



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

$$\frac{ab}{a+b} = \frac{b}{1+\frac{b}{a}} = \frac{b}{\frac{a+b}{a}} = \frac{ab}{a+b}$$

$$\frac{b}{1+\frac{b}{a}} = \frac{b}{\frac{a+b}{a}} = \frac{ab}{a+b}$$

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\frac{a^2-6ab+b^2}{a+b}$$

$$\frac{\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}}{a+b} = 2-7x$$

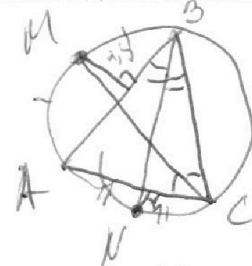
5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

15

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.



7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

6

$$27+6=33$$

$$10 \text{ из } 33$$

$$14 \text{ из } 33$$

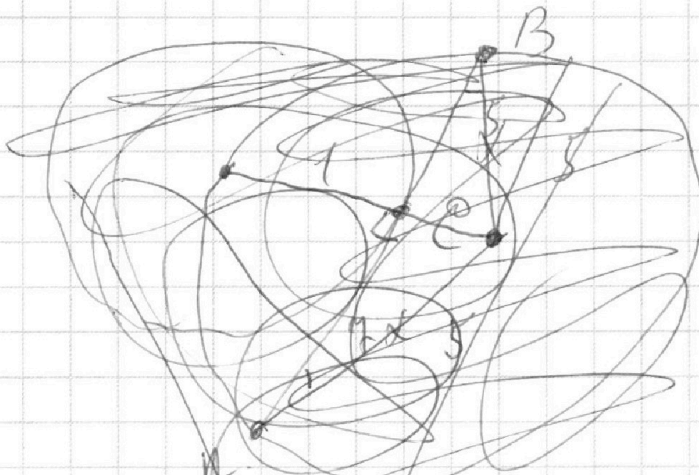
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

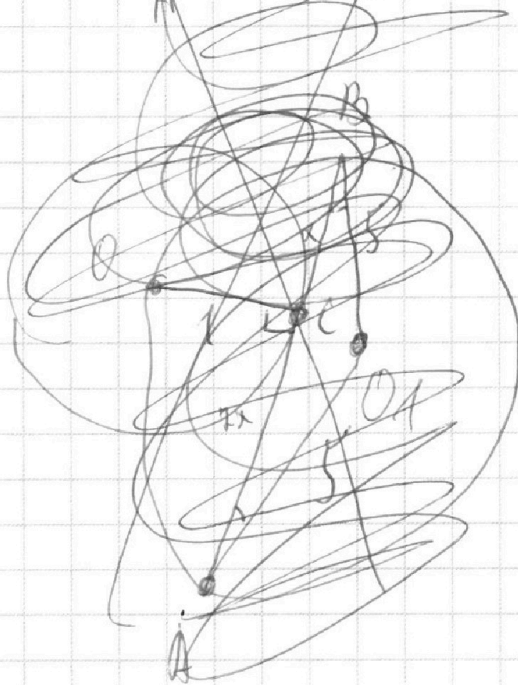
- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



W1



$$\begin{aligned}
 ab &= 2 \cdot 4 \cdot k \cdot kl \cdot m \\
 bc &= 2 \cdot 7 \cdot l \cdot ll \cdot n \\
 ac &= 2 \cdot 7 \cdot 37 \cdot z \cdot z \\
 a^2 b^2 c^2 &= 2 \cdot 4 \cdot 64 \cdot klz
 \end{aligned}$$



$m, k, a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow a \cdot b \cdot c \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 64 \cdot klz} \in \mathbb{N}$   
 $4 \cdot 32 \cdot \sqrt{2 \cdot 51 \cdot klz} \in \mathbb{N}$  *число делится на 4*  
*число делится на 4*  $klz$  *число делится на 26*  
 $klz = 2 \Rightarrow a, b, c = 2 \cdot 4 \cdot 32$  *число делится на 26*  
 $abc = 2 \cdot 4 \cdot 32$  *число делится на 26*

