



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$y = \frac{3}{8}x$
 $y = 0$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.



4. [5 баллов] Решите уравнение

$\frac{7x}{1} = \frac{CC_1}{x}$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

✓ 1.

Заметим, что $a \cdot b = 2^{14}$ $b \cdot c = 2^{17}$ $c \cdot a = 2^{20}$

Тогда $(ab) \cdot (bc) \cdot (ca) = 2^{51}$

$$(abc)^2 = 2^{51}$$

Так, как $(abc)^2$ - квадрат, значит степень

вхождения простого множителя в него

~~равна~~ кратна 2. $(abc)^2 = 2^{51} \Rightarrow (abc)^2 = 2^{52}$

$$\Rightarrow abc = 2^{26}$$

~~Аналогично заметим, что $a \cdot b = 7^{10}$ $b \cdot c = 7^{17}$~~

~~Значит $(abc)^2 = 7^{64} \Rightarrow abc = 7^{32}$~~

~~Так как 2 и 7 взаимно просты, можно сказать~~

~~что $abc = (2^{26} \cdot 7^{32})$, значит конкретные~~

~~значения $abc = abc$ равно $2^{26} \cdot 7^{32}$~~

~~Пример a~~

Заметим, что $a \cdot c = 7^{37}$, значит $a \cdot b \cdot c = 7^{37}$,

значит минимальное значение abc равно

$2^{26} \cdot 7^{37}$ (так как $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ (2 и 7 взаимно

просты)). Пример для $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

 МФТИ



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжите задание 4:

Пример: $a = 2^8 \cdot 7^{20}$ $b = 2^6$ $c = 2^{12} \cdot 7^{17}$

Легко проверить, что $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$, и что

все условия выполняются.

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{2}$.

a и b не имеют общих делителей отличных от 1.

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 2ab}$$

Пусть сократимось на

какое-то m , т.е. $a+b \div m \Rightarrow (a+b)^2 \div m$

$$\Rightarrow 2ab \div m$$

~~Предполагаем, что m содержит какое-то простое множительное, отличное от 2^3 , т.е.~~

$$a \cdot b \div p, \quad p \text{ — простое}$$

Предполагаем, что m содержит какое-то простое множительное, отличное от 2^3 ,
(возможно, может делиться на $2^1, 2^5, 3^2, \dots$

.....), т.е. $a \cdot b \div p^k$, ~~значит~~ заметим
это. ~~Если~~ если $a \cdot b \div p^k$, то либо $a \div p^k$ либо
 $b \div p^k$, поэтому что иначе a и b можно
сократить на p , что противоречит условию.

Значит, если $a \cdot b \div p^k$ без отрывающегося отрыва
скажем $a \div p^k \Rightarrow b \div p$, но $a+b \div m$, $m \div p^k$

значит $a+b \div p^k$, $a \div p^k \Rightarrow b \div p^k$ — противоречие

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2 Продолжение.

Знаменатель предположительно неверно и

т не содержит иконтентной кроме

2^3 , значит m максимальное $= 2^3$.

$$m = 2^3$$

Пример.

$$\frac{3+5}{(3+5)^2 - 8(3+5)} = \frac{8}{8 \cdot 8 - 8 \cdot 15}$$

Очевидно, что
ка 8 сокр.

Ответ: $m = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



√3.

Дано:

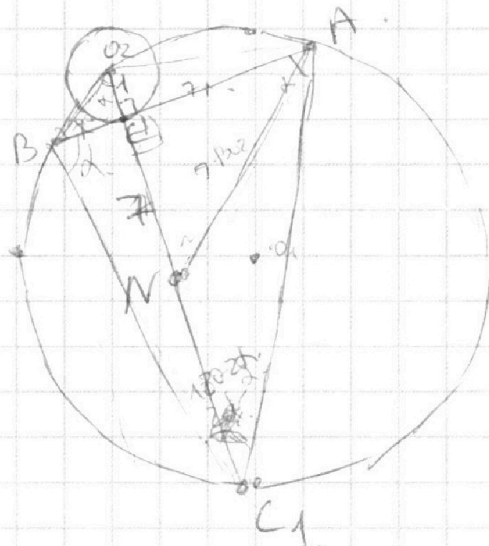
$$O_2 \in \Omega$$

AB касат. к ω

$$\frac{AC}{CB} = 7.$$

$$O_2C = 1, O_1A, O_1B = 5$$

Решение:



1) Проведем O_2C за точку до пересечения с окр. C_1 .

2) Пусть $CA = 7x$, $BC = x$.

3) Тогда $BC \cdot AC = O_2C \cdot CC_1$ (теорема о касат. к окр.)

$$7 \cdot x^2 = CC_1.$$

4) Проведем $AN \parallel O_2B$, тогда $\triangle BO_2C \sim \triangle ANC$.

$$AN = 7 \cdot BO_2, \quad BN = 7, \quad BO_2 = \sqrt{1 + x^2}.$$

$$AN = 7 \cdot \sqrt{1 + x^2}$$

$$5) CA = AC = 7 \cdot x, \quad CA = \sqrt{(7x)^2 + (7x)^2} = 7 \cdot \sqrt{2x^2} = 7 \cdot x \cdot \sqrt{2} = AN$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 Прямые

$$\angle B = \angle A \Rightarrow \triangle BAC \text{ — } p/d$$

$$BC_1 = AC_1 \Rightarrow \text{высота} = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + (7x - 2) = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

1) $D_{\sqrt{2x^2 + 2x + 1}} \quad D < 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 > 0$

