



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-01



Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

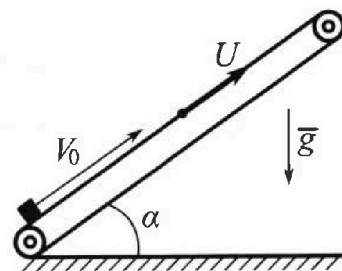
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопrotивлени е воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?

3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

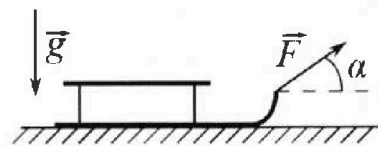
В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



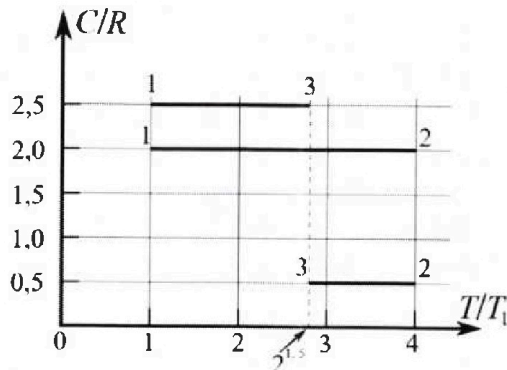
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



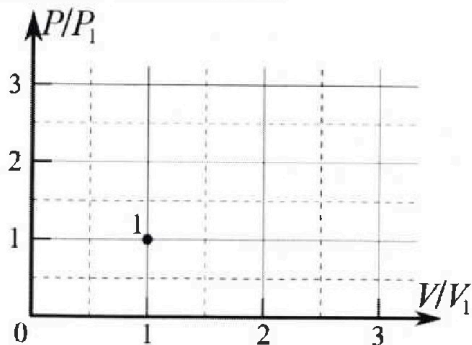
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



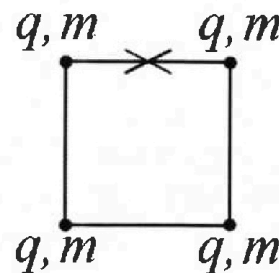
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Коэффициент пр опорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

Решение

$T = 2s$

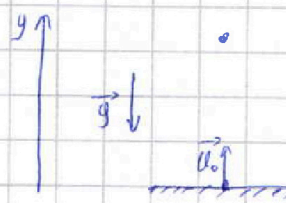
$s = 20 \text{ м}$

Найти:

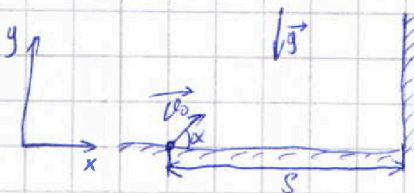
1) v_0

2) H_{max}

1) Т.к. скорость v_0 имеет проекцию только на ось y , то из формулы кинематики (формулы времени подъёма на максимальную высоту):
 $T = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0}{g} \Rightarrow v_0 = Tg = 2 \cdot 10 = 20 \text{ м/с.}$



2) Пусть α - угол, под которым запущен мяч. Также введём оси ox и oy .



Тогда из формулы кинематики:
 $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$
 $s = v_{0x} T \Rightarrow T = \frac{s}{v_{0x}} = \frac{s}{v_0 \cos \alpha}$

$$H = v_{0y} T - \frac{gT^2}{2} = \frac{v_0 \sin \alpha \cdot s}{v_0 \cos \alpha} - \frac{gs^2}{2 \cos^2 \alpha} =$$

$$= s \tan \alpha - \frac{gs^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha - \frac{gs^2}{2v_0^2} \quad (\text{т.к. } \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}).$$

Тогда имеем функцию $H(\tan \alpha)$ - парабола, с ветвями вверх вниз. Тогда H_{max} будет достигаться в её вершине ~~тогда~~ при значениях $\tan \alpha$ равном:

$$\tan \alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{s v_0^2}{gs^2} = \frac{v_0^2}{gs}$$

$$\text{Тогда } H_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gs^2}{2v_0^2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{T^2 g}{2} - \frac{s^2}{2T^2} = 4 \cdot 10 - \frac{2 \cdot 10}{2} - \frac{20^2}{2 \cdot 4 \cdot 10} = 40 - 20 - 5 = 15 \text{ м.}$$

Ответ: 1) $v_0 = 20 \text{ м/с}$
 2) $H_{\text{max}} = 15 \text{ м.}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

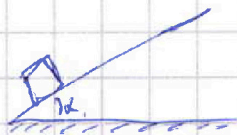
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2) Рассмотрим систему отсчета, связанную с землей. Тогда будет тот же случай, что и в первом опыте.