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

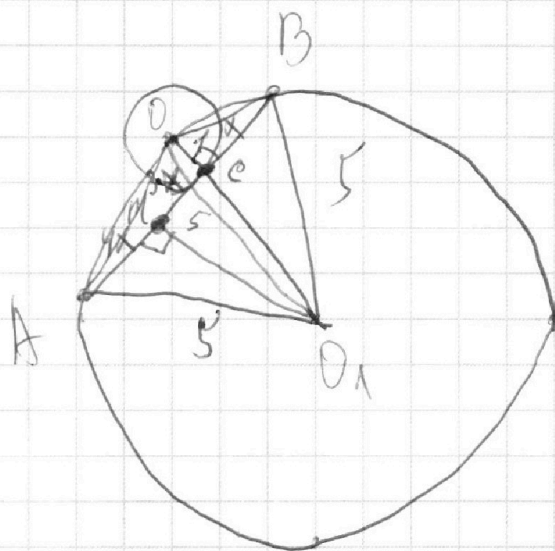
- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 3



нужно  $x = OB$ ,  
тогда  $AB = 8x$

проведем медиану  $O_1M$ ,  $O_1M = \sqrt{25 - 16x^2}$ ,

по т. Пифагора  $\Rightarrow O_1C = \sqrt{25 - 5x^2}$  по

т. Пифагора  $\angle COO_1 = \angle OCM + \angle MCO_1 =$

$= 90^\circ + \angle MCO_1$ , нужно  $\angle MCO_1 = 2 \Rightarrow$

$\angle O_1CB = 180^\circ - 2$ , по теореме косинусов для

$\triangle O_1OC$ :  $1 + 25 - 5x^2 + 2 \cdot \sqrt{25 - 5x^2} \sin \alpha = 25$

по теореме косинусов для  $\triangle O_1CB$ :

$$25 - 5x^2 + x^2 + 2x\sqrt{25 - 5x^2} \cos \alpha = 25$$

~~$$1 + 25 - 5x^2 + 2\sqrt{25 - 5x^2} \sin \alpha = 25 - x^2 + x^2 + 2x\sqrt{25 - 5x^2} \cos \alpha$$~~

~~$$\cos \alpha = \frac{4x^2}{2x\sqrt{25 - 5x^2}} \quad 1 + 2\sqrt{25 - 5x^2} \sin \alpha - 2x\sqrt{25 - 5x^2} \cos \alpha - x^2 = 0$$~~

~~$$1 - x^2 + 2\sqrt{25 - 5x^2} (\sin \alpha - \cos \alpha) = 0$$~~

$OB = \sqrt{1 + x^2}$  по т. Пифагора



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение №9

$$2513749 + 443975 = 2957724 \sqrt{61}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 2513749 \\ + 443975 \\ \hline 2957724 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2957724 = \sqrt{61} \\ \hline 295114 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2957724 \\ \hline 295114 \end{array} > \begin{array}{r} 2451140 \\ \hline 295114 \end{array} = 0$$

$$\sqrt{61} < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$

$$\begin{array}{r} 11 + 2\sqrt{61} \\ \hline 41 \end{array} \phi$$

Ответ:  $x = \frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



продолжение №4

$$\text{при } x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

~~$$\sqrt{3274 - 366\sqrt{61}} + \sqrt{3069 + 406\sqrt{61}} = \frac{5 + 10\sqrt{61}}{41}$$~~

~~$$\sqrt{3274 - 366\sqrt{61}} + \sqrt{3069 + 406\sqrt{61}} = 5$$~~

$$\sqrt{3274 - 366\sqrt{61}} + \sqrt{3069 + 406\sqrt{61}} = 49$$

$$\sqrt{3274 - 366\sqrt{61}} = 49 - \sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}$$

$$3274 - 366\sqrt{61} = 1681 - 82\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}} + 3069 + 406\sqrt{61}$$

~~$$205 - 366\sqrt{61} = 1681 - 82\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}} + 406\sqrt{61}$$~~

~~$$205 - 406\sqrt{61} = 1681 - 2\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}$$~~

~~$$1476 + 406\sqrt{61} = 2\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}$$~~

~~$$738 + 203\sqrt{61} = \sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}$$~~

