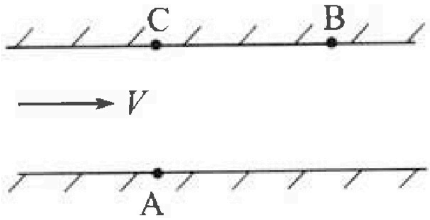
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 70$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 240$ м.

Продолжительность первого заплыва $T_1 = 192$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 417$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отчета в первом и втором заплывах.

2) Найдите скорость U пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос минимальный.

3) Найдите продолжительность T третьего заплыва.

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой мяч падает на площадку. Наибольшая высота, на которой находится мяч в полете, $H = 16{,}2$ м.
Расстояние от точки старта до стенки в 5 раз больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

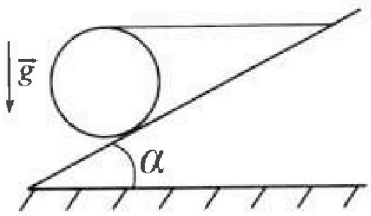
1) На какой высоте h происходит соударение мяча со стенкой?

2) Найдите продолжительность t_1 полета мяча от старта до соударения со стенкой.

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на той же высоте h, стенка движется навстречу мячу со скоростью $U = 2$ м/с.

3) Найдите расстояние d между точками падения мяча на площадку в случаях: стенка покоится, стенка движется.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.



3. Однородный шар массой $m = 3$ кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к шару в его наивысшей точке. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$.

1) Найдите силу T натяжения нити.

2) Найдите силу F_{TP} трения, действующую на шар.

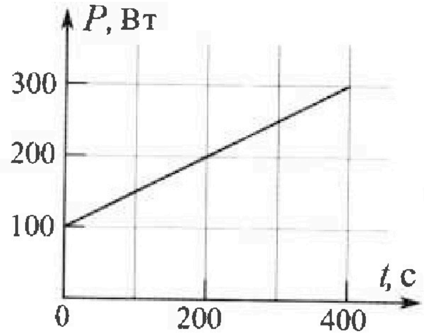
3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения шар будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Воду нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 14\ ^0$С, объем воды $V = 2$ л. Сопротивление спирали электроплитки $R = 20$ Ом, сила тока в спирали $I = 5$ А.



Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

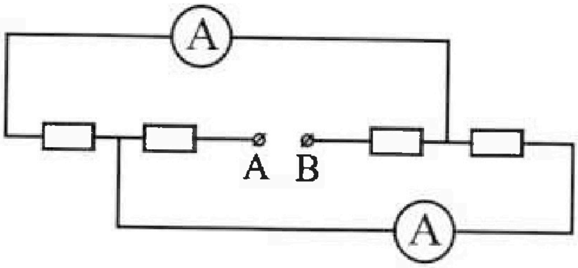
1) Найдите мощность P_H нагревателя.
2) Через какое время T после начала нагревания температура воды станет равной $\tilde{t}_1 = 25\ ^0$С?

Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг$\cdot^0$С).

5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 20 Ом, у двух других сопротивление по 40 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам A и B источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Меньшее показание $I_1 = 1$ А.

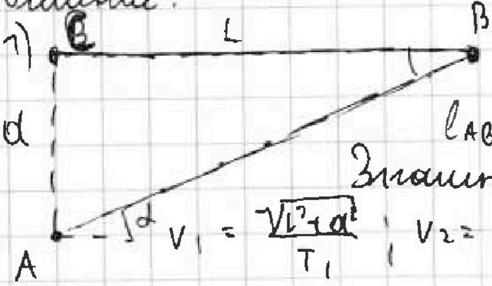
1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
2) Найдите напряжение U источника.



Дано:
$d = 70$ м
$L = 240$ м.
$T_1 = 192$ с
$T_2 = 417$ с.

Найти:
1) v_1 - ? v_2 - ?
2) u - ?
3) τ - ?