Тогда по Т. О кинет. энергии найдем путь, который пройдет тело до момента, когда его скорость не станет 0:

$$\frac{m}{2}(v_0^2 - v^2) = mgH + F_{тр}S \Rightarrow (из первого пункта)$$

$$\Rightarrow S = \frac{v_0^2 - v^2}{kg(\sin\alpha + \cos\alpha \cdot \mu)} = \frac{16 - 4}{1 \cdot 10 \cdot 1} = 0,6 \text{ м.}$$

Найдем время, за которое тело сойдет путь (по формуле (1)):

$$T_1 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2aS}}{a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 2 \cdot 10 \cdot 0,6}}{10} = 0,2 \text{ с.}$$

Итак, ~~перейдем~~ ~~к~~ ~~системе~~ ~~отсчета~~ ~~связанной~~ ~~с~~ ~~землей~~. ~~Тогда~~ ~~скорость~~ ~~тела~~ ~~будет~~ ~~равна~~ ~~6 м/с~~. ~~Также~~ ~~знаем~~, ~~что~~ ~~до~~ ~~этого~~ ~~момента~~ ~~тело~~ ~~будет~~ ~~двигаться~~ ~~по~~ ~~инерции~~ ~~то~~ ~~есть~~ ~~как~~ ~~скорость~~ ~~стала~~ ~~0~~, ~~тело~~ ~~будет~~ ~~двигаться~~ ~~по~~ ~~горизонтали~~ ~~с~~ ~~той~~ ~~же~~ ~~скоростью~~ ~~6 м/с~~.

Время $T' = 0,4 \text{ с.}$

Теперь перейдем в систему отсчета, связанную с землей. Тогда скорость тела будет равна $v_{гор} = v_0 + v = 6 \text{ м/с.}$

Тогда найдем искомые L и H где 2 и 3-х пунктов, зная, что $T_1 = 0,2 \text{ с.}$, $T' = 0,4 \text{ с.}$

$$L = v_{гор} \cdot T_1 = 6 \cdot 0,2 = 1,2 \text{ м}$$

$$H = v \sin\alpha = v_{гор} T' \sin\alpha = 6 \cdot 0,4 \cdot 0,8 = 1,92 \text{ м.}$$

Ответ: 1) $T = 0,6 \text{ с}$

2) $L = 1,2 \text{ м}$

3) $H = 1,92 \text{ м.}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\sin \alpha = 0,8$
 1) $U_0 = 4 \text{ м/с}$
 $\mu = \frac{1}{5}$
 $S = 1 \text{ м}$

2) $U = 2 \text{ м/с}$

$U_0 = 4 \text{ м/с}$

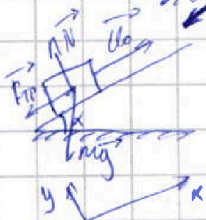
Найти:

1) T

2) L

3) H

Решение:



N - сила реакции опоры
 Fтр - сила трения

Т.к. $\sin \alpha = 0,8 \Rightarrow \cos \alpha = 0,6$.

Рассставим шлицы введем оси:

Тогда по II закону Ньютона:

$$\vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Ox: $N - mg \cos \alpha = 0$

$N = mg \cos \alpha$

Oy: $F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = -ma$

$ma = F_{\text{тр}} + mg \sin \alpha =$

$= \mu N + mg \sin \alpha = mg (\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$

т.о. $a = g (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) =$

$= 10 (\frac{1}{5} \cdot 0,6 + 0,8) = 10 \text{ м/с}^2$

Найдем путь, который пройдет груз до момента, когда начнет ускоряться вниз (а он будет, т.к. $F_{\text{тр}} < mg \sin \alpha$). Для этого воспользуемся

$\mu \cos \alpha < \sin \alpha$
 $0,2 < 0,8$

т.о. кинематической переменной s , знаем, что $v = S \sin \alpha$, $A_n = 0$ т.к. перпендикуляр движению

$-\frac{mv_0^2}{2} = -mgH - A_{\text{тр}}$

$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \mu mg \cos \alpha S = mgS (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$

$S = \frac{v_0^2}{2g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{16}{2 \cdot 10 (0,8 + \frac{1}{5} \cdot 0,6)} = 0,8 \text{ м}$

т.о. он пройдет $0,8 \text{ м}$ до и 0,1 м после высшей точки. Тогда из формулы кинематики найдем $T = T' + T''$

$S = v_0 T' - \frac{a T'^2}{2}$

из этого кв. уравнения:

(A) $T' = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2aS}}{a} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 2 \cdot 0,8 \cdot 10}}{10} = 0,4 \text{ с}$

$S'' = \frac{a T''^2}{2}$

$T'' = \sqrt{\frac{2S''}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2}{10}} = 0,2 \text{ с}$