~~$$544644 + 2 \cdot 203 \cdot \sqrt{61} + (203\sqrt{61})^2 =$$~~

~~$$= 3069 + 3069 \cdot 80\sqrt{61} + 1600 \cdot 61$$~~

~~$$544644 + 41209 \cdot \sqrt{61} =$$~~

~~$$= 106669 + 245114\sqrt{61}$$~~

~~$$443975 + 251349\sqrt{61} =$$~~

~~$$= 245114\sqrt{61}$$~~

$$2513249$$

<del> <math display="block">\begin{array}{r} 203 \\ \times 203 \\ \hline 1609 \\ 000 \\ \hline 40609 \end{array}</math> </del>	<del> <math display="block">\begin{array}{r} 6100 \\ \times 16 \\ \hline 36600 \\ 6100 \\ \hline 97600 \\ + 97609 \\ \hline 155209 \end{array}</math> </del>
<del> <math display="block">\begin{array}{r} 40609 \\ \times 245114 \\ \hline 245114 \\ 162236 \\ 162236 \\ \hline 245114 \end{array}</math> </del>	<del> <math display="block">\begin{array}{r} 245520 \\ + 406 \\ \hline 245114 \end{array}</math> </del>

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$
$$2 - 7x = 2 - 7x \cdot \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$(2 - 7x) \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 1 \right) = 0$$

$$x_1 = \frac{2}{7}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1$$

$$-7x + 2 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1 + 7x - 2 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 484 + 492 = 976 = 61 \cdot 16$$

$$x_2 = \frac{22 + 4\sqrt{61}}{41} = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

$$x_3 = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}$$

$\frac{77 - 14\sqrt{61}}{41} \cdot \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0$   
 $< 0$

~~Handwritten scribbles and calculations, including a table of numbers:~~

12	2	12	2
6	1	6	1
24	4	24	4
12	2	12	2
6	1	6	1
24	4	24	4
12	2	12	2
6	1	6	1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

проверка №4

Проверка

$$x_1 = \frac{2}{7} \quad x_2 = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \quad x_3 = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

при  $x = \frac{2}{7}$  ✓

$$\sqrt{2 - \frac{4}{49} - \frac{10}{7} + 3} = \sqrt{2 - \frac{4}{49} + \frac{4}{7} + 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{8}{49} - \frac{20}{49} + \frac{447}{49}} = \sqrt{\frac{8}{49} + \frac{28}{49} + \frac{49}{49}} = \sqrt{25} - \sqrt{85} = 0$$

~~147 - 40 = 107~~  
~~147 + 8 = 155~~

$0 = 2 - \frac{2}{7} \Rightarrow$  Проверка

при  $x = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}$

~~Handwritten calculations and scribbles~~

$$\sqrt{2 - \frac{121 - 44\sqrt{61} + 244 - 55 - 10\sqrt{61}}{1681} + 3} =$$

$$= \sqrt{\frac{242 + 244 - 2255 - 44\sqrt{61} + 4(10\sqrt{61}) + 5093}{1681}} = \sqrt{\frac{3274 + 366\sqrt{61}}{1681}}$$

$$\sqrt{\frac{3274 + 366\sqrt{61}}{1681}} - \sqrt{\frac{242 + 244 - 44\sqrt{61} + 902 + 40\sqrt{61} + 1681}{1681}} = \sqrt{\frac{3274 + 366\sqrt{61}}{1681}} - \sqrt{\frac{3069 - 40\sqrt{61}}{1681}}$$

$$= \frac{82 - 77 + 14\sqrt{61}}{41} = \frac{5 + 14\sqrt{61}}{41}$$

Проверка все на 41

$$\sqrt{\frac{3274 + 366\sqrt{61}}{1681}} - \sqrt{\frac{3069 - 40\sqrt{61}}{1681}} = \frac{5 + 14\sqrt{61}}{41}$$

~~Handwritten calculations and scribbles~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



*проверяется №6*

$$a_3 = \frac{15}{\sqrt{1375}}$$

$$a_4 = -\frac{15}{\sqrt{1375}}$$

*Преобразуем:*

при  $a_1 = \sqrt{\frac{1}{63}}$   $b_1 = \frac{8}{5} \sqrt{\frac{1}{63}}$  ✓

$$\frac{|16 \sqrt{\frac{1}{63}}|}{\sqrt{\frac{64}{63}}} = 2$$

$$\frac{16}{8} = 2 \quad \checkmark$$

$$\frac{|16 \sqrt{\frac{1}{63}} - 8 \sqrt{\frac{1}{63}}|}{\sqrt{\frac{64}{63}}} = 1$$

