

$$\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \approx \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}$$

$$6\sqrt{3} + 2\sqrt{78 \cdot 3} \approx 69\sqrt{3} + 69$$

$$6\sqrt{3} + 2\sqrt{78 \cdot 3} \leq 69\sqrt{3} - 69$$

$$\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \leq \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}$$

$$69 + 2\sqrt{78 \cdot 3} \leq 63\sqrt{3}$$

$$69 + 6\sqrt{26} \leq 63$$



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



$$\frac{23}{69}$$

$$\frac{25}{104}$$

$$23 + 2\sqrt{26} \leq 21\sqrt{3}$$

$$529 + 104 + 4 \cdot 23 \cdot \sqrt{26} \leq 441 \cdot 3$$

$$23 = 3 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 3$$

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{441}{1323}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$633 + 92\sqrt{26} \leq 1323$$

$$92\sqrt{26} \leq 690$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

$$46\sqrt{26} \leq 345$$

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x(x-6)+2} - \sqrt{3x(x+1)+1} = 1-9x$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac : 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+18+39}$$

$$(abc)^2 : 2^{55} \cdot 7^{68} \quad \text{из-за делимости.}$$

либо $(abc)^2 = 2^{2k} \cdot 7^{2t} \cdot x^2$ итак (пусть $abc = 2^k \cdot 7^t \cdot x$)
 $2k \leq 55$, либо $7^{2t} \leq 7^{68}$, т.е. $2t \leq 68$, т.е. не
 будет лишней делимости, (28·2=56; 34·2=68)
 $\Rightarrow abc : 2^{28} \cdot 7^{34}$ пусть $abc = 2^{28} \cdot 7^{34} \cdot p$

т.к. $ac : 7^{39} \cdot 2^{23} \Rightarrow ac : 7^{39}$, значит $abc : 7^{39} \Rightarrow$

$abc = 7^{39-k} = 7^{34} \cdot 2^{28} \cdot p \Rightarrow p : 7^5$, т.е. в abc
 содержится 7^{39} и 2^{28} , но минимальное такое число
 это $7^{39} \cdot 2^{28}$ (меньше нельзя, иначе будет не достать
 м.л. 7 или 2 (степень) \Rightarrow не будет делимости).

Пример на $abc = 7^{39} \cdot 2^{28}$:

$a = 2^{10} \cdot 7^{11}$

$b = 2^5$

$c = 2^{13} \cdot 7^{28}$

$abc = 2^{5+13+10} \cdot 7^{28+11} = 2^{28} \cdot 7^{39}$

$ab = 2^{15} \cdot 7^{11}$

$bc = 2^{18} \cdot 7^{28}$

$ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$

Пример удовлетворяет условию, меньше нельзя.
 (доказано)

Ответ: $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$ (минимум $\rightarrow 2^{28} \cdot 7^{39}$)
 т.е. $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ нек. $\Rightarrow a$ вз. просто с b 1 - взаимно просто

$$a^2 - 7ab + b^2 = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab}$$

пусть $(a+b) \div m$, тогда

$(a+b)^2 \div m$, если $9ab$ сократима, то и $9ab \div m$
(иначе знаменатель $\nmid m$)

$a+b \div m$ $9ab \div m$

т.е. среди делителей числа $9ab = 9 \cdot (ab)$ должен быть делитель $a+b$.

$a \perp b$ ^{взаимно} $\Rightarrow a \perp m$, ведь иначе если $a = tk$
 $m = zk$

то $\underbrace{tk}_{\div k} + b \stackrel{\div}{=} \underbrace{zk}_{\div k} \Rightarrow b \div k$, тогда $\text{НОД}(a,b) \neq 1$, т.к. k .

аналогично и $b \perp m \Rightarrow ab \perp m$. Это значит, что если $9ab \div m$, то $9 \div m$, ведь иначе ab не вз. просто.

$\stackrel{\div}{=} m$
взаим. число m

$\Rightarrow 9 \div m$.

Наибольшее такое m это $9 \Rightarrow \underline{m=9}$.