Решение:

1) 

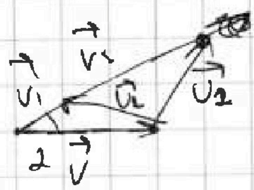
Расстояние между A и B (по т. Пифагора)
$l_{AB} = \sqrt{L^2 + d^2}$

Значит: $v_1 = \frac{l_{AB}}{T_1}$; $v_2 = \frac{l_{AB}}{T_2}$

$v_1 = \frac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_1}$; $v_2 = \frac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_2}$ =>

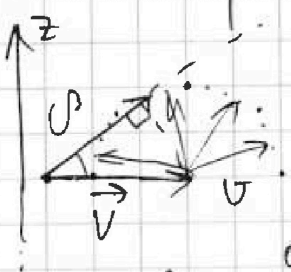
=> $v_1 \approx 1{,}30\ \frac{м}{с}$; $v_2 \approx 0{,}60\ \frac{м}{с}$.

$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{v}$; $\vec{v}_2 = \vec{u}_2 + \vec{v}$; $|\vec{u}_1| = |\vec{u}_2| = u$.



Из геометрии рисунка $tg\,\alpha = \frac{d}{L}$.
По т. косинусов:
$u^2 = v_1^2 + v^2 - 2v_1 v\cos\alpha = v_2^2 + v^2 - 2v_2 v\cos\alpha$ =>
=> $v = \frac{v_1+v_2}{2\cos\alpha}$ ($v \approx 0{,}98\ \frac{м}{с}$)
Подставляя в $u = \sqrt{v_1^2 + v^2 - 2v_1 v\cos\alpha}$
получим, что:
$$u = \frac{\sqrt{L^4(T_1-T_2)^2 + 2L^2d^2(T_1^2+T_2^2) + d^4(T_1+T_2)^2}}{2LT_1T_2} \approx 0{,}68\ \frac{м}{с}.$$

Рассмотрим векторный треугольник. К вектору $\vec{v}$ прибавляется одинаковый по модулю вектор (пловец может плыть в любую сторону). Из геометрии понятно, что снос будет минимален, когда полученный вектор будет касательной к окружности с радиусом u и центром в конце вектора $\vec{v}$. При этом $\sin\beta = \frac{u}{v}$, проекция на OZ полного вектора равна: $v_{uz} = u\cos\beta$ (OZ направлена от берега). Значит



$\tau = \frac{d}{v_{uz}} = \frac{d}{u\sqrt{1-\left(\frac{u}{v}\right)^2}} = \frac{dv}{u\sqrt{v^2-u^2}} \approx 162$ с.

Ответ: 1) $v_1 \approx 1{,}3\ \frac{м}{с}$; 2) $v_2 \approx 0{,}6\ \frac{м}{с}$; 3) $u \approx 0{,}68\ \frac{м}{с}$; 4) $\tau \approx 162$ с

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

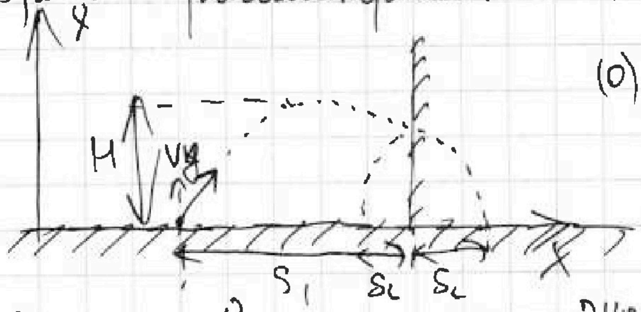
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
$H = 16{,}2$ м. $v = 2\ \frac{м}{с}$
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$
$S_1 = 5S_2$.
Найти:
1) h - ?
2) t_1 - ?
3) d - ?

Решение:
При ударе о стенку, ~~шарик~~ мяч отскакивает от неё под таким же углом. „Отразив" его дальнейшую траекторию относительно стены, мы получим его траекторию в отсутствии стены.

Используя данный факт, ~~рассм~~ рассмотрим полёт ~~шарика~~ мяча.



(0) $H = \frac{V_y^2}{2g}$ (V_y - проекция $\vec{v}$ на Oy)
$S_1 + S_2 = 6S_2 = V_x t$ (1)
~~$S_1 + S_2 = 6S_2 = \frac{2V_xV_y}{g}$~~ ($V_x$ - проекция $\vec{v}$ на Ox) (~~следует~~ т.к. $s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$)

(2) $h = V_y t_1 - g\frac{t_1^2}{2}$; (3) $S_1 = 5S_2 = V_x t_1$ (4) $\frac{2V_y}{g} = t$. Из (0), (1), (2), (3), (4) ~~(5)~~ следует, что $t_1 = \frac{5}{6}t$; $t = \frac{2\sqrt{2gH}}{g} \Rightarrow h = \frac{5}{9}H$; $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow$
$V_x = \sqrt{2gH}$

$h = 9$ м; $t_1 = 3$ с.