$$\frac{8}{8} = 1 \quad \checkmark$$

при  $a_2 = -\sqrt{\frac{1}{63}}$   $b_2 = -\frac{8}{5} \sqrt{\frac{1}{63}}$  ✓

$$\frac{|-16 \sqrt{\frac{1}{63}}|}{\sqrt{\frac{64}{63}}} = 2$$

$$2 = 2$$

при  $a_3 = \frac{15}{\sqrt{1375}}$   $b_3 = \frac{8}{5} \sqrt{\frac{1}{63}}$

$$\frac{|10 \sqrt{\frac{64}{1375}}|}{\sqrt{\frac{225 + 1375}{1375}}} = 2 \quad \sqrt{4} = 2 \quad \checkmark$$

$$\frac{|\sqrt{6400}|}{\sqrt{1600}} = 2 \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \sqrt{\frac{1}{63}} \\
 a_2 &= -\sqrt{\frac{1}{63}} \\
 a_3 &= \frac{15}{\sqrt{1375}} = \frac{3}{\sqrt{55}} \\
 a_4 &= -\frac{15}{\sqrt{1375}} = -\frac{3}{\sqrt{55}}
 \end{aligned}$$

*Ответ:*  $a_1 = \sqrt{\frac{1}{63}}$   
 $a_2 = -\sqrt{\frac{1}{63}}$   
 $a_3 = \frac{3}{\sqrt{55}}$   
 $a_4 = -\frac{3}{\sqrt{55}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



приоритетные №6

1 случай:

~~касается~~

$ax - y + 10b = 0$  касается окруж.

$$\begin{cases} \frac{|10b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 2 \\ \frac{|10b - 8a|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1 \end{cases}$$

2 случай

~~$ax - y + 10b = 0$  пересекает окруж с ~~касается~~  
параллельна прямой функции не пересекает  
с параболой 1, 3 случай касаются  
пересекает с параболой 1 и не пересекает  
с параболой 2~~



~~$$\begin{cases} \frac{|10b|}{\sqrt{a^2 + 1}} < 2 \\ \frac{|10b - 8a|}{\sqrt{a^2 + 1}} > 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} \frac{|10b|}{\sqrt{a^2 + 1}} > 2 \\ \frac{|10b - 8a|}{\sqrt{a^2 + 1}} < 1 \end{cases}$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



преобразована NG

$$\begin{cases} \frac{|10b|}{\sqrt{a^2+1}} = 2 \\ \frac{|10b-8a|}{\sqrt{a^2+1}} = 1 \end{cases}$$

$$|10b-8a| = \sqrt{a^2+1} \quad \sqrt{a^2+1} \neq 0 \text{ тк}$$

$$|10b| = 2\sqrt{a^2+1} \quad a^2 \geq 0 \Rightarrow$$

~~$$100b^2 - 160ab + 64a^2 = a^2 + 1$$~~

~~$$100b^2 = 4a^2 + 4$$~~

~~$$4a^2 + 4 + 64a^2 - a^2 - 1 = 160ab$$~~

~~$$67a^2 + 3 = 160ab$$~~

$$|10b-8a| = \sqrt{a^2+1}$$

$$|5b| = \sqrt{a^2+1}$$

$$|10b-8a| = |5b|$$

$$100b^2 - 160ab + 64a^2 = 25b^2$$

$$(5b-8a)(15b-8a) = 0$$

$$5b=8a \Rightarrow |16a| = 2\sqrt{a^2+1}$$

$$256a^2 = 4a^2 + 4$$

$$252a^2 = 4$$

$$15b=8a \Rightarrow$$

$$|5b| = \sqrt{\frac{225}{64}a^2 + 1}$$

$$25b^2 = \frac{225}{64}a^2 + 1$$

~~$$1600 - 225a^2 - 100a^2 - 25 = 1375$$~~

$$\frac{1375}{64} b^2 = 1$$

$$b = \sqrt{\frac{64}{1375}} \quad b_4 = -\sqrt{\frac{64}{1375}}$$

$$a^2 = \frac{4}{252} = \frac{1}{63}$$

$$a_1 = \sqrt{\frac{1}{63}}$$

$$a_2 = -\sqrt{\frac{1}{63}}$$

$$b_1 = \frac{8}{5} \sqrt{\frac{1}{63}}$$

$$b_2 = -\frac{8}{5} \sqrt{\frac{1}{63}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

