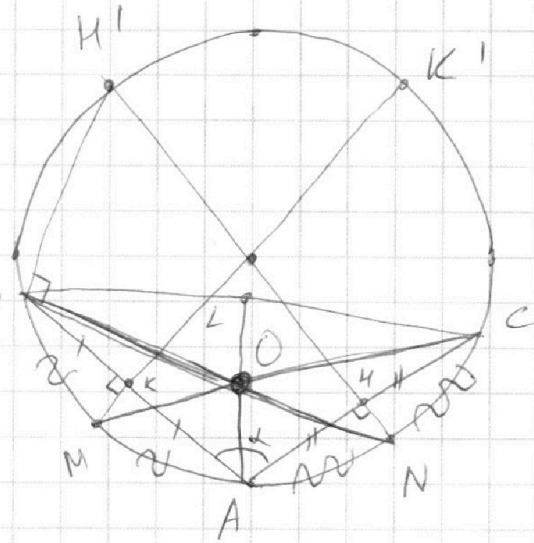
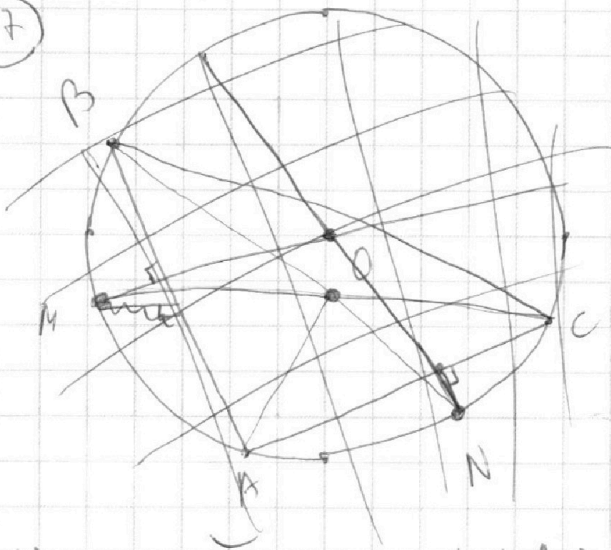
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



27



1)  $N$ -серуши  $AC$ , т.е.  $NK \perp AC$ , то по теореме  $N$ -серуши  $AC$  автоматически  $N$ -серуши  $AB$ ;  $CM$ -бисектриса  $\angle C$  (т.е.  $M$ -серуши  $AB$ ) автоматически  $BN$ -бисектриса  $\angle B$ , то  $\angle CM \cap BN = O$ ,  $O$ -центр вкл. окруж., т.е.  $AO$  -?

2)  $NK \cap AC = K$ , то  $NK \cdot KK' = AK \cdot KC$ ,  $2 \cdot (2R - 2) = \left(\frac{1}{2} AC\right)^2$   
 $4R - 4 = \frac{AC^2}{4}$ ;  $16R - 16 = AC^2$ , то:  $AC = 4\sqrt{R - 1}$ ;

Аналогично:  $4,5 \cdot (2R - 4,5) = \left(\frac{1}{2} AB\right)^2$

$$9R - \frac{81}{4} = \frac{AB^2}{4}$$

$$36R - 81 = AB^2 \Rightarrow AB = 3\sqrt{4R - 9}$$

3)  $AO = \frac{2}{3} AL$ , где  $AL$ -бисектриса  $\angle A$ ; пусть  $\angle A = \alpha$ , то по т. косинусов:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{36R - 81 + 16R - 16 - BC^2}{2 \cdot 4\sqrt{R-1} \cdot 3\sqrt{4R-9}}$$

$$\sqrt{0}: AL = \frac{2AC \cdot BA \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{a + b} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№1)  $ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$ ,  $bc: 2^{12} \cdot 7^{17}$ ,  $ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$ ;  $a, b, c$  — числа? — ?