т.о. $T = 0,6 \text{ с}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Тогда по т. об изменении импульса пишем (после введения проекций на ось OX сразу просуммируем все приращения):

$$\Delta p_z = (\vec{F}_{TP} + \vec{N} + m\vec{g}) T$$

$$OX' \quad p_z - p_i = -F_{TP} T$$

$$M u_0 = M g T$$

$$T = \frac{u_0}{Mg} = \frac{u_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha)g}$$

$$Отв: 1) M = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \quad 2) T = \frac{u_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha)g}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

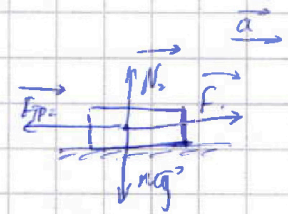
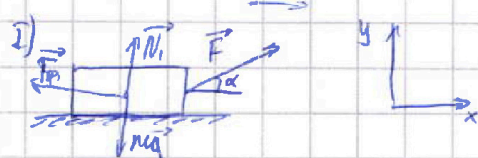
U_0
 $T_1 = T_2 = T$
 x
 $F_1 = F_2 = F$

Искать:

1) μ
 2) T

Решение:

1) Рассмотрим оба случая:



Заменим N_1 из второго закона Ньютона

$$\vec{F}_{тр1} + \vec{N}_1 + \vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$Oy: N_1 - mg + F \sin \alpha = 0$$

$$\vec{F}_{тр2} + \vec{N}_2 + \vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$Oy: N_2 - mg = 0$$

$$N_2 = mg$$

$$N_1 = mg - F \sin \alpha$$

Т.о. $F_{тр1} = \mu N_1 \Rightarrow F_{тр1} = \mu N_2 - \mu F \sin \alpha$

Т.о. $F_{тр2} = \mu N_2 \Rightarrow F_{тр2} = \mu mg$

Заменим T об извлечении импульса:

$$\Delta p = (F_{тр1} + F + mg + N_2) T$$

$$\Delta p = (F_{тр2} + mg + N_2 + F) T$$

Ox: $\Delta p = (-F_{тр1} + F \cos \alpha) T$

Ox: $\Delta p = (-F_{тр2} + F) T$

Проецируем все уравнения, тогда, где T - время разгона:

$$p_2 - p_1 = (F \cos \alpha - F_{тр1}) T$$

$$p_2 - p_1 = (F \cos \alpha - F_{тр2}) T$$

$$m U_0 = \mu mg (F \cos \alpha - F_{тр1}) T$$

$$m U_0 = (F - F_{тр2}) T \quad (1)$$

Т.о. $F \cos \alpha - F_{тр1} = F - F_{тр2}$
 $F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = F - \mu mg$

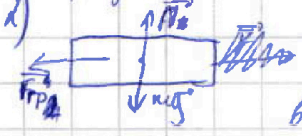
$$F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha - F = 0 \quad | : F$$

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha - 1 = 0$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

~~Тогда мы запишем $p(t)$ и найдем F в момент времени~~

Запишем сами после того, как на отрезали:



Тогда видно, что сила трения в этом случае равна силе трения в случае II первого пункта, т.е. $F_{тр1} = F_{тр2} = \mu mg$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично действующим точкам 1 и 2: (где $x = \frac{V_2}{V_1}$, $y = \frac{P_2}{P_1}$)

$$A_{12} = \frac{3}{2} P_1 V_1 / (y + 1) \quad A_{22} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) / (x - 1) \quad | : P_1 V_1$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} (y + 1) (x - 1)$$

$$y = \frac{3}{x - 1} - 1 \quad (6)$$

Тогда найдём пересечение графиков (5) и (6):

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

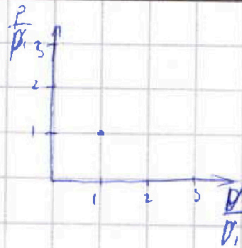
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Из ср.-изм. пути следует, что

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$



Тогда $\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 4$, $\frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} = 2\sqrt{2}$. Т.о. получаем, что точки 2 и 3 принадлежат

параболам $\frac{p_2}{p_1} = \frac{4}{V_2/V_1}$ и $\frac{p_3}{p_1} = \frac{2\sqrt{2}}{V_3/V_1}$ соответственно. Примем точку 2 находимся ^{правее} ~~левее~~ точки 1 (т.к. тепло извлекается), 3 левее точки 2 и правее точки 1. Это говорит о том, что процесс под графиком во всех случаях будет находиться по формуле $S = A = \frac{1}{2}(p_1 + p_3)(V_2 - V_1)$ (1)
Из первого закона термодинамики найдем работу A_{23} и A_{31} :

$$A_{31} = Q_{31} + \Delta U_{31} = -2,5 J RT_1 (2\sqrt{2} - 1) - \frac{3}{2} J RT_1 (2\sqrt{2} - 1) = -4 p_1 V_1 (2\sqrt{2} - 1)$$