v6

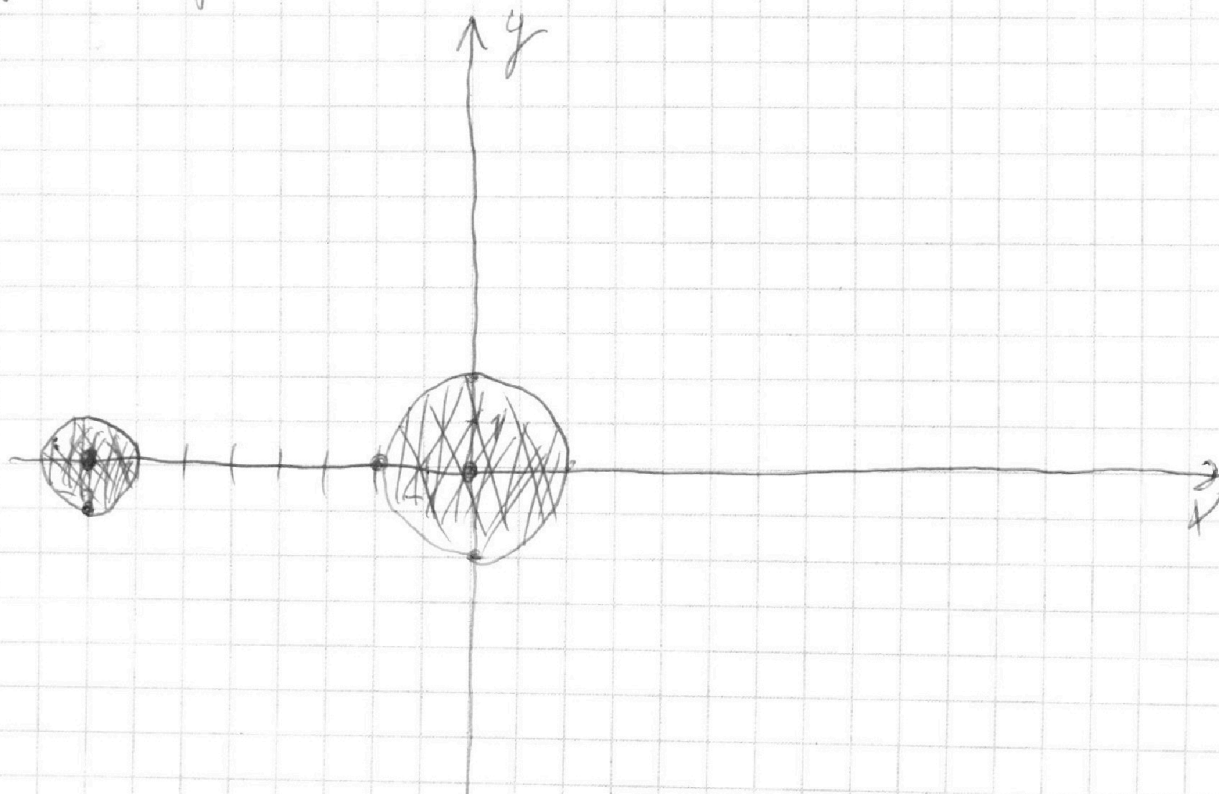
$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 & x_0 = -8 \quad y_0 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 & x_0 = 0 \quad y_0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases}$$

Ищем точки пересечения

$$ax - y + 10b = 0 \in \text{прямая}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

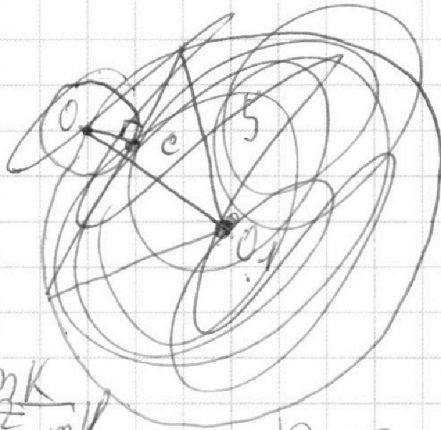
- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 3