Рассмотрим столкновение мяча со стеной во втором случае. В СО, связанной со стеной мяч движется со скоростью $-\vec{v} + \vec{V_x}$. После столкновения $\vec{v} - \vec{V_x}$ (удар упругий). Переходя обратно в ЛСО скорость мяча становится равна $2\vec{v} - \vec{V_x}$.

Проецируя на ох для нашего случая $V_x' = 2v + V_x$. Т.к. $V_y = const$ V_y не меняется при ударе, время падения Δt будет одинаково. ~~Δt~~
$\Delta t = t - t_1 \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2H}{g}}$.

Расстояние пройденное от стены в 1-ом случае:
$V_x \Delta t = d_1$, во втором. $d_2 = \Delta t(V_x + 2v) \Rightarrow d = d_2 - d_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow d = 2v\Delta t = \frac{2}{3}v\sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow d = 2{,}4$ м.

Ответ: 1) $h = 9$ м 2) $t_1 = 3$ с 3) $d = 2{,}4$ м.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Дано:
$m = 3$ кг.
$\sin\alpha = 0{,}6$.
Найти:
1) T - ? 2) $F_{тр}$ - ?
3) μ - ?

Решение:

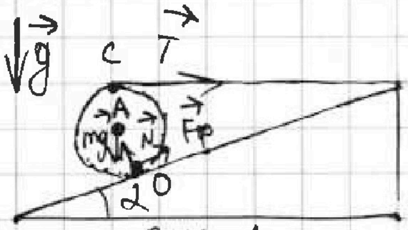


рис.-1

Расставим силы как показано на рисунке и запишем правило моментов относительно O.
$mgR\sin\alpha - T(1+\cos\alpha)R = 0$
(плечи находим из геометрии рисунка).

Отсюда: $T = mg\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$ (R - радиус шара)

$T = 3кг \cdot 10\,\dfrac{м}{с^2} \cdot \dfrac{0{,}6}{1+0{,}8} = 10Н$.

Запишем правило моментов, относительно т. A (центр шара)
$-TR + F_{тр}R = 0 \Rightarrow F_{тр} = T \Rightarrow F_{тр} = mg\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} \Rightarrow F_{тр} = 10Н$.

Запишем правило моментов, относительно т. C (верх. шара)
$-NR\sin\alpha + F_{тр}(1+\cos\alpha)R = 0 \Rightarrow F_{тр} = N\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$;
$F_{тр} < F_{трс}$; $F_{трс}$ - сила трения скольжения; $F_{трс} = \mu N$. $\Rightarrow$
$\Rightarrow \mu N > N\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} \Rightarrow \mu > \dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} \Rightarrow \mu > \dfrac{0{,}6}{1+0{,}8} \Rightarrow \mu > \dfrac{1}{3}$

Ответ: $T = 10Н$; $F_{тр} = 10Н$; $\mu > \dfrac{1}{3}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\tilde{t}_0 = 14^\circ C$

$V = 2$ л.

$R = 20$ Ом.

$I = 5A$

$\rho = 1000 \frac{кг}{м^3}$

$c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot {}^\circ C}$

$\tilde{t}_1 = 25^\circ C$

Найти:

1) $P_н$ - ?

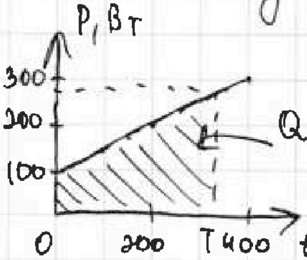
2) T - ?

Решение:

1) $P_н = I^2 R$ (следует из з-на Джоуля-Ленца)

$P_н = 20 Ом \cdot (5A)^2 = 500$ Вт.

Из графика следует, что мощность отдачи растет линейно со временем. Кол-во теплоты, ~~отданное окр. средой~~ потерянное при нагревании есть площадь под графиком (площадь трапеции)



$P = P_0 + \alpha T$ ($P_0 = 100$ Вт - из граф.)