Пример:

$a=2$ $\frac{2+97}{(2+97)^2 - 9 \cdot 2 \cdot 97} = \frac{99}{99^2 - 18 \cdot 97}$ сократима

$b=97$

$a \perp b$, т.к. $2+97$
на 9 .

$$\frac{99}{99^2 - 18 \cdot 97} = \frac{11}{99 \cdot 9 - 18 \cdot 97} = \frac{11}{99 \cdot 11 - 2 \cdot 97}$$

$$= \frac{11}{1089 - 194} = \frac{11}{895}$$

Ответ: при $\underline{m=9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$L_{1+2} = \frac{-338 \pm 2.458}{2 \cdot 289} \quad (2 \text{ части})$$

Т.к. $t \geq 0$ ($t = x^2$) $\Rightarrow t = \frac{916 - 338}{578} = \frac{578}{578} = 1$

$$x^2 = 1$$

$x = -1 \rightarrow$ смысла не имеет

$$\Rightarrow x = 1. \quad \text{Значит } AC = 17; \quad BC = 7 \Rightarrow AB =$$

$$= AC + BC = 24.$$

Ответ: $AB = 24$. (возможных случаев нет).
(проверка \rightarrow всё верно).

* (книжечка)

$$\begin{array}{r} 458 \\ + 458 \\ \hline 916 \\ + 2290 \\ \hline 3206 \\ + 1832 \\ \hline 5038 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ + 169 \\ \hline 338 \\ + 1521 \\ \hline 1859 \\ + 169 \\ \hline 2028 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 677 \\ + 789 \\ \hline 1466 \\ + 5643 \\ \hline 7109 \\ + 5016 \\ \hline 12125 \\ + 1754 \\ \hline 13879 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 181203 \\ + 23561 \\ \hline 204764 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

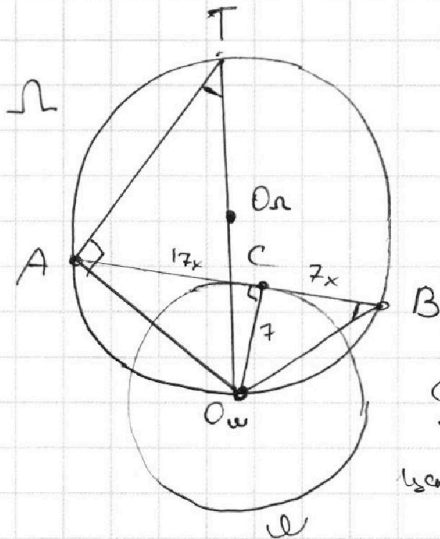
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $AB = 24$.

(1 часть, см. 2 часть).



$$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$$

$$R_{\omega} = 7$$

$$R_{\Omega} = 13$$

$AB = ?$

O_{ω} - центр ω ($O_{\omega} \in \Omega$)

O_{Ω} - центр Ω

Пусть $AC = 17x$

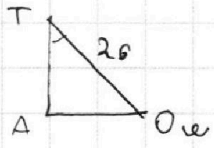
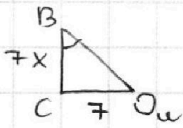
тогда $CB = 7x$

по усл. $O_{\Omega} \perp AB$ ($AB \rightarrow$ касательная к ω)
 C - точка касания.

$T = O_{\omega} O_{\Omega} \cap \Omega$ (продлим линию
центров до пересечения с Ω).

TO_{ω} - диаметр. $\Rightarrow \angle TAO_{\omega} = 90^\circ$

(угол на диаметре) $\angle ATO_{\omega} = \angle OBA$, как на одной
дуге ($\widehat{AO_{\omega}}$) $\Rightarrow \triangle TAO_{\omega} \sim \triangle BCO_{\omega}$ по двум углам.



$$TO_{\omega} = 2R_{\Omega} = 2 \cdot 13 = 26$$

По т. Пифагора для $\triangle BCO_{\omega}$:
 $BO_{\omega}^2 = 49x^2 + 49$

$$\frac{TO_{\omega}}{BO_{\omega}} = \frac{AO_{\omega}}{CO_{\omega}}$$

$$\frac{26}{\sqrt{49x^2 + 49}} = \frac{AO_{\omega}}{7}$$

$$AO_{\omega} = \frac{26 \cdot 7}{7 \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{26}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$AO_{\omega} = \frac{676}{x^2 + 1}$$