Зная, что $A_{23} = \frac{1}{2}(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)$ т.о. используя формулу (1), получаем:

$$\frac{1}{2}(p_3 + p_1)(V_3 - V_1) = -4 p_1 V_1 (2\sqrt{2} - 1) \quad | : p_1 V_1 \text{ и заметим } \frac{V_3}{V_1} = x, \frac{p_3}{p_1} = y$$

$$\frac{1}{2}(y + 1)(x - 1) = 4(2\sqrt{2} - 1)$$

$$y = \frac{16\sqrt{2} - 8}{x - 1} - 1 \quad (2)$$

Найдем точку пересечения ^{функций} (2) и (3):

$$\frac{16\sqrt{2} - 8}{x} = \frac{16\sqrt{2} - 8}{x - 1} - 1 \quad | \cdot (x-1) \Rightarrow 16\sqrt{2}x - 8x = x^2 - x + x - 1$$

$$2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2} = 16\sqrt{2}x - 8x - x^2 + x$$

$$x^2 - x(16\sqrt{2} - 1) - 4 = 0$$

$$x^2 - x(7 - 14\sqrt{2}) - 2\sqrt{2} = 0$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= -(7 - 14\sqrt{2}) = 12,6 \\ c &= -2\sqrt{2} \approx -2,8 \end{aligned} \quad \begin{aligned} D &= 12,6^2 + 4 \cdot 2,8 \\ &= 169,64 + 11,2 \\ &= 180,84 \end{aligned} \quad \begin{aligned} x_1 &= \frac{7 - 14\sqrt{2} + \sqrt{180,84}}{2} \\ &= \frac{7 - 19,7 + 13,4}{2} \\ &= -0,7 \\ x_2 &= \frac{7 - 14\sqrt{2} - \sqrt{180,84}}{2} \\ &= \frac{7 - 19,7 - 13,4}{2} \\ &= -11,7 \end{aligned}$$

т.о. точка 3 имеет координату $\frac{V_3}{V_1} = 0,3 \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} = \frac{4}{0,3} = 13,33$

не чл. условия

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$T_1 = 400\text{K}$

$J = 1\text{ мВт}$

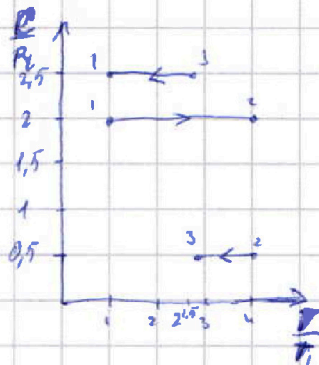
Найти:

1) A_{12}

2) η

3) график

Решение:



Т.е. происходит процесс 1-2, 2-3, 3-1, то расставим
направления на графике.

Тогда из него видно, что в процессе 3-1 и 2-3 -
идет охлаждение, а в процессе 1-2 - нагревание.

Также видно, что $T_1 = T_1$, $T_2 = 4T_1$, $T_3 = 2^{1/2}T_1$.

~~Т.е. $A_{1231} = Q_{12} - Q_{23} - Q_{31}$, то найдем~~

Зная, что $Q = J \Delta T$, из графика находим $(\frac{Q}{R} = J \Delta T)$:

$$\frac{Q_{31}}{R} = \frac{Q_{31}}{J(T_1 - T_3)} = 2.5 \Rightarrow Q_{31} = 2.5 J R T_1 (2^{1/2} - 1)$$

$$\frac{Q_{12}}{R} = \frac{Q_{12}}{J(T_2 - T_1)} = 2 \Rightarrow Q_{12} = 2 J R T_1 (4 - 1)$$

$$\frac{Q_{23}}{R} = \frac{Q_{23}}{J(T_3 - T_2)} = 0.5 \Rightarrow Q_{23} = 0.5 J R T_1 (4 - 2^{1/2})$$

Т.о. т.е. $A_{1231} = Q_{12} - Q_{23} - Q_{31}$:

$$A_{1231} = Q_{12} - |Q_{31}| - |Q_{23}| = 2 J R T_1 (4 - 1) - 2.5 J R T_1 (2^{1/2} - 1) - 0.5 J R T_1 (4 - 2^{1/2}) =$$

$$= J R T_1 (8 - 2 - 2.5 \cdot 2^{1/2} + 2.5 - 2 + 0.5 \cdot 2^{1/2}) = J R T_1 (6.5 - 4\sqrt{2})$$

Т.о. найдем КПД цикла:

$$\eta = \frac{A_{1231}}{Q_{12}} = \frac{J R T_1 (6.5 - 4\sqrt{2})}{2 J R T_1 \cdot 3} = \frac{6.5 - 4\sqrt{2}}{6}$$

Из 2 и 3 Термодинамики:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \Rightarrow A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 2 J R T_1 (4 - 1) - \frac{3}{2} J R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} J R T_1 (4 - 1) =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 1.8 \cdot 31 \cdot 400 = 4986 \text{ Дж}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3)



Из т. Пифагора $a = \sqrt{2}b$.