($\alpha = \frac{1}{2} \frac{Вт}{с}$ - коэф. из графика)

Значит $Q_п = \frac{P_0 + P_0 + \alpha T}{2} \cdot T$

$Q_п = T(P_0 + \frac{\alpha T}{2})$.

Запишем уравнение теплового баланса для воды:

$\rho V c(\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0) = P_н T - Q_п \Rightarrow \rho V c(\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0) = I^2 R T - T(P_0 + \frac{\alpha T}{2}) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} T^2 - T(I^2 R - P_0) + \rho V c(\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0) = 0. \Rightarrow$

$\Rightarrow T = \frac{1}{\alpha}\left(I^2 R - P_0 \pm \sqrt{(I^2 R - P_0)^2 - 2\alpha \rho V c(\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0)}\right).$

Из квадратного уравнения следует, что T может принимать 2 значения, ~~однако если начать нагревать воду, то мощность потерь не превысит мощность нагревателя (в один момент вода перестанет нагреваться), значит подходит лишь одно значение T~~:

$T_1 = \frac{1}{\alpha}\left(I^2 R - P_0 - \sqrt{(I^2 R - P_0)^2 - 2\alpha \rho V c(\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0)}\right)$

$T_1 = 280 с$; $T_2 = \frac{1}{\alpha}\left(I^2 R - P_0 + \sqrt{(I^2 R - P_0)^2 - 2\alpha \rho V c(\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0)}\right)$

~~$T_1 \approx 723 с, T_2 \approx$~~ $T_2 = 1320 с$

Ответ: ~~$T \approx 723 с$; $P_н = 500$ Вт~~. $T_1 = 280 с$; $T_2 = 1320 с$.

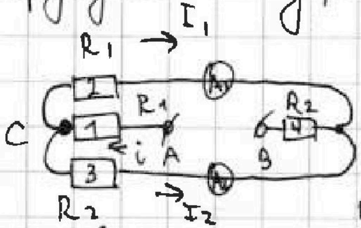
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
$R_2 = 20 Ом$
$R_1 = 40 Ом$.
$R_A << R_n$
$I_1 = 1A$.
Найти:
I_2 - ? U - ?

Решение:
Нарисуем схему, эквивалентную данной.



Т.к показания амперметров отличаются, то возможны два варианта расстановки резисторов (рассматривается только 1, т.к второй симметр.)
Сопротивления резисторов расставлены на рисунке.
Т.к резисторы (2 и 3) соединены параллельно $R_1 I_1 = R_2 I_2$
$I_2 = \frac{R_1}{R_2} I_1 \Rightarrow I_2 = 1A \cdot \frac{40 Ом}{20 Ом} = 2A$.

Схема представляет из себя параллельное соединение двух резисторов, соединённых последовательно с резисторами 1 и 4. Значит эквивалентное сопротивление $R_{AB} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

По 1-ому правилу Кирхгофа для т.С: $i = I_1 + I_2 = I_1\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$

По з-ну Ома: $i = \frac{U}{R_{AB}} \Rightarrow U = \left(R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot I_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow U = I_1 \cdot \frac{(R_1 + R_2)^2 + R_1 R_2}{R_2} = I_1 \frac{R_1^2 + 3R_1 R_2 + R_2^2}{R_2}$.

$U = 1A \cdot \frac{(40 Ом)^2 + 3 \cdot 40 Ом \cdot 20 Ом + (20 Ом)^2}{20 Ом} = 220 В$.

Ответ: $I_2 = 2A$; $U = 220 В$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [x] 2 [x] 3 [x] 4 [x] 5 [x] 6 [x] 7 [x]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\left(\frac{(L^2+d^2)T_1^2-d^2T_2^2}{2LT_1T_2}\right)^2+\frac{d^2}{T_1^2}=\frac{((L^2+d^2)T_1^2-d^2T_2^2)^2}{4L^2T_1^4T_2^2}+\frac{d^2}{T_1^2}$$

$60\cdot 3+40\cdot 1=220В$

$$=\frac{(L^2+d^2)^2T_1^4+d^4T_2^4-2(L^2+d^2)d^2T_1^2T_2^2}{4L^2T_1^4T_2^2}+\frac{d^2}{T_1^2}$$