По т. Пифагора для $\triangle ACO_{\omega}$: $AO_{\omega}^2 = AC^2 + CO_{\omega}^2 =$

$$17^2 x^2 + 49 = AO_{\omega}^2$$

$$289x^2 + 49 = \frac{676}{x^2 + 1}$$

решим бихв. уравнение, пусть
 $t = x^2$ $t \geq 0$

$$289t + 49 = \frac{676}{t+1}$$

см. 2.2



$$289t(t+1) + 49t + 49 = 676$$

$$289t^2 + 338t - 627 = 0$$

$$\frac{578}{578} = 1$$

//

$$t_1, t_2 = \frac{-338 \pm \sqrt{338^2 + 4 \cdot 627 \cdot 289}}{2 \cdot 289} = \frac{-338 \pm 2\sqrt{181203 + 28561}}{2 \cdot 289} = \frac{-338 \pm 2 \cdot 458}{2 \cdot 289}$$

см. продолжение.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Сначала заметим, что $(3x^2 - 6x + 2) - (3x^2 + 3x + 1) = -6x + 2 - 3x - 1 = 1 - 9x$

Заметим, что $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \geq 0$

когда $3x^2 - 6x + 2 \geq 3x^2 + 3x + 1$ (т.к. по ОДЗ оба ≥ 0)

т.е. $1 - 9x \geq 0$

т.е. при $x \leq \frac{1}{9}$

Пусть $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = a$

и $\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = b$

тогда $1 - 9x = a^2 - b^2$

т.е. $a - b = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

либо $a = b$

либо $(a - b)(a + b - 1) = 0$

либо $a = b$

либо

$a + b = 1$

$a = 1 - b$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

(по ОДЗ в л.ч. ≥ 0)

\Rightarrow

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$-9x + 1 = 0$$

$$1 = 9x$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1 - \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

(т.к. обе части ≥ 0 возведем в квадрат)

$$3x^2 - 6x + 2 = 1 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-9x = -2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 = 4(3x^2 + 3x + 1)$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 16 \cdot 69}}{2 \cdot 69} = \frac{12 \pm \sqrt{1248}}{2 \cdot 69} =$$

Проверка (+ проверка ОДЗ)

$$\sqrt{\frac{3}{81} - \frac{6}{9} + 2} - \sqrt{\frac{3}{81} + \frac{1}{3} + 1} = 0 \quad \left| \begin{array}{l} ? \\ = \frac{12 \pm 4\sqrt{78}}{2 \cdot 69} = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69} \end{array} \right.$$

$$\sqrt{\frac{3}{81} + 1 + \frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{3}{81} + 1 + \frac{1}{3}} = 0 \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \\ x_2 = \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} \end{array} \right.$$

$0 = 0$

верно.

(т.к. аргументы неотрицательны)

Все действия и преобразования выполнены правильно

других нет, эти удовлетворяют.

$$\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \stackrel{!}{\leq} \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}} \quad \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} \text{ тем более ун. ОДЗ } \Rightarrow$$

$$6\sqrt{3} + 2\sqrt{78} \cdot 3 \leq 69\sqrt{3} - 69$$

$$23 + 2\sqrt{26} \leq 21\sqrt{3}$$

$$92\sqrt{26} \leq 690, \text{ верно т.к. } \sqrt{26} \leq 6$$

Ответ: $x_1 = \frac{1}{9}$; $x_2, x_3 = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

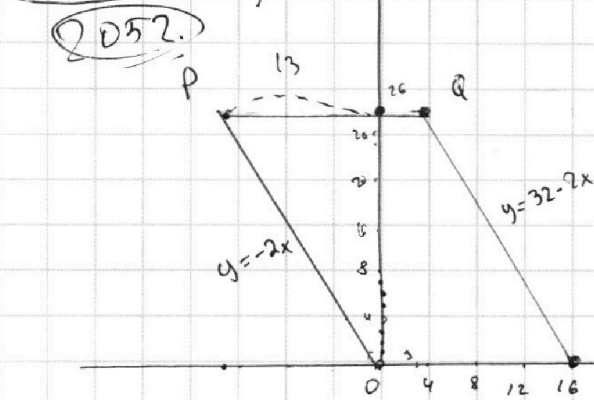
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2052 парм.
 Ответ: ~~1876~~



масштаб: $\frac{1}{4} = 4$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$y \in (0; 26)$$

$$x \in (-13; 16)$$

Смотрим только на целые точки.