$$\frac{a+b=mk}{a^2-6ab+b^2=mn}$$

$$\begin{aligned} a+b &= mk \\ a^2-6ab+b^2 &= mn \end{aligned}$$

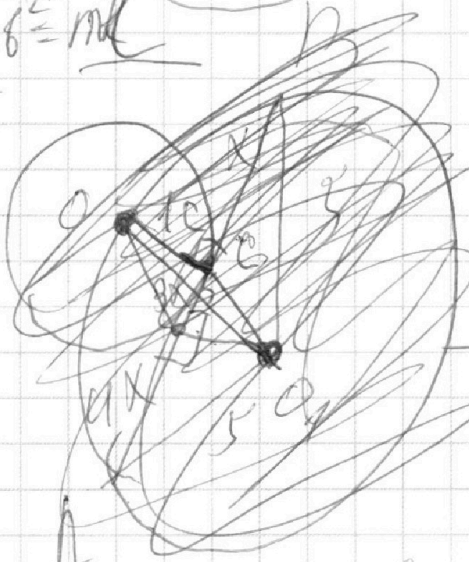
$$a+b=mk$$

$$(a+b)^2 - 8ab = mn$$

$$m^2k^2 - 8ab = mn$$

$$m^2k^2 - mn = 8ab$$

$$a^2$$



$$\frac{1}{a-b+b^2}$$

$$a-b+b^2 + a^2-6a+b$$

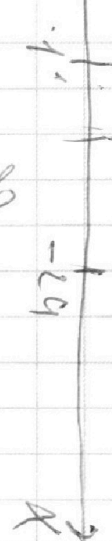
$$\frac{a+b}{a^2-6a+b^2}$$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} =$$

$$(3+2\sqrt{2})b$$

$$D = 30b^2 - 4b^2 = 26b^2$$

$$a_1 = \frac{b + 4\sqrt{2}b}{2} = 3b + 2\sqrt{2}b$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



преобразование №3

$$\sin \alpha = \frac{25 - 25 + 5x^2}{2\sqrt{25 - 5x^2}} = \frac{5x^2 - 1}{2\sqrt{25 - 5x^2}}$$

при  $x = \sqrt{5}, -\sqrt{5}$

$$1 + 25 - 25 + 0 = 25 \Rightarrow \neq$$

$$1 \neq 25$$

$$\cos \alpha = \frac{4x^2}{2\sqrt{25 - 5x^2}}$$

$$x \neq \sqrt{5}, -\sqrt{5}$$

при  $x \neq 0$

$$x \neq 0 \text{ m.k. } x = CB$$

$$25 = 25$$

$$26 + 10 \sin \alpha = 25$$

$$10 \sin \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = 0.1$$

$$\cos \alpha = \frac{2x}{\sqrt{25 - 5x^2}}$$

$$1 - x^2 + 2\sqrt{25 - 5x^2} \left( \frac{5x^2 - 1}{2\sqrt{25 - 5x^2}} - \frac{2x^2}{\sqrt{25 - 5x^2}} \right) = 0$$