2) $2x^2 - 5x + 3 = (x - 1)(2x - 3) \Rightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$

$$2x^2 - 5x + 3 + (7x - 2)^2 + 2 \cdot (7x - 2) \cdot \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2x^2 + 2x + 1$$

$$(7x - 2)^2 + (7x - 2) \cdot (2 \cdot \sqrt{2x^2 - 5x + 3}) = (7x - 2)$$

$$(7x - 2) \cdot ((7x - 2) + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - 1) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x^2 - 5x + 3 + (7x - 2)^2 + 2 \cdot (7x - 2) \cdot \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2x^2 + 2x + 1 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{array} \right.$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (7x - 2)^2 + 2 \cdot (7x - 2) \cdot \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 7x - 2 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{array} \right.$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (7x - 2) \cdot (7x + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - 3) = 0 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{array} \right.$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 4 (1 продолж.)

$$\left\{ \begin{array}{l} 7x - 2 = 0 \\ 7x + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{2}{7} \\ \left[2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\right]^2 = (3 - 7x)^2 \\ 3 - 7x \geq 0 \end{array} \right.$$
$$x \in (-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right) \quad x \in (-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{2}{7} \\ 8x^2 - 20x + 12 = 49x^2 - 42x + 9 \end{array} \right.$$
$$x \leq \frac{3}{7}$$
$$x \in (-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{2}{7} \\ 41x^2 - 22x - 3 = 0 \end{array} \right.$$
$$x \leq \frac{3}{7}$$

$$3) 41x^2 - 22x - 3 = 0.$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$x_{1,2} \leq \frac{3}{7} = \frac{18}{42}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{11 + 2 \cdot 7}{41} > \frac{25}{41} > \frac{18}{42}$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < \frac{11 - 14}{41} < 0$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$x = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}$$

$$\left(\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < 0 < 1\right)$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

Ответ: $x = \frac{2}{7}$, $x = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

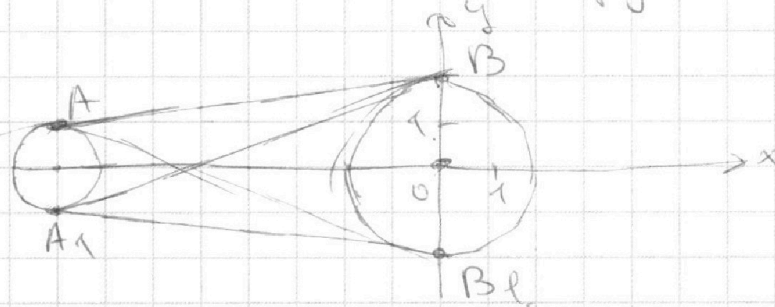
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6 Продолжение.

Рассмотрим все касательные (внутр и внешние) к этим окружностям.



Пусть

$$A(-8; 1); A_1(-8; -1).$$

$$B(0; 2); B_1(0; -2).$$

Тогда легко видеть, что AB, AB_1, A_1B, A_1B_1 — касательные. Рассмотрим их ~~коэффициенты~~

~~они равны~~ коэффициенты прямых содержащих

$$\text{эти касательные. } k_{AB} = \frac{1}{8}, k_{AB_1} = -\frac{1}{8},$$

$$k_{A_1B} = \frac{3}{8}, k_{A_1B_1} = -\frac{3}{8}. \text{ Если } a \text{ не совпадает}$$

ни с одной из k , тогда ур-е $y = ax + b$

не может быть касательной. (противоречие).

$$\text{Тогда } a = \frac{1}{8}; -\frac{1}{8}; \frac{3}{8}; -\frac{3}{8}.$$

$$\text{Ответ: } a = \frac{1}{8}; -\frac{1}{8}; \frac{3}{8}; -\frac{3}{8}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



✓6 Продолжение.

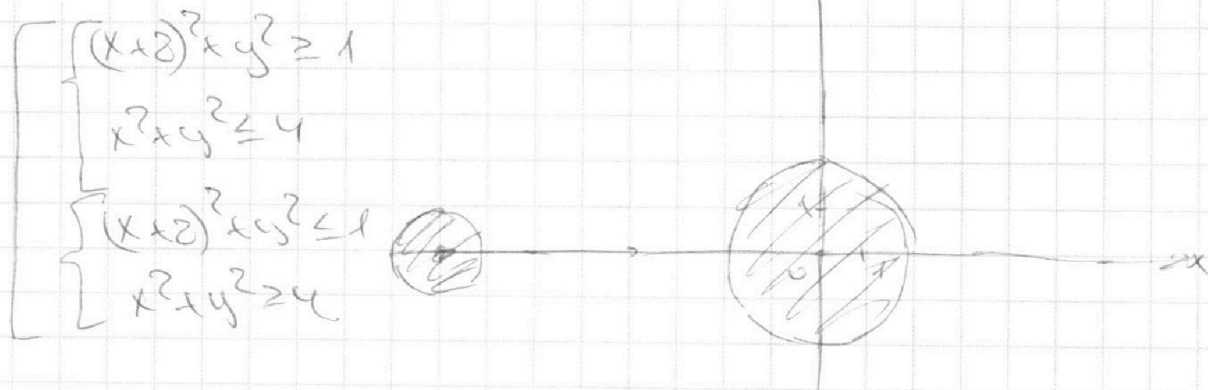
2 решается когда прямая пересекает два
круга в некоторых точках,

✓6.

$$ax - y + 10b = 0. \quad 1 \text{ ур-е}$$

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0. \quad 2 \text{ ур-е}$$

Попрошу график 2 ур-я,



Легко видеть что $ax - y + 10b = 0$ - график
прямой (т.к. $y = ax + 10b$). Значит
имеет ровно 2 решения когда $ax + 10b$
- касательная к одной окружности.