Решение:

$$\frac{a+b}{(a-b)^2 - 4ab}$$

1) Если  $a, b, c$  — простые, то  $a, b, c$  — числа =  $2^{14} \cdot 7^{10}$  (1)

2) По условию (2) и (3):

$bc$  — числа =  $2^{17} \cdot 7^{17}$  (2)

$ac$  — числа =  $2^{20} \cdot 7^{37}$  (3)

$$\frac{bc}{ac} = \frac{2^{17} \cdot 7^{17}}{2^{20} \cdot 7^{37}} = \frac{1}{2^3 \cdot 7^{20}}$$

то:  $b = \frac{a}{2^3 \cdot 7^{20}} \Rightarrow a = 2^3 \cdot 7^{20} \cdot b$     то:  $ab = 2^{14} \cdot 7^{10} = b \cdot 2^3 \cdot 7^{20}$

$b^2 = \frac{2^{11}}{7^{10}}$

$ab = k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$

$c = \frac{2^9 \cdot 30 \cdot 2^3 \cdot 7^3}{1 \cdot 2^{12} \cdot 7^{32}}$

$bc = m \cdot 2^{12} \cdot 7^{17}$

$\frac{a}{c} = \frac{k \cdot 7}{m \cdot 2^3 \cdot 7^{20}} \Rightarrow c = \frac{a \cdot m}{k} \cdot 2^3 \cdot 7^7$

$ac = p \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$

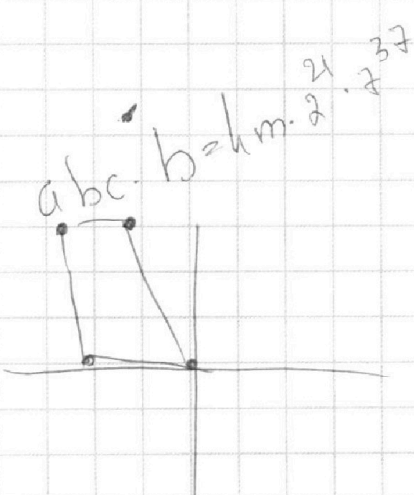
$ac = p \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$

$a \cdot \frac{m}{k} \cdot 2^3 \cdot 7^7 = p \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$

$a = \frac{k \cdot p}{m} \cdot 2^{17} \cdot 7^{30} = \frac{k \cdot p \cdot 2^{12} \cdot 7^{30}}{m}$

$a = 2^{15} \cdot 7^{30}$      $a = 2^9$

$a = \frac{1 \cdot 1}{2} \cdot 2^{17} \cdot 7^{30}$ ,  $a = 2^{15} \cdot 7^{15}$



$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$

$b = \frac{k \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}}{2^9} = 2^5 \cdot 7^{10}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (проценты)

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in \emptyset \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \underline{x \in \emptyset}$$

$$4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = (4x^2 - 3x + 3)^2$$

По:  $x = \frac{2}{7}$  в ответе \*

Ответ:  $x = \frac{2}{7}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a + b = m$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = m$$



$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{36}{23}$$



$$\frac{a}{b} = 1$$

$$\frac{2+3}{4-36+9} = \frac{5}{-23}$$

$$\frac{a}{b} a - 6a + b$$

$$4 - 6 \cdot 6 + 9$$

$$= \frac{5}{23}$$

$$a + b = \frac{8ab}{a+b}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

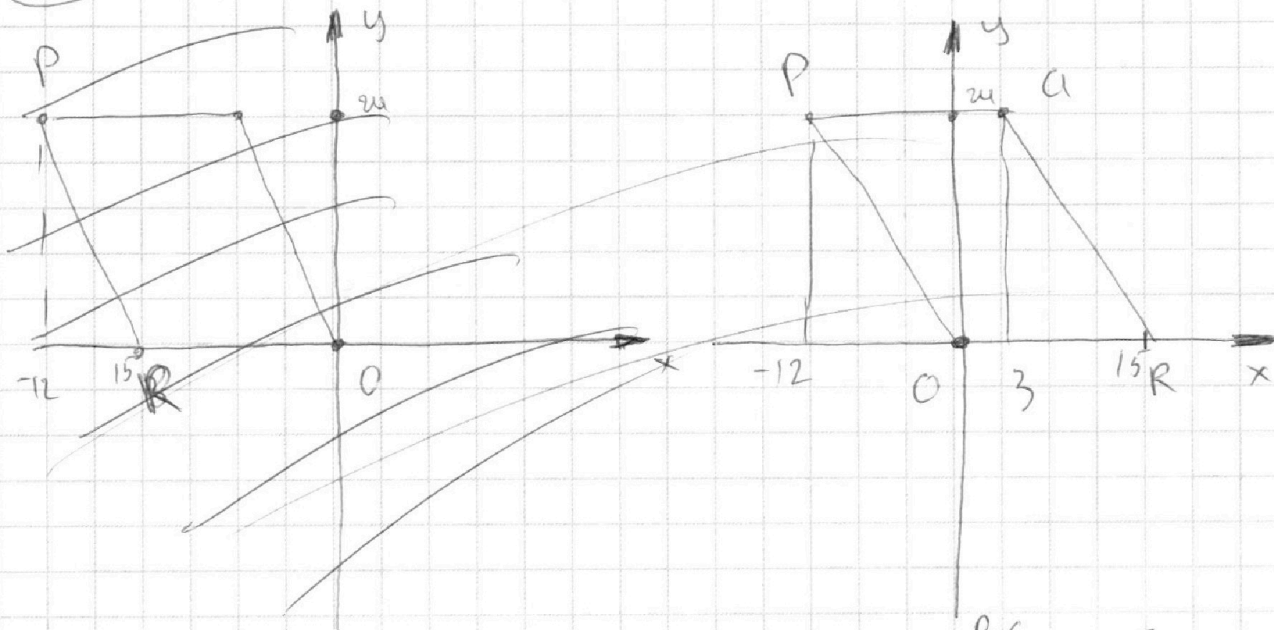
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(N5)  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 21)$ ,  $Q(3; 21)$ ,  $R(15; 0)$