для $x=0$: $y \in [0; 26]$

для $y=0$: $x \in [0; 16)$

$y=1$: $x \in \mathbb{Z}$

из-за постр-ва $n/2$, госуда-
 * только учитывать для $y=0$ и
 умножая на 267 (0...26)!
 и результат на 2

Составим уравнение "параллелограмма", зная пары, какие точки внутри. Вертикальные прямых нет =>

можно воспользоваться уравнением вида $kx+b$

Q(3; 26) $kx+b=y$ $3k+b=26$ => $-2x+32=y$ $y=32-2x$
 R(16; 0) $16k+b=0$

R и O. P и Q
 $x=0$ $y=26$

$$y \in [0, 26]$$

$$-\frac{y}{2} \leq x \leq 16 - \frac{y}{2}$$

$$x \in [-13; 16]$$

P(-13; 26) $kx+b=y$ $-13k+b=26$ $k=-2$ $y=-2x$
 O(0; 0) $b=0$

$$\begin{cases} y \leq 26 \\ y \geq 0 \\ y \leq -2x \\ 32-2x \geq y \end{cases}$$

$y \in [0; 26]$

~~$\frac{y}{2} \leq x \leq 16 - \frac{y}{2}$~~

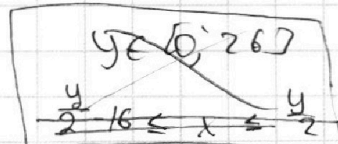
$$2x \leq 32 - y$$

$$2x \geq 3y - 32$$

$$-x \geq \frac{y}{2} - 16$$

$$x \geq -\frac{y}{2}$$

$$x \leq 16 - \frac{y}{2}$$



$y \in [0; 26]$

$-\frac{y}{2} \leq x \leq 16 - \frac{y}{2}$

Теперь будем вести y от оси y ,

при $y=0$: удобн $x \rightarrow$ от 0 до 16.

при $y=1 \rightarrow$ уголн:

для x_1 :
 вар-в.

$x \in [0; 15]$

$x_1=0$

при $y=2 \rightarrow [-1; 15]$

$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$

при $y=3 \rightarrow [-1; 14]$

$2x_2 - x_1 + y_2 = 14$

при $y=4 \rightarrow [-2; 14]$

для каждого из x_1

при $y=k \rightarrow [-\frac{k}{2}; 16 - \frac{k}{2}]$

сумет $267 \cdot 2 \cdot (6 + \dots + 13)$

const. n/2
 из-за

$16 - \frac{k}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

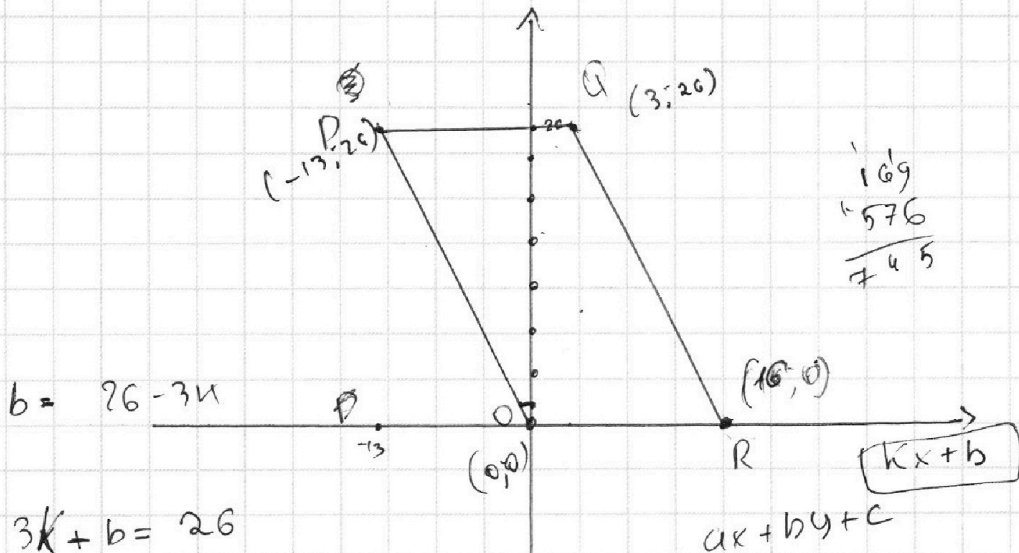
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$1 \text{ кл} = 4.$



$b = 26 - 3k$

$3k + b = 26$

$16k + b = 0$

$16k + 26 - 3k = 0$

$26 + 13k = 0$

$k = -2$

$y \in (0; 26)$

$x \in (-13; 16)$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$

$2 \cdot -16 +$

$x_2 - x_1 = 7$

$y_2 - y_1 = 14$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 1 \times 76 \\ \underline{27} \\ 532 \\ \underline{152} \\ 2052 \end{array}$$