Ответ: $\sqrt{2}b = a$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: Решите:

b, m, q

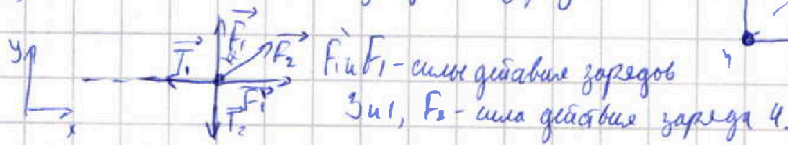
Найти:

1) T

2) U

3) x

1) Рассмотрим силы действующие на заряд 2:



F_1 и F_1' - силы действия зарядов

F_2 и F_2' - силы действия зарядов

Угол α из условия (т.к. 1234 - квадрат, то $d_{12} = \sqrt{2}b$)

$$F_1 = F_1' = k \frac{q^2}{b^2} \quad F_2 = k \frac{q^2}{2b^2}$$

Т.о. из ур. равновесия $(T_1 + T_2 + F_1 + F_1' + F_2) = 0$ ($\alpha = 45^\circ$):

$$0_y: T_2 = F_1 + F_2 \cos \alpha = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{2b^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq^2}{b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$0_x: T_1 = F_2 + F_2 \sin \alpha = \frac{kq^2}{2b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

Т.о. обе силы направлены вверх и равны $T = k \frac{q^2}{2b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$.

2) Найдем потенциалы энергии системы: $(W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = 2k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{\sqrt{2}b})$

$$W_{\text{сист}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 4 \left(2k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{\sqrt{2}b} \right) = \frac{kq^2}{b} \left(8 + \frac{4\sqrt{2}}{2} \right) \approx 10,3 k \frac{q^2}{b}$$

Найдем потенциальную энергию системы, когда заряды будут на одной прямой:



$$W_{\text{сист}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = \left(k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{2b} + k \frac{q^2}{3b} \right) \cdot 2 + 2 \left(2k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{2b} \right) = k \frac{q^2}{b} \left(2 + 1 + \frac{2}{3} + 4 + 1 \right) \approx 8,7 k \frac{q^2}{b}$$

Тогда из 3. е.з.:

$$\frac{4m\alpha^2}{2} + W_{\text{сист}} = W_{\text{сист}}$$

$$2m\alpha^2 \approx 2,1 k \frac{q^2}{b}$$

$$\alpha = \sqrt{10,5 k \frac{q^2}{mb}}$$

Ответ: 1) $T = \frac{kq^2}{2b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ 2) $U = \sqrt{10,5 k \frac{q^2}{mb}}$