$$AL = \frac{2 \cdot 4\sqrt{R-1} + 3 \cdot 4\sqrt{R-9} \cdot \cos \alpha}{4\sqrt{R-1} + 3\sqrt{4R-9}}$$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = 2R$$

$$2 \cdot \frac{21}{3} = \frac{21}{4}$$

$$BC^2 = 16R - 16 + 36R - 81 - 24\sqrt{R-1}\sqrt{4R-9} \cdot \cos \alpha$$

$$4R^2 \sin^2 \alpha = 52R - 97 - 24\sqrt{R-1}\sqrt{4R-9} \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{-4R^2 \sin^2 \alpha + 52R - 97}{24\sqrt{R-1}\sqrt{4R-9}}$$

$$AL = \frac{52R - 4R^2 \sin^2 \alpha - 97}{4\sqrt{R-1} + 3\sqrt{4R-9}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AC = \frac{7}{8}a \Rightarrow$$

$$BC = \frac{1}{8}a$$

$$AO_1^2 = AC^2 + 1$$

$$BO_1^2 = BC^2 + 1$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{AO_1}$$

$$\frac{BO_1}{\sin \alpha} = 10$$

$$BO_1 \cdot AO_1 = 10$$

$$BC = a$$

$$AC = 7a$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 75 \\ \hline 75 \\ 375 \\ \hline 525 \\ \hline 5625 \\ \hline 4900 \\ \hline 625 \\ \hline 5525 \end{array}$$

~~$$100 = (AC^2 + 1)(BC^2 + 1)$$~~

~~$$100 = \frac{49}{64}$$~~

$$100 = (49a^2 + 1)(a^2 + 1)$$

$$100 = 49a^4 + 49a^2 + a^2 + 1$$

$$49a^4 + 50a^2 - 100 = 0$$

$$D_1 = \frac{225 + 4900}{49} = 625 + 4900 =$$

$$-25 + \sqrt{5325}$$

$$\frac{49}{-25 + 5\sqrt{221}}$$

$$AB = 8BC$$

$$\frac{40(\sqrt{221} - 5)}{1248}$$

$$\frac{74}{174}$$

$$\frac{296}{518}$$

$$\frac{5476}{5476}$$

$$\begin{array}{r} 1848 \\ \hline 968 \\ \hline 189 \\ \hline 65 \\ \hline 65 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5525 \overline{) 25} \\ 50 \phantom{00} \\ \hline 52 \phantom{00} \\ 50 \phantom{00} \\ \hline 25 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 221 \overline{) 2} \\ 21 \phantom{00} \\ \hline 11 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 221 \overline{) 13} \\ 13 \phantom{00} \\ \hline 91 \phantom{00} \\ 91 \phantom{00} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 24 \\ 25 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 891 \\ 396 \\ \hline 4851 \\ 625 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$$625 + 49 \cdot 99$$

$$\begin{array}{r} 1848 \\ \hline 968 \\ \hline 9608 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 151 \\ 01 \\ \hline 12 \end{array}$$