$0; 0 \rightarrow 146$

$0; 1 \rightarrow 13$

$0; 2 \rightarrow 13$

$0; 3 \rightarrow 12$

$0; 4 \rightarrow 12$

$0; 5 \rightarrow 11$

$0; 6 \rightarrow 11$

$0; 7 \rightarrow 11$

$0; 8 \rightarrow 11$

$0; 9 \rightarrow 11$

$2x_2 + y_2 = 14$

$7 \quad 0$

$-10 \quad -26 + \dots -14$

$-24 \dots$

$-20 + \dots$

$-16 + \dots$

0

1

2

3

4

5

6

$\frac{13 \cdot 14}{2}$

$13 \cdot 7 = 91$

$91 - 15$

$81 - 5$

76

$3 \cdot 76$

$\times 26$

$\underline{152}$

$\underline{1976}$



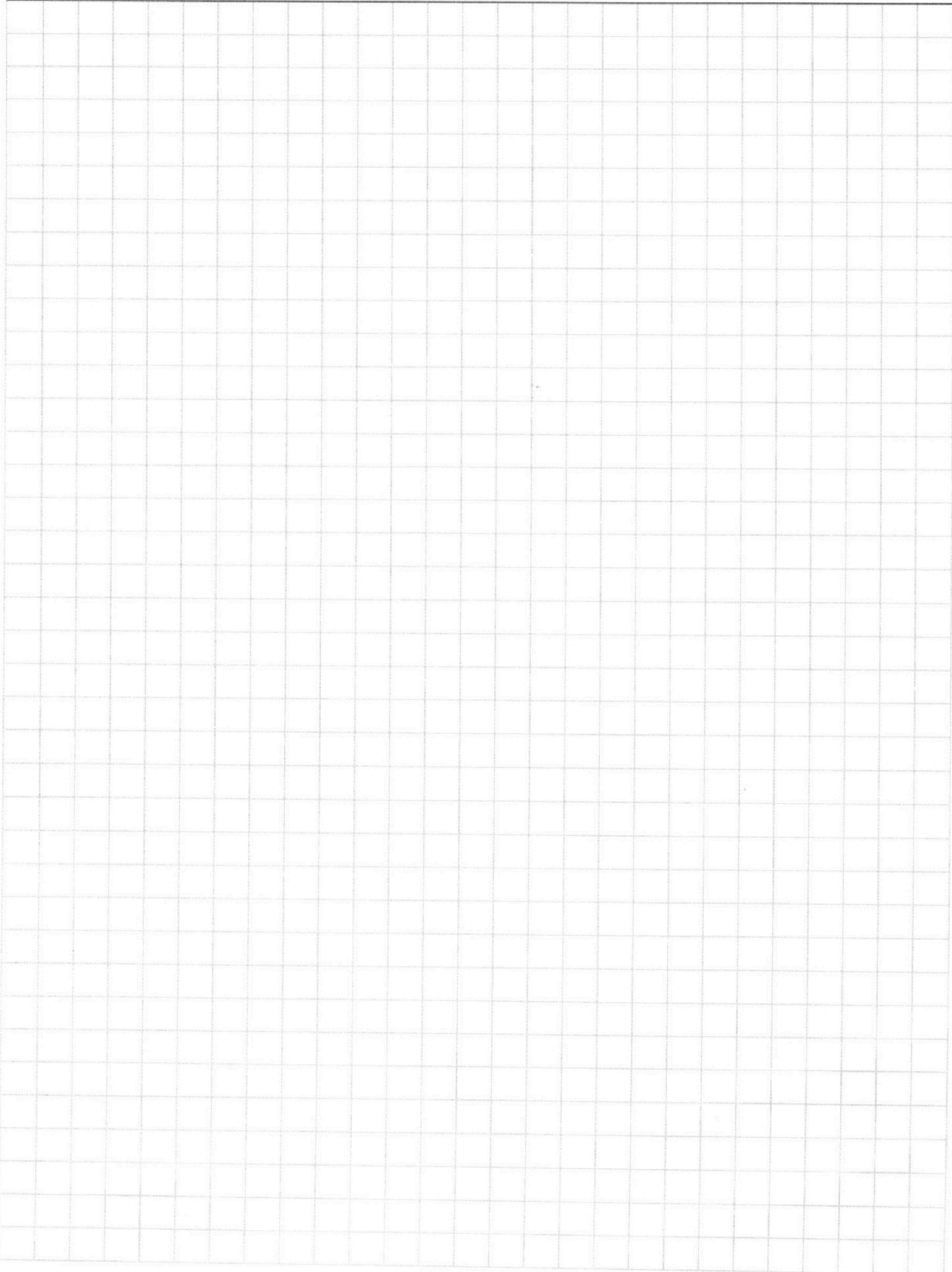
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