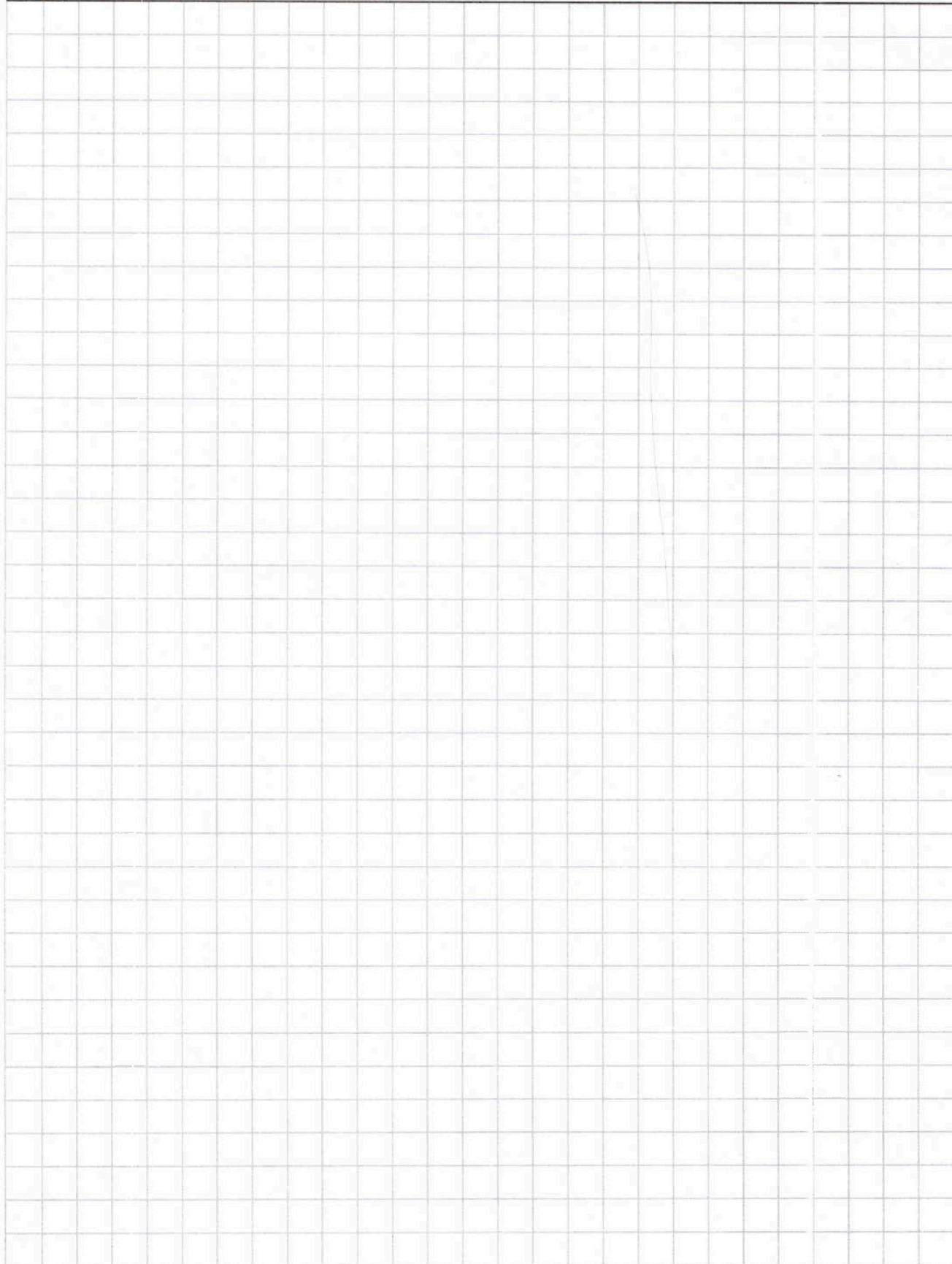
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

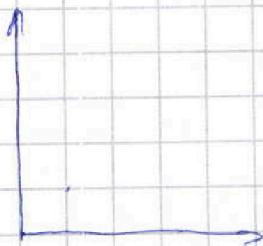
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{C}{R} = \frac{Q}{(p_2 v_2 - p_1 v_1)}$$

$$Q = \frac{3}{2} (p_2 v_2 - p_1 v_1) + A$$

$$A_{51} = -2,5 J R T_1 (2\sqrt{2} - 1) - \frac{3}{2} J R T_1 (2\sqrt{2} - 1) - 4 J R T_1 (2\sqrt{2} - 1) = -4 p_1 v_1 (2\sqrt{2} - 1)$$



$$A = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (v_1 - v_2)$$

$$\pi p_1 v_1 (2\sqrt{2}) = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (v_1 - v_2)$$

$$2\sqrt{2} - 1 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{p_2}{p_1} \right) \left(1 - \frac{v_2}{v_1} \right)$$

$$W_{is} = k \frac{4\pi p_1 v_1}{6}$$

$$\text{или } \frac{p_2}{p_1} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{1 - \frac{v_2}{v_1}} - 1$$

$$\frac{4\sqrt{2} - 2}{1 - \frac{v_2}{v_1}} - 1 = \frac{4}{\frac{v_2}{v_1}}$$

$$4\sqrt{2} \frac{v_2}{v_1} - \frac{v_2}{v_1} - \frac{v_2}{v_1} + \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 = 4 - 4 \frac{v_2}{v_1}$$

$$\frac{v_2}{v_1} (4\sqrt{2} + 3) + \frac{v_2^2}{v_1^2} - 4 = 0$$

$$\begin{array}{l|l} a = 1 & D = 32 - 24\sqrt{2} + 9 - 16 \\ b = 4\sqrt{2} + 3 & \sqrt{32 + 24\sqrt{2}} \\ c = -4 & \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{Q}{R} = \frac{Q}{\rho \sigma T R} \quad \begin{matrix} 12,6 \\ 12,6 \end{matrix}$$