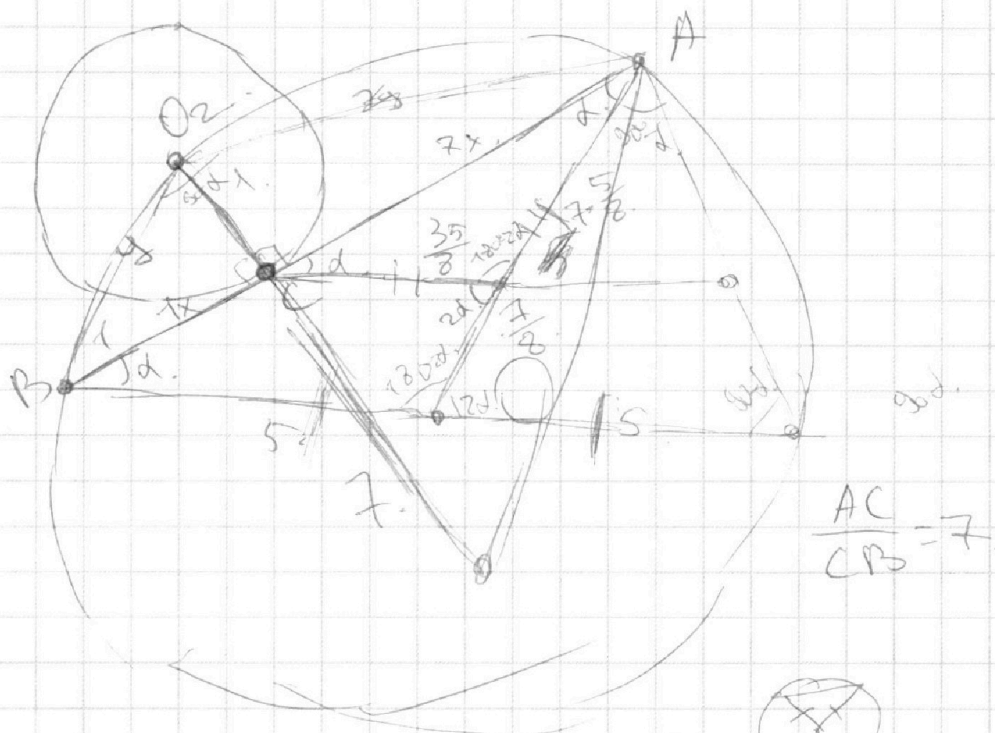
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

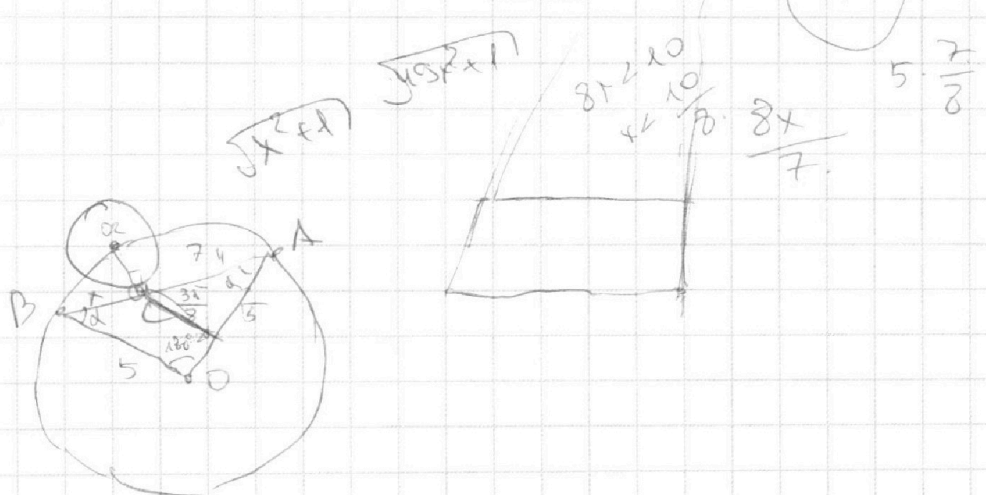
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{CB} = 7.$$