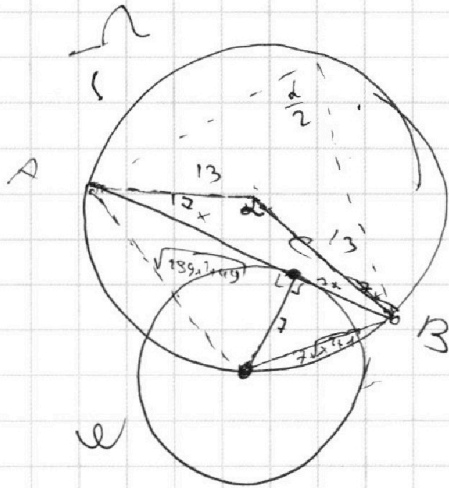
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{3x(x-2)+2} - \sqrt{3x(x+1)+1}$$



$$R_{O_1} = 13$$

$$R_{O_2} = 7$$

$$289x^2 + 49$$

$$\sqrt{49x^2 + 49}$$

$$7\sqrt{x^2 + 1}$$

$$\frac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{3}}$$

$$AB^2 = 13^2 + 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cdot \cos \alpha = 34x =$$

$$= 289x^2 + 49 + 49x^2 + 49 - 14\sqrt{(x^2+1)(289x^2+49)} \cdot \cos\left(180 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\cos\left(180 - \frac{\alpha}{2}\right) =$$

$$= \cos 180 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} + \cos \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin 180$$

$y = -2x$
 $-13 = -2x$
 $0 = 0$



$$-\cos \frac{\alpha}{2}$$

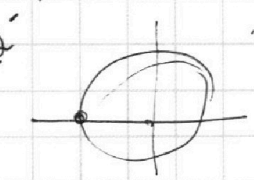
$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} =$$

$$= (\sqrt{3x} - \sqrt{3})^2 - 1$$

$$\left(\sqrt{3x} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$3x^2 + 3x + \frac{3}{4}$$

$\frac{y}{2} = 16 - x$
 $y = 32 - 2x$
 $y = -2x$



$x = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 26 \cdot 3$
 $16 \cdot 3$

$\sqrt{3} \cdot 6 = 7 \cdot \sqrt{3} \cdot 16 \cdot 2 \cdot 3$

$y = 32 - 2x$
 $x = 16 - \frac{y}{2}$

$y = 2x - 16$
 $x = 16 - \frac{y}{2}$
 $x = 16 - \frac{y}{2}$
 $x = 16 - \frac{y}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

a, b, c

$$ab : 2^{15} 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} 7^{18}$$

$$ac : 2^{23} 7^{39}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{55} 7^{68}$$

$$abc : 2^{28} 7^{34}$$

$$abc : 2^{28} 7^{34}$$

a, b

b, c

a, c

$$\begin{matrix} 2^{15} & 7^{11} \\ 2^{17} & 7^{18} \\ 2^{23} & 7^{39} \end{matrix}$$

$$\boxed{2^{28} 7^{34}}$$

$$\frac{11+7}{18^2 - 9 \cdot 11 \cdot 7} = \frac{18}{18^2 - 9 \cdot 11 \cdot 7}$$

99

12

$$\frac{18}{36 - 11 \cdot 7}$$

$$a+b=99$$

$$91+8$$

$$x+y+z=39$$

$$x+y \geq 11$$

$$y+z \geq 18$$

$$x+z \geq 39$$

$$95^2 - 9 \cdot 91 \cdot 8$$

11

$$95 \cdot 11 - 91 \cdot 8$$

4+5

$$(4+5)^2 - 9 \cdot 4 \cdot 5$$

$$\min(abc) = ?$$

$$23+17+15 \rightarrow 39+18+11=$$

$$\begin{matrix} a & b & c \\ 2^4 & 7^6 & \\ 2^2 & 7^7 & \\ 2^3 & 7^7 & \end{matrix}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9abc} = \frac{2^{13} 7^7}{2^{19}}$$