$$2,5 = \frac{Q_{31}}{JRT_1 (1 - 2^{1,5})} \quad 13 \frac{1}{3}$$

$$2 = \frac{Q_{12}}{JRT_1 (4 - 1)}$$

$$0,5 = \frac{Q_{23}}{JRT_1 (2^{1,5} - 1)}$$

$$\begin{matrix} 16 \\ 16 \\ 160 \\ 1696 \end{matrix}$$

$$\frac{C}{R} = \frac{Q}{JR(T_2 - T_1)} = Q \cdot \frac{C}{R} = JR(T_2 - T_1)$$

$$Q = \Delta U + A_{12} = \frac{3}{2} JR(T_2 - T_1) + A_{12}$$

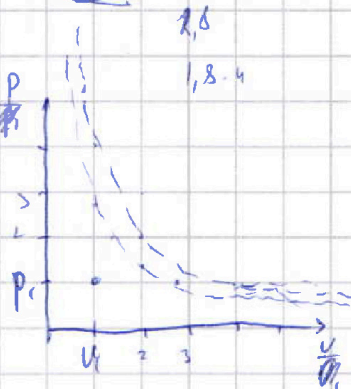
$$\begin{matrix} 46 \\ 118 \\ 256 \end{matrix}$$

$$\frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 400$$

$$\begin{matrix} 831 \\ 6 \\ 4986 \end{matrix}$$



$$\begin{matrix} 14,55 \\ 7,16 \\ 50,12 \end{matrix}$$



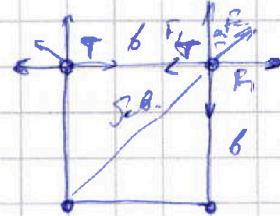
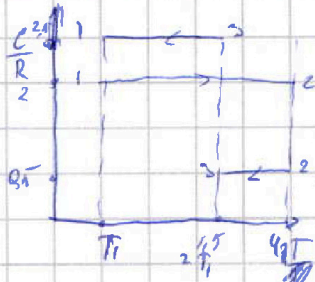
$$F_1 = \frac{k p^2}{\delta^2} \quad F_2 = \frac{k q^2}{2\delta^2}$$

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= JRT_1 \\ p_2 V_2 &= JRT_2 \\ p_3 V_3 &= JRT_3 \end{aligned}$$

$$Q = \frac{C}{R} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \Delta U + A$$

$$T = F_1 + F_2 \cos \alpha = \frac{k q^2}{\delta^2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{\epsilon} \right)$$

$$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{2\sqrt{2}}{V_1}$$



$$\frac{C}{R} = \frac{Q}{p_2 V_2 - p_1 V_1}$$

$$2 \cdot 1,4 = 2,8$$

$$Q_{12} =$$

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{4}$$

$$p_2 V_2 = 4 p_1 V_1$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 4 \frac{V_1}{V_2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = \omega_m / c^2$$

$$Q = J C_m T$$

$$\frac{C}{R} = \frac{Q}{J \Delta T R}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} + m$$

$$\frac{m}{2} (v^2 + v_0^2) = +mgS$$

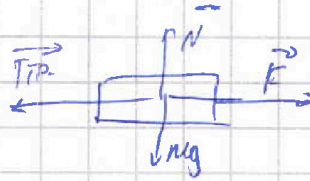
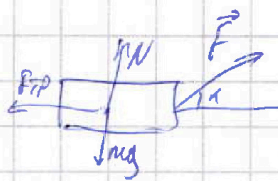
$$v_0^2 - v^2 = 2g(\sin\alpha + \mu \cos\alpha) S = \frac{16-4}{1 \cdot 10} = 0,6 \text{ м.}$$

$$T = \frac{v_0^2 - \sqrt{v_0^2 - 2aS}}{a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 2 \cdot 0,6 \cdot 10}}{10} = 0,2 \text{ с}$$

Дано:

v_0

α



$$N = mg - F \sin \alpha$$

$$F_{TP} = \mu (mg - F \sin \alpha)$$

$$m v_0 = (F \cos \alpha + F_{TP}) T$$

$$N = mg$$

$$F_{TP} = \mu mg$$

$$m v_0 = (F + F_{TP}) T$$

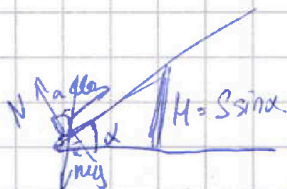
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$l_0 = 4 \text{ м / с.}$$

$$m = \frac{1}{3}$$

$$S = 1 \text{ м.}$$

$$\sin \alpha = 0,8.$$

$$0,8 + 0,2 = 1.$$

$$v_1 = 3,2$$

$$1,9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$S = \frac{v_0^2}{2g} (0,8 \sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$= \frac{16}{2 \cdot 10 \cdot 0,8}$$

$$= \frac{20 \cdot 16 \text{ м}^2}{2 \cdot 8} = 2$$

$$S = \frac{16}{2 \cdot 10 \cdot 0,8} = 0,4$$

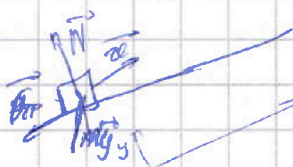
$$0,5$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$\frac{mg \sin \alpha}{0,8} = \mu mg \cos \alpha$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0,6 = 0,2$$