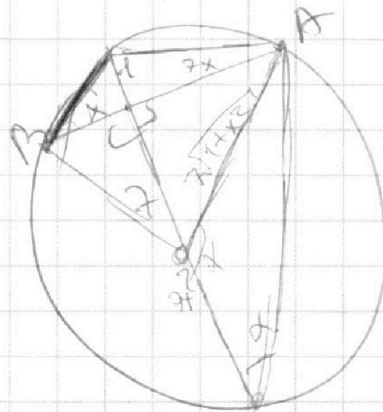
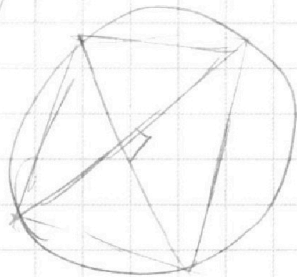
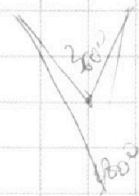
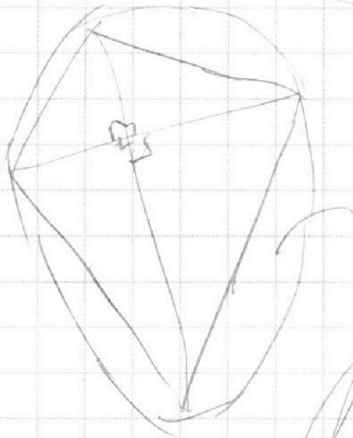
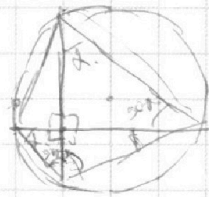
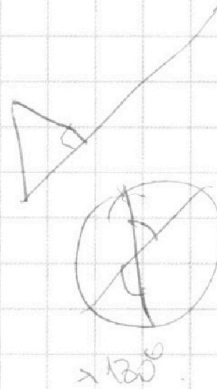
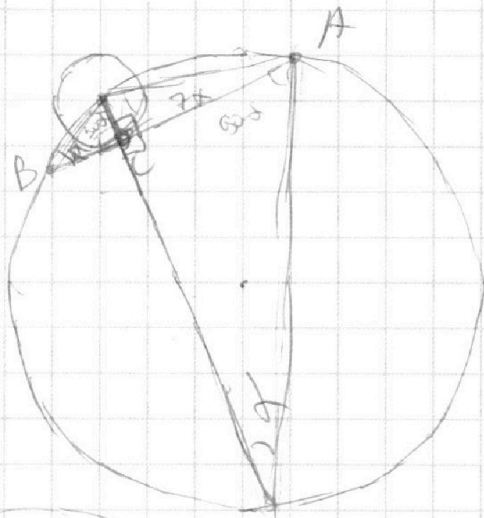
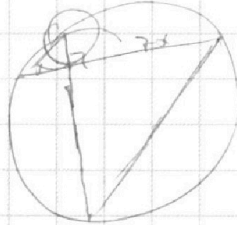
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





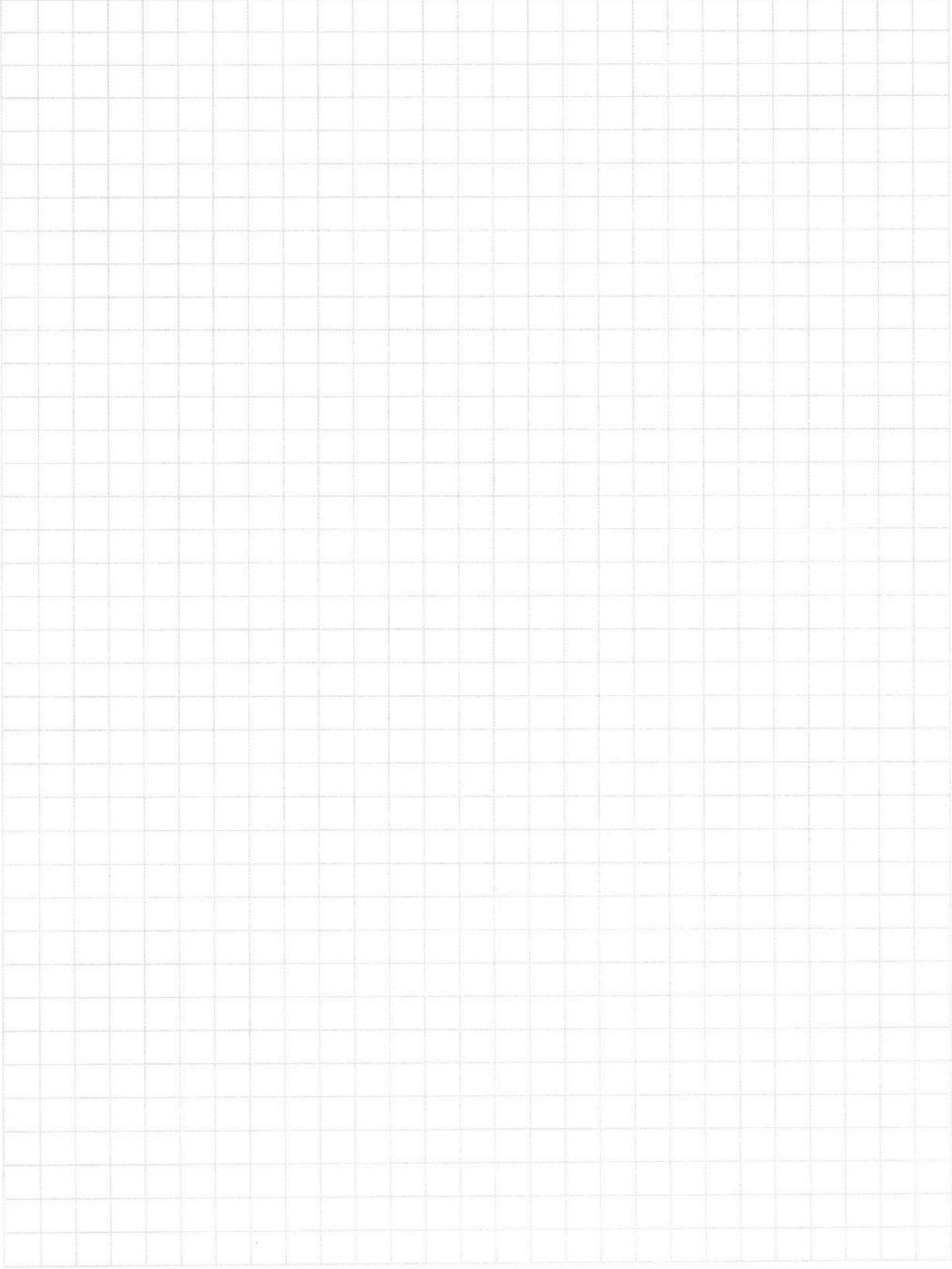
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$(a-b)^2 = 4ab$$