$$\frac{9ab : a+b}{(9ab - a^2 - b^2)}$$

a ⊥ b

$$(a+b)^2 = 9ab$$

$$9ab = a^2 + b^2$$

a, b и 9

$$\frac{1089}{1945} = \frac{4+5}{5}$$

$$a = 2^{10} \cdot 7^8$$

$$b = 2^5 \cdot 7^3$$

$$c = 2^{13} \cdot 7$$

$$2^{10} \cdot 7^{11}$$

$$2^5 \cdot 7^0$$

$$2^{13} \cdot 7^{28}$$

$$\frac{2^{10} \cdot 7^{11}}{2^5 \cdot 7^0} = 2^{13} \cdot 7^{28}$$

$$\frac{81}{100}$$

$$= 8 \cdot 1$$

$$11 \cdot 7$$

$$\frac{11+7}{18^2 - 9 \cdot 11 \cdot 7}$$

$$18^2 - 9 \cdot 11 \cdot 7$$

990

$$1200 - 11 = 1189$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

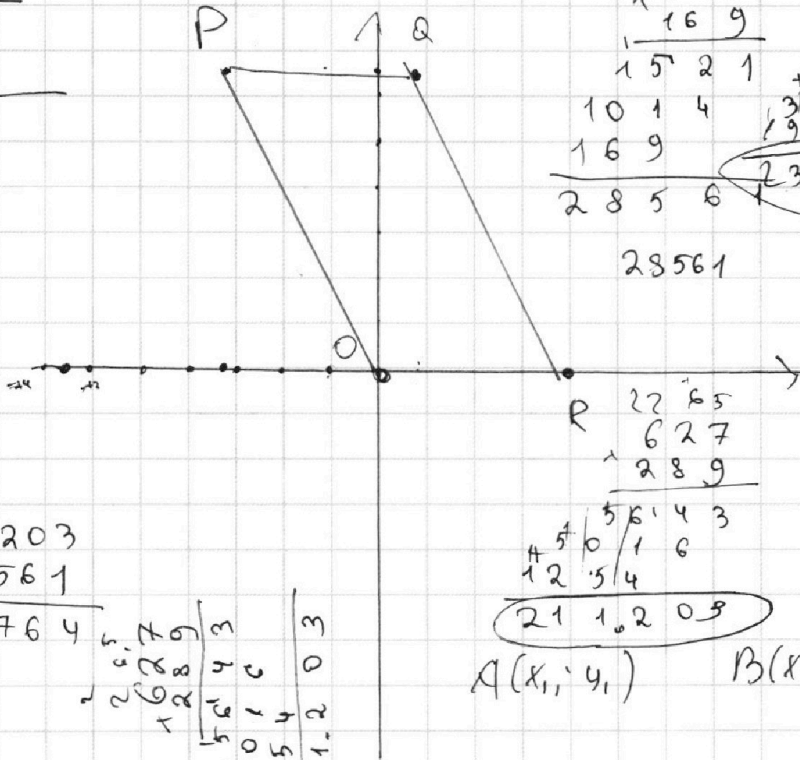


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 76 \\ 488 \\ \hline 488 \\ 3904 \\ \hline 3904 \end{array}$$

Черновики.



$$\begin{array}{r} 68 \\ 169 \\ \hline 169 \\ 1521 \\ \hline 1014 \\ 169 \\ \hline 2856 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 488 \\ \hline 488 \\ 3904 \\ \hline 3904 \\ 1952 \\ \hline 238144 \end{array}$$

28561

$$\begin{array}{r} 211203 \\ 28561 \\ \hline 239764 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2629 \\ 1289 \\ \hline 5016 \\ 1254 \\ \hline 181203 \end{array}$$

2x

$$\begin{array}{r} 2265 \\ 627 \\ \hline 289 \\ 5643 \\ 1254 \\ \hline 211203 \end{array}$$

$A(x_1; y_1)$ $B(x_2; y_2)$

338
169
12013
340
338
169.2
169.169

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

338² = 240000
500
250000

$$\begin{array}{r} 627 \cdot 3 \\ \hline 27 \\ 209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 497 \\ 498 \\ \hline 2567^3 \\ 498 \\ \hline 498 \\ 39184 \\ \hline 4482 \\ 1992 \\ \hline 248004 \end{array}$$

$$13^4 \cdot 2^2 + 4 \cdot (627 \cdot 289)$$

$$4(13^4 + 627 \cdot 289)$$

$$13^4 + 11 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 12$$

$$\begin{array}{r} 381 \\ 492 \\ \hline 492 \\ + 2984 \\ 4428 \\ \hline 1968 \\ \hline 242064 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \hline 338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ \hline 498 \\ \hline 338 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