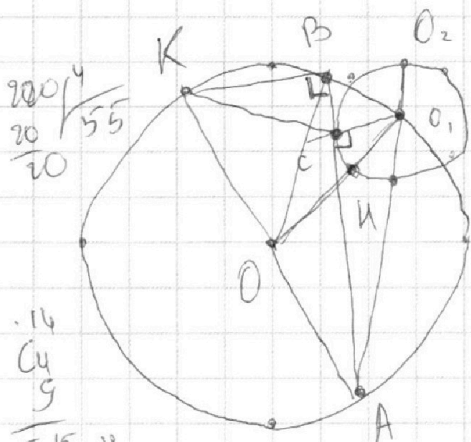
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{CB} = \frac{7}{1}$$

$$r_5 = 5$$

$$r_{ch} = 1$$

$$AB = ?$$

$$\frac{49}{a^2} = \frac{1}{1024}$$

$$\frac{49}{a^2} = \frac{1}{2^{10}}$$

$$49 a^2 = 2^{10}$$

$$a^2 = \frac{2^{10}}{49}$$

$$a = \frac{2^5}{7} = \frac{32}{7}$$

$$AU \cdot (AU + 2) = AC^2 = AO_1^2 - 1$$

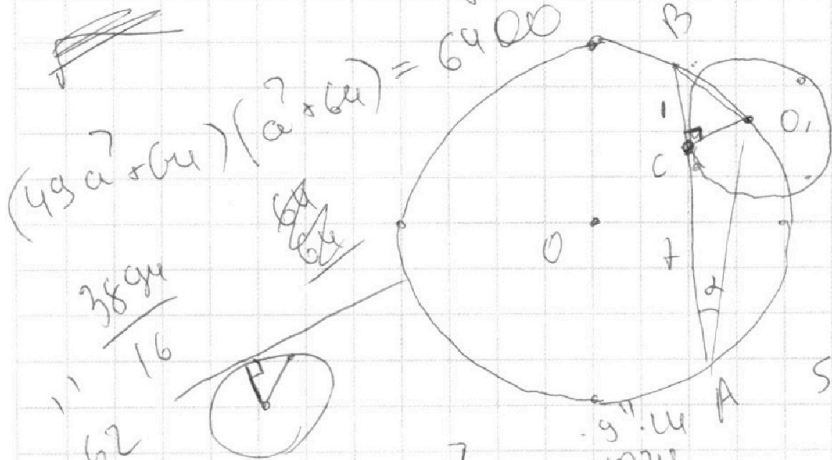
$$AU^2 + 2AU = (AU + 1)^2 - 1$$

$$AU^2 + 2AU = AU^2 + 2AU$$

$$49a^2 = 64 \cdot 49a^2 + 64a^2 = 10000$$

$$49a^2 + 49a^2 + 49a^2 + 50a^2 - 36 = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{AO_1} = \frac{1}{10} = \frac{225 + 36 \cdot 49}{16}$$



$$(49a^2 + 64)(a^2 + 64) = 6400$$

$$\frac{384a}{16}$$

$$\frac{62}{62}$$

$$\frac{32}{64}$$

$$\frac{96}{1024}$$

$$\frac{1024}{96}$$

$$\frac{384}{16}$$

$$AC = \frac{7}{8} a$$

$$BC = \frac{1}{8} a$$

$$AC^2 + 1 = AO_1^2$$

$$BC^2 + 1 = BO_1^2$$

$$(x - o)^2 + (y - o)^2 = r^2$$

$$BO_1 = AO_1 = 10$$

$$a^2 + 1 = AO_1^2$$

$$\frac{1}{64} a^2 + 1 = BO_1^2$$

$$\left(\frac{49}{64} a^2 + 1\right) \left(\frac{1}{64} a^2 + 1\right) = 100$$

$$\frac{384}{16}$$

На одной странице можно оформить **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.  
Решение которой представлено на странице.

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

Если отмечено более одной задачи или ни одной отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порядк ОК-кода неопустима!



**МФТИ**

$$\sqrt{2R} - \sqrt{2R - 1} = \sqrt{2R - 5} - \sqrt{2R - 16} + 3R - 8$$

$$b \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$\frac{40}{6} = \frac{36}{0,8}$$

$$abc = ?$$
$$ab_{\text{sum}} = 2 \cdot 2 = 4$$
$$bc_{\text{sum}} = 2 \cdot 2 = 4$$
$$ca_{\text{sum}} = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\frac{14 \cdot 14}{2} = \frac{14 \cdot 14}{2}$$

$$a \cdot c = 14 \cdot 2 = 28$$
$$b \cdot c = 14 \cdot 2 = 28$$

$$c = 2 = 14 - 2 = 12$$

$$c = 2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$b \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$a \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\frac{a \cdot 3}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2}$$

$$b = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2} = 4$$

$$1 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2}$$

$$\frac{b}{5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2}$$

$$ac = 2 \cdot 2 = 4$$

$$bc = 2 \cdot 2 = 4$$

$$ab = 2 \cdot 2 = 4$$