$$(a-5b)(a$$

$$(a+b)^2 = 8ab$$

$$(a+b) \equiv m$$

$$(a+b)^2 \equiv 100 \pmod{m}$$

$$8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$8ab : m$$

$$a+b : m$$

$$8ab : m$$

$$a+b : m$$

$$(a+b)^2 : m$$

$$a+2ab+b : m$$

$$2a+2b : m$$

$$4a^2+4b^2+8ab : m$$

$$4a^2+4b^2 : m$$

$$4(a^2+b^2) : m$$

$$(a+b)^2 : m$$

$$(a+b) : m$$

$$1000$$

$$a=5^4$$

$$b=1000-5^4$$

$$\frac{10}{100-8ab}$$

$$100-8ab=100$$

$$8ab$$

$$a:5$$

$$a+b=1000$$

$$2 \cdot 5^3$$

$$2 \cdot 5^4$$

$$\frac{100}{100^2-8ab}$$

$$a+b=100$$

$$8ab$$

$$100$$

$$12 \cdot 25^2$$

$$2 \cdot 25^2$$

$$25$$

$$25 \cdot 25$$

$$a+b=100$$

$$8ab$$

$$a^2+b^2$$

$$2ab$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2+b^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2 \begin{matrix} 14 \\ 10 \end{matrix}$$

$$a+b=10$$

$$bc: 2 \begin{matrix} 17 \\ 17 \end{matrix}$$

$$b+c=17$$

$$ac: 2 \begin{matrix} 20 \\ 37 \end{matrix}$$

$$c+a=37$$

$$(abc)^2: 7 \begin{matrix} 64 \\ 32 \end{matrix}$$

$$c-b=27$$

$$bc: 7 \begin{matrix} 17 \\ 37 \end{matrix}$$

$$a = 2 \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \end{matrix}$$

$$a_1 + b_1 \geq 14$$

$$b = 2 \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \end{matrix}$$

$$a_2 + b_2 = 10$$

$$c = 2 \begin{matrix} c_1 \\ c_2 \end{matrix}$$

$$b_1 + c_1$$

$$ac: 7 \begin{matrix} 37 \\ 37 \end{matrix}$$

$$a+b: 2 \begin{matrix} 14 \\ 14 \end{matrix}$$

$$(abc)(bc)(a) = 2 \begin{matrix} 9 \\ 12 \\ 14+17+20 \end{matrix}$$

$$bc: 2 \begin{matrix} 17 \\ 17 \end{matrix}$$

$$abc \geq 2$$

$$ca: 2 \begin{matrix} 20 \\ 20 \end{matrix}$$

$$(abc)^2: 2 \begin{matrix} 51 \\ 51 \end{matrix}$$

$$a = 2 \begin{matrix} 8 \\ 8 \end{matrix}$$

$$(abc)^2: 2 \begin{matrix} 52 \\ 52 \end{matrix}$$

$$b = 2 \begin{matrix} 6 \\ 6 \end{matrix}$$

$$abc: 2 \begin{matrix} 26 \\ 26 \end{matrix}$$

$$c = 2 \begin{matrix} 12 \\ 12 \end{matrix}$$

$$14+17+20$$

$$31 \quad 51$$



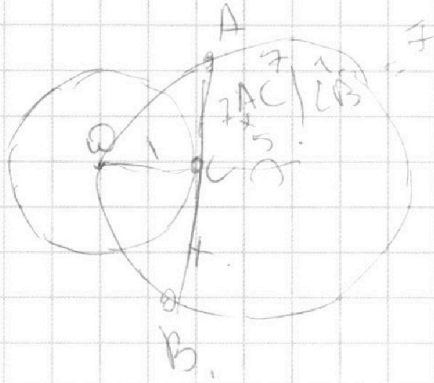
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

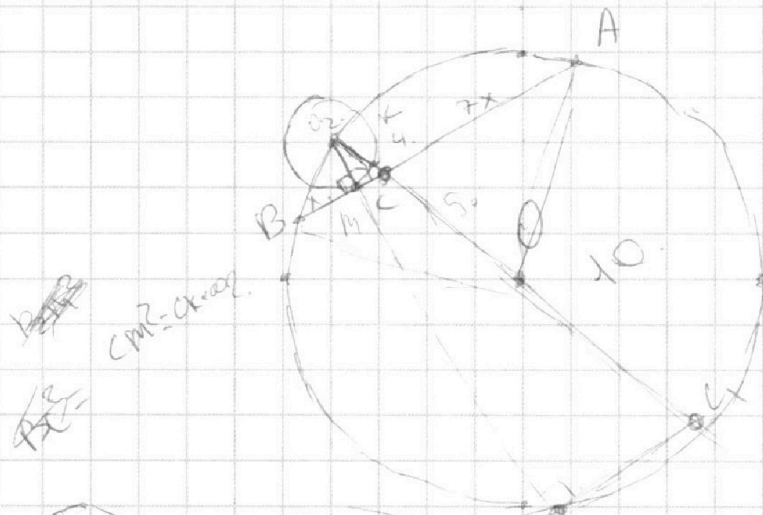
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