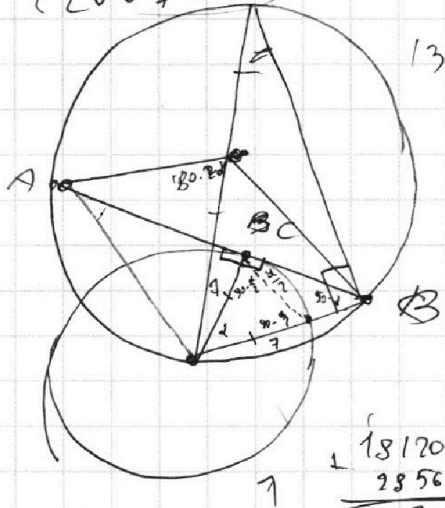
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

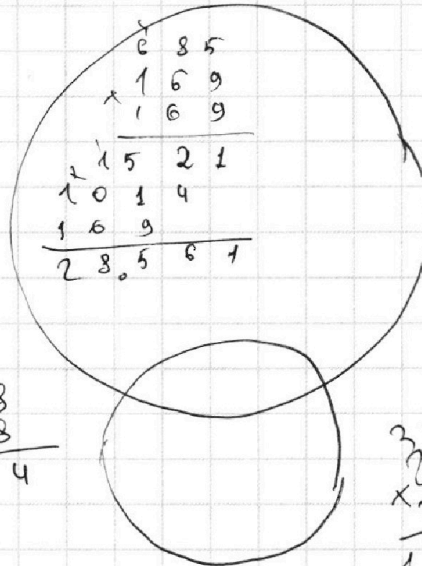
448

$$\begin{array}{r}
 448 \\
 1235184 \\
 11792 \\
 1792 \\
 \hline
 200704
 \end{array}$$



Черновик

470



$$\begin{array}{r}
 44 \\
 46 \\
 \hline
 176 \\
 176 \\
 \hline
 300
 \end{array}$$

90000

400 · 400

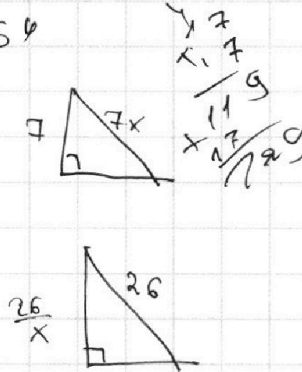
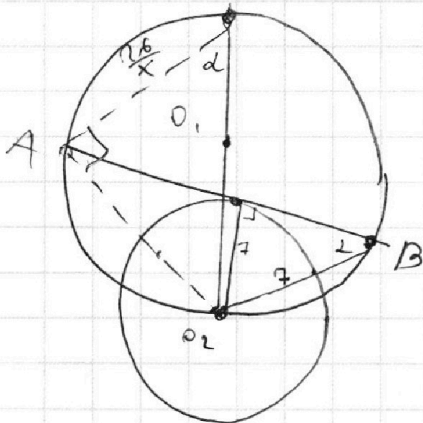
160000

$$\begin{array}{r}
 42 \\
 42 \\
 \hline
 184 \\
 184 \\
 \hline
 336 \\
 336 \\
 \hline
 676
 \end{array}$$

48

$$\begin{array}{r}
 181203 \\
 28561 \\
 \hline
 209764
 \end{array}$$

209764



$$\begin{array}{r}
 676 \\
 49 \\
 \hline
 627 \\
 626 \\
 \hline
 627
 \end{array}$$

$$676 - \frac{676}{x^2} = (7x)^2 + 49$$

$$676 - \frac{676}{x^2} = 289x^2 + 49$$

$$2 = 6x^2 - 676 = 289x^4 + 49x^2$$

$$x^2 = t$$

$$t \geq 0$$

$$676t - 676 - 49t = 289t$$

$$627t - 676 = 289t^2$$

$$789t^2 - 627t + 676 = 0$$

$$\begin{array}{r}
 289 \\
 + 49 \\
 \hline
 338
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 26 \\
 5016 \\
 1254 \\
 \hline
 181203
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 67603 \\
 1158 \\
 458 \\
 \hline
 + 31664 \\
 + 2290 \\
 1832 \\
 \hline
 209764
 \end{array}$$