$$1 - x^2 + 5x^2 - 1 - 4x^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

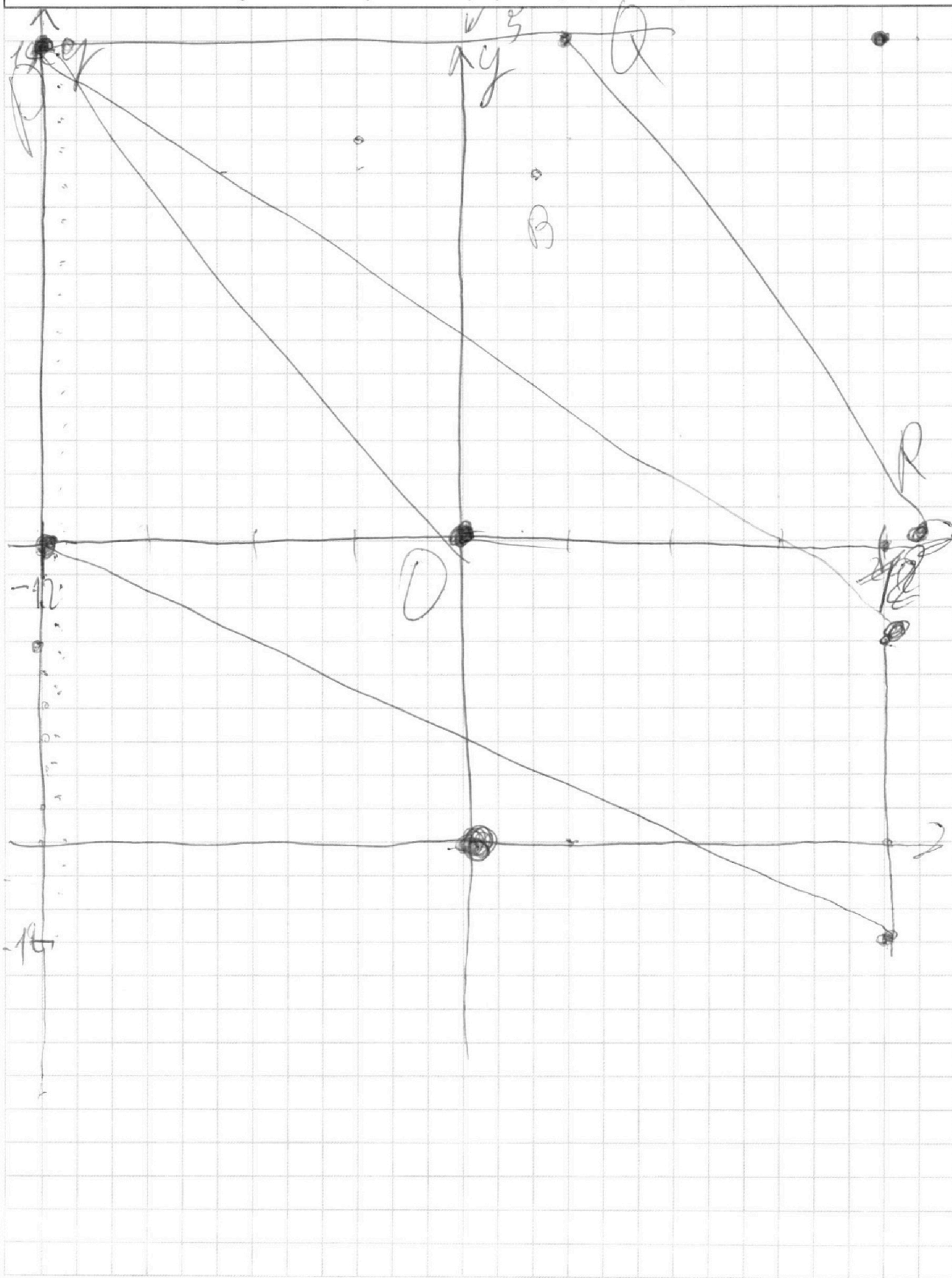
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                                     |                          |                          |                          |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



проекции № 3

$$OA = \sqrt{1 + 4gx^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{2x}{\sqrt{25 - 5x^2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{5x^2 - 1}{2\sqrt{25 - 5x^2}} = \frac{5x^2 - 1}{2\sqrt{5x^2}}$$

$$1 - x^2 + 2\sqrt{25 - 5x^2} \left( \frac{5x^2 - 1}{2\sqrt{25 - 5x^2}} - \frac{2x^2}{\sqrt{25 - 5x^2}} \right) = 0$$

$$1 - x^2 + 5x^2 - 1 - 4x^2 = 0$$

$$0 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} = \frac{m \cdot k}{m \cdot n}$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = (a - (3 - 2\sqrt{2})b)(a - (3 + 2\sqrt{2})b)$$

$$D = 36b^2 - 4b^2 = 32b^2$$

$$a_1 = \frac{6b + 4\sqrt{2}b}{2} = (3 + 2\sqrt{2})b$$

$$a_2 = (3 - 2\sqrt{2})b$$

$$a+b = m \cdot k$$

$$(a - (3 - 2\sqrt{2})b)(a - (3 + 2\sqrt{2})b) = m \cdot n$$

$$3 - 2\sqrt{2} \notin \mathbb{N}$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$3 + 2\sqrt{2} \notin \mathbb{N}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~продолжение №6~~

$$\begin{aligned}
 & |10b - 2\sqrt{a^2+1}| < 0 \\
 & (10b - 2\sqrt{a^2+1})(10b + 2\sqrt{a^2+1}) < 0 \\
 & (10b - 8a - \sqrt{a^2+1})(10b - 8a + \sqrt{a^2+1}) > 0 \\
 & (10b - 2\sqrt{a^2+1})(10b + 2\sqrt{a^2+1}) > 0 \\
 & (10b - 8a - \sqrt{a^2+1})(10b - 8a + \sqrt{a^2+1}) < 0
 \end{aligned}$$

~~№2~~

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a}{a^2-6ab+b^2} + \frac{b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$D = \frac{a^2-6ab+b^2}{a^2-6ab+b^2} + \frac{a^2-6ab+b^2}{a^2-6ab+b^2} =$$

$$= \frac{a^2-6ab+b^2 + a^2-6ab+b^2}{a^2-6ab+b^2} =$$