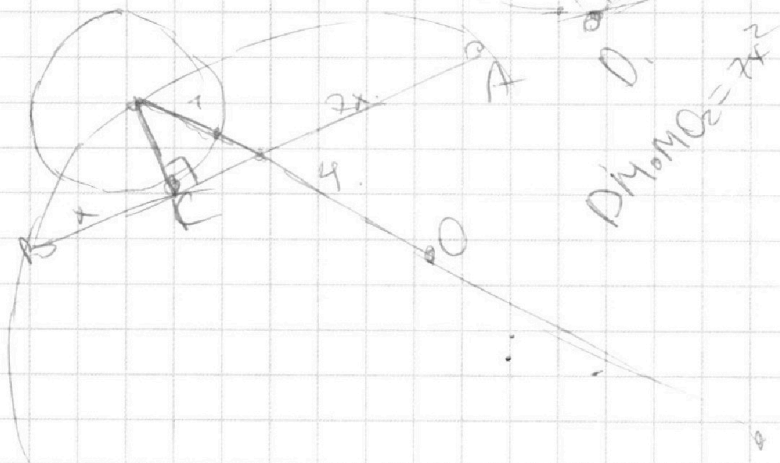
$$CM^2 = CK \cdot CO_2$$



$$CM^2 = CK \cdot CO_2$$

$$\frac{10}{10} = \frac{CK}{O_2B}$$

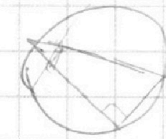
$$CO_2 = \frac{10}{O_2D}$$



$$DM \cdot MO_2 = 7 \cdot 2$$

$$O_2D = \sqrt{10^2 - DC^2}$$

MC



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



24.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = (2 - 7x) + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$(x-1)(2x-3)$
 $x=1$
 $2 \cdot 1 - 5 \cdot 1 + 3 = -2$
 $2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + 1 = 5$
 $2 - 7 \cdot 1 = -5$
 $\sqrt{a} = x + \sqrt{b}$
 $a = x^2 + 2$

$4 - 4 \cdot 2 < 0$
 $2x^2 + 2x + 1 > 0$

$x = \frac{2}{7}$ $2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$

$x \leq \frac{2}{7}$ $x \in (-\infty, \frac{2}{7}]$

$4 - 3 = 7x + 1$
 $2 = 7x$

$$(x-1)(2x-3) - 49x^2 - 28x + 4 + (2x^2 + 2x + 1) + 2(2-7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 49x^2 + 28x - 4 - 2x^2 - 2x - 1 = 2(2-7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

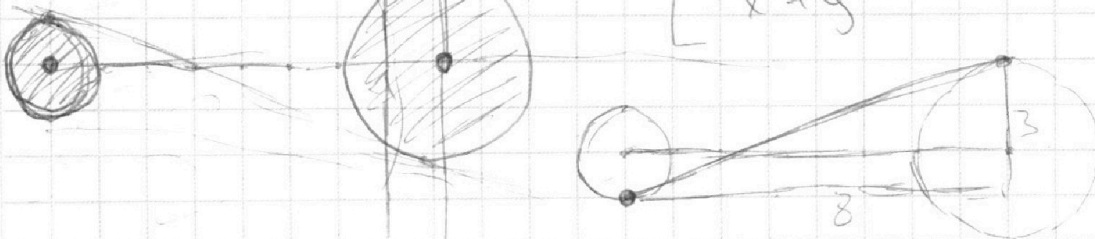
$$\frac{-49x^2 + 21x - 2}{2(2-7x)} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

-6.

$(x+8)^2 + y^2 \geq 1$
 $x^2 + y^2 \leq 4$

$ax - y + 10b = 0$
 $y = ax + 10b$

$(x+8)^2 + y^2 \geq 1$
 $x^2 + y^2 \leq 4$





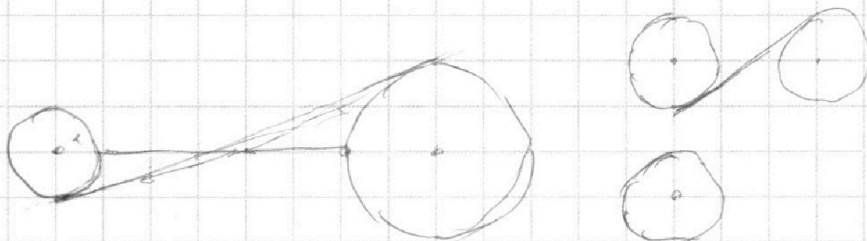
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