$$\frac{mv^2}{2} = mgh + \frac{mv_1^2}{2} + A_{\text{тр}}$$

$$ma = N + F_{\text{тр}} + mg$$

$$\text{max } 0g; N - mg \cos \alpha =$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + A_{\text{тр}} =$$

$$= -mgh - F_{\text{тр}} S =$$

$$= -mg S \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha S$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = -mg S (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$\text{ax: } ma_y = -F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha =$$

$$= -\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha =$$

$$a_y = -g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) =$$

$$= 10(0,2 + 0,6 + 0,8)$$

$$S = v_0^2 a_y T = \frac{v_0^2 T^2}{2}$$

$$T = \frac{v_0^2}{2a_y}$$

$$\begin{cases} a = -a_y \\ k = v_0^2 \\ c = -2S \end{cases} \begin{cases} D = v_0^2 - 4ayS \\ \Delta = v_0^2 - 4ayS = \end{cases}$$

$$18 = 4T - \frac{16T^2}{2}$$

$$T = \frac{v_0^2}{2a_y} = \frac{16}{2 \cdot 10} = 0,8$$

$$4 - \frac{16 - 4 \cdot 10 \cdot 0,4}{2} = 0,4$$

$$5T^2 - 4T + 1 = 0$$

$$\begin{cases} a = 5 \\ k = -4 \\ c = 1 \end{cases} \begin{cases} D = 16 - 5 = 11 \\ \sqrt{D} = \sqrt{11} \end{cases}$$

$$4T^2 - 2v_0T + 2S^1$$

$$\begin{cases} a = 4 \\ k = -v_0 \\ c = 2S \end{cases} \begin{cases} D = v_0^2 - 18S \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

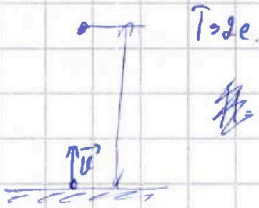
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

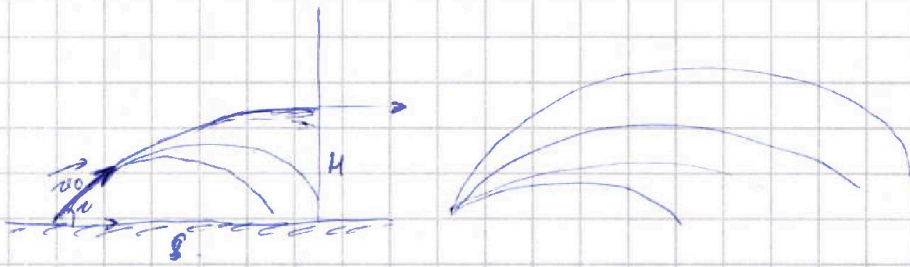


Черновик.



$$T = \frac{U}{g} \Rightarrow U = Tg = 20 \text{ Н}$$

$$U_x = U_y = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$



$$T = \frac{S}{U_{0x}}$$

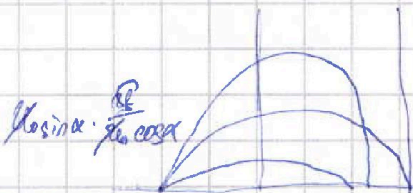
$$H = \frac{U_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$T = \frac{S}{U_0 \cos \alpha}$$

$$H = U_0 \sin \alpha \cdot T = \frac{gT^2}{2} = U_0 \sin \alpha \cdot \frac{S}{U_0 \cos \alpha} = \frac{gS^2}{2 \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{U_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{U_0^2 \cos^2 \alpha}{2g} \cdot \frac{S^2}{U_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{g}{2}$$

$$H = \frac{U_0^2 - U_0^2 \cos^2 \alpha}{2g} = \frac{U_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$



$$S = U_0 T$$

$$H = U_0 \sin \alpha \cdot T - \frac{gT^2}{2} =$$

$$= U_0 \sin \alpha \cdot \frac{S}{U_0 \cos \alpha} - \frac{gS^2}{2U_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$H = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} S - \frac{gS^2}{2U_0^2 \cos^2 \alpha} =$$

$$= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} S - \frac{gS^2}{2U_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} =$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} S - \frac{gS^2}{2U_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} =$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} S - \frac{gS^2}{2U_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} =$$

$$U_0^2 = U_0^2 \cos^2 \alpha + 2gH$$

$$U_0^2 = \frac{S^2}{T^2} + 2gH \quad \frac{20^2}{T^2} = 2$$

$$H = \frac{U_0^2 - \frac{S^2}{T^2}}{2g}$$

$$\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 1$$

$$H = -\frac{gS^2}{2U_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} + S \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{gS^2}{2gT^2}$$

$$H = 2 \cdot 20 - 5 \cdot 2 - 5 = 25 \text{ м} = 40 - 10$$