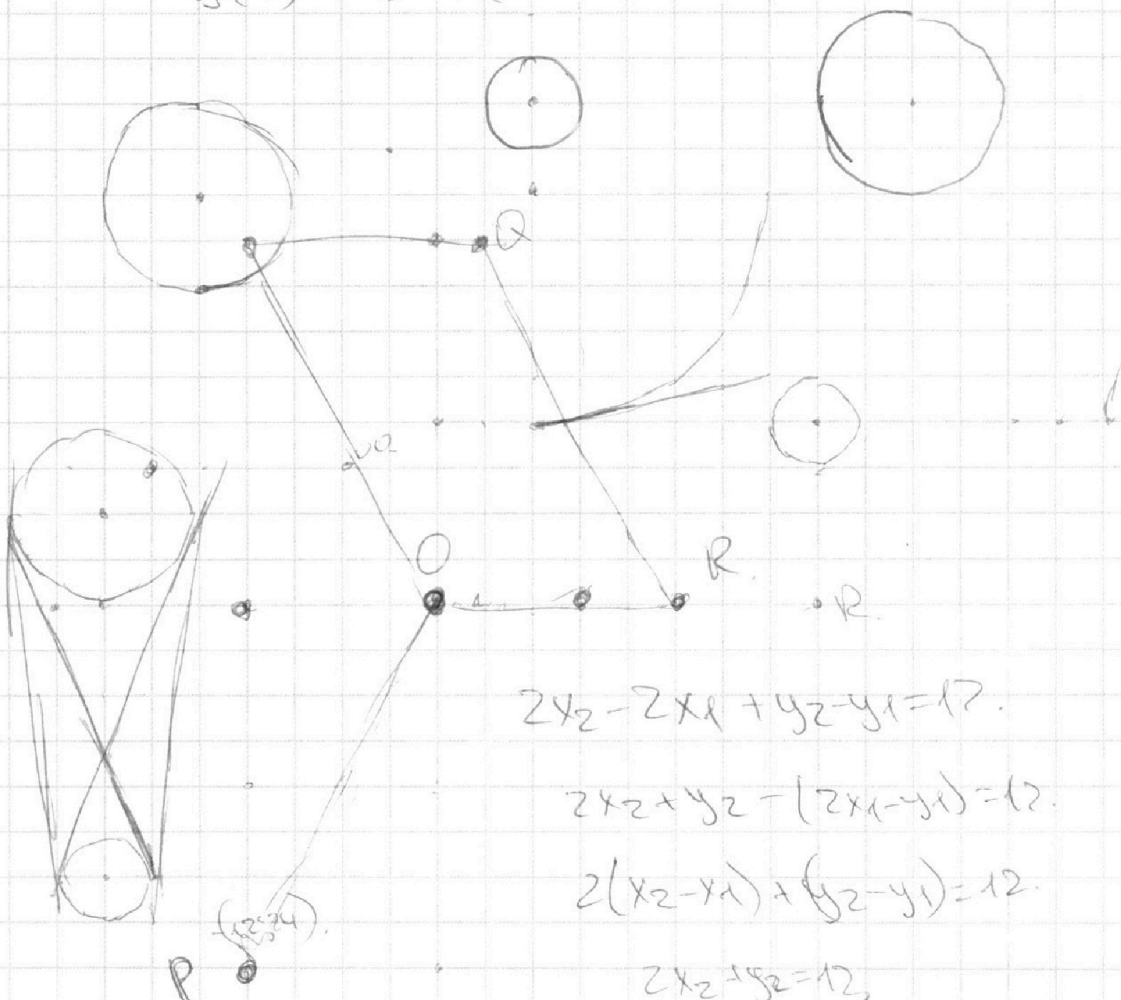
- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S(x) = 15(x) \cdot (x + 0) + 5(x + 0)$$



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2x_2 + y_2 - (2x_1 - y_1) = 12$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$2x_2 + y_2 = 12$$

$$y_2 = 12 - 2x_2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

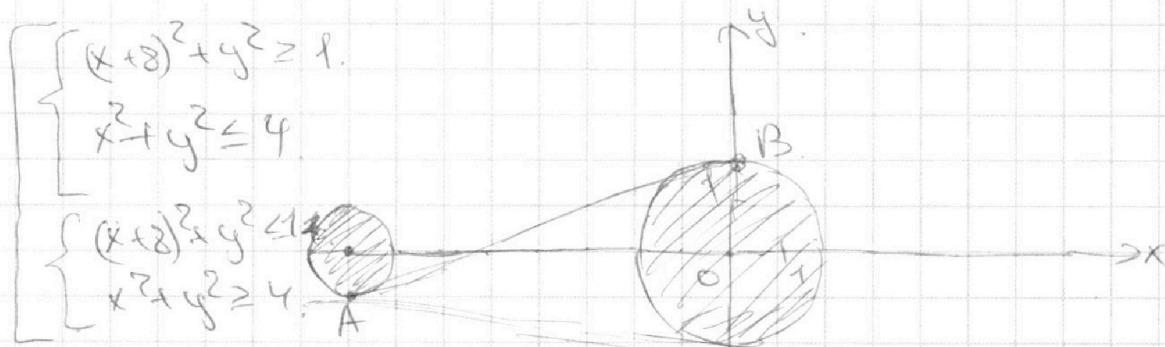
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~6

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0. \end{cases}$$

Построим график $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$.



Заметим, что $ax - y + 10b = 0$ — уравнение прямой.

т.к. $y = ax + 10b$. Обозначим $A(-8; -1)$

$B(0; 2)$. Пусть коэффициент прямой содержит

отрезок AB равен k , ~~т.е. $y = kx$~~ , ~~значит~~

что AB перпендикулярен Ox в точке k . Тогда

прямая y_1 соед. AB : $y_1 = \frac{3}{8}x + 2$.

~~Заметим что если $|a| \geq \frac{3}{8}$, то есть~~

легко видеть, что система имеет ровно

2 решения когда прямая $y = ax + 10b$



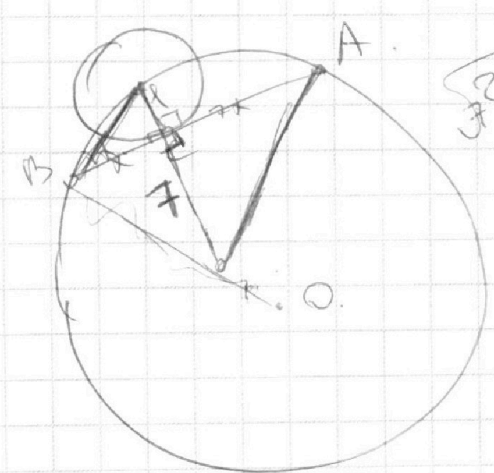
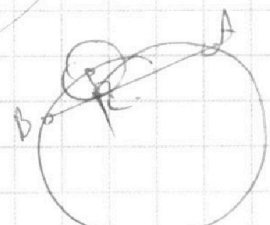
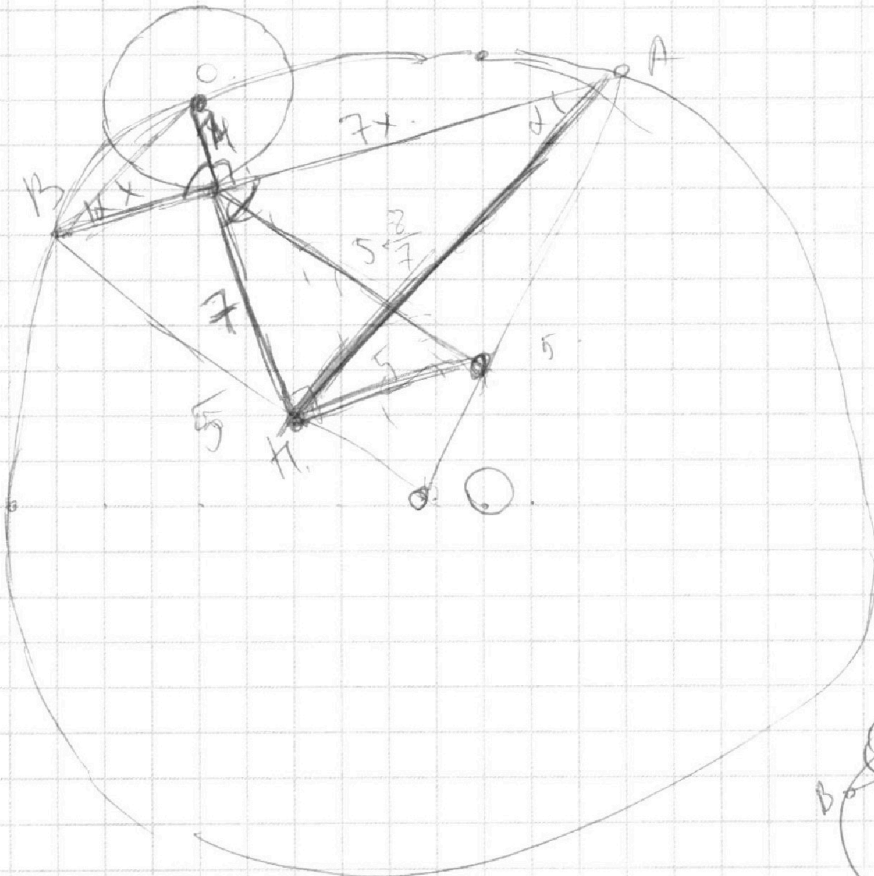
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \sqrt{2^2 + 2^2} \\ & \sqrt{7^2 + 7^2} \\ & \sqrt{1^2 + 2^2} = 5 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + (7x - 2) = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2$$

$$2x^2 - 5x + 3 + (7x - 2)^2 + 2\sqrt{7x - 2} \cdot 2(7x - 2)\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2x^2 + 2x + 1 + 4$$

$$(x-1)(2x-3)$$

$$x \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

$$\frac{D}{4}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$\frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} \cup 7x - 2$$

5

$$\sqrt{4} + 2(3x - 2) = 8$$

$$2x^2 - 5x + 3 \cup 2 - 7x$$

$$6 \quad 8x(3x - 2) = 7(7x - 2)$$

$$(7x - 2)^2 + 2(7x - 2)\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = (7x - 2)$$

$$(7x - 2) \left((7x - 2) + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - 1 \right) = 0$$

$$8 + (-1) = 7$$

$$64 + 2 \cdot 28(-1) + 1 = 7^2$$

$$4(2x^2 - 5x + 3) = (3 - 7x)^2$$

$$8x^2 - 20x + 12 = 49x^2 - 42x + 9$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3$$

$$4091^2 + 4 = 123$$

$$4(122 \pm 123) \sqrt{244}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$a+b:m$
 $(a+b)^2:m$
 $8ab:m$
 124 - упрощает решение

$$\frac{2^2 + \frac{5}{8} + 3}{3}$$

$$11 - 2 = 8$$

$$\frac{-5}{8}$$

$$\frac{D}{u} = 11 + 4103$$

41

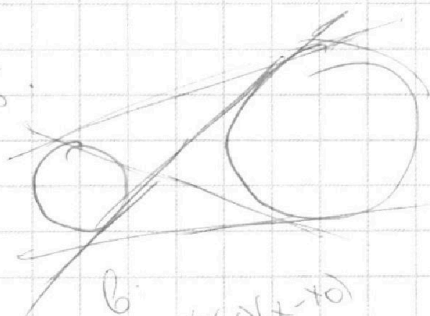
$$121 + 123 = 244 = 4 \cdot 61$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} \quad \sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$\frac{18}{42} \cdot 18 \sqrt{61} = 2 \cdot 7 = 14$$

$$\frac{3}{7} - \frac{15}{35}$$

$$y = ax + 10b - \text{ур прямой}$$



$$f(x) = \frac{1}{2}(x+10)$$