$0{,}04+0{,}125$ $\frac{250}{102}+\frac{250}{417}$ $0{,}42\ 0{,}68\cdot 0{,}73$ $0{,}36\cdot 0{,}36=0{,}1296$ $0{,}1296+0{,}04=0{,}1696$

$0{,}41\cdot 0{,}41=0{,}1681$

1A, 3A, 3A, 2A, R_1, R_2, I_1, I_2

$$((L^2+d^2)^2T_1^4+d^4T_2^4+2(L^2-d^2)d^2T_1^2T_2^2)\frac{1}{4L^2T_1^4T_2^2}$$

2A

$$v^2=v^2+v_1^2-2vv_1\cos\alpha=v^2+v_2^2-2vv_2\cos\alpha$$

$v_2^2=(v_2-v_1)(v_1+v_2)=2v_2\cos\alpha\, v$

α

$$v=\frac{v_1+v_2}{2\cos\alpha}\Rightarrow\frac{\frac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_1}+\frac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_2}}{2\frac{L}{\sqrt{L^2+d^2}}}=\frac{L^2+d^2(T_1+T_2)}{2T_1T_2L}$$

$$v=\sqrt{\frac{L^2+d^2}{T_1^2}+\frac{(L^2+d^2)^2(T_1+T_2)^2}{4T_1^2T_2^2L^2}}-$$

$700000:4964=141{,}5$

$$v=\sqrt{v^2+\frac{(v_1+v_2)^2}{4\cos\alpha}}-v_1v_2$$

$$v=\sqrt{\frac{(v_1+v_2)^2}{4\cos^2\alpha}-v_1v_2}\quad \boxed{P=P_0+F}$$

$$v=\sqrt{\frac{(L^2+d^2)}{4\cos^2\alpha}\left(\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}\right)^2-\frac{L^2+d^2}{T_1T_2}}=\sqrt{\frac{L^2+d^2}{4L^2}\left(\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}\right)-\frac{1}{T_1T_2}}\cdot\sqrt{L^2+d^2}$$

$$\frac{625}{4\cdot 24}\cdot\left(\frac{1}{102}+\frac{1}{417}\right)^2-\frac{1}{102\cdot 417}$$

I, R_1, R_2, R_1, R_2

$\cancel{P_0T}+\ -(P_0+\alpha\frac{T}{2})T+PT=cv\rho(t_1-t_0)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
x	x	x	x	x	x	x

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$70,0 | 102$, 576, $0,364 \approx 0,36\ \frac{м}{с}$.

$576 + 49 = 625$

$250,0 | 417$, 2085, $0,599 \approx 0,60$

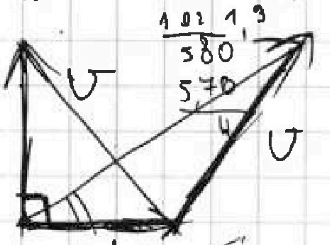
$24^2 = 576$

$250 | 102$

$$v^2 = v^2 + v_2^2 - 2 v v_2 \cos\alpha = v^2 + v_1^2.$$

$$v = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 v_2 \cos\alpha}$$

$\frac{5}{6} t$, $\frac{5}{6} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2H}}{g}$



$$v = \sqrt{\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2 v_2 \cos\alpha}\right)^2 + v_2^2}.$$

$2 \cdot 16,2 = \frac{32,4}{10} = 1,8$

$v^2 - v^2$

$0,6 \cdot 0,1 \cdot 4 \cdot 0,08 \cdot 25$

$\frac{0,6 + 1,3}{2 \cdot 24} \cdot 25$, $\frac{100 \cdot 25}{8 \cdot 24} = 26$

$0,6 \cdot 0,32$

$= \frac{0,8}{4} = 0,2\ \frac{м}{с}$.

$\frac{0,36 - 0,36^2}{2 \cdot 0,6 \cdot \frac{24}{25}} = \frac{0,36 \cdot 0,64}{2 \cdot 0,6 \cdot 24} \cdot 25 =$

$\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2H}}{g} \cdot 2v =$

$625 \cdot 102^2$, $0,73$, $10000 - 68^2$, $= 2,4$, 5376

$$\left(\frac{(L^2 + d^2) T_1^2 - d^2 T_2^2}{2 L T_2 T_1}\right)^2 + \frac{d^2}{T_1^2} = \frac{d^4 T_2^4 + T_1^4 (L^2 + d^2)^2 - 2 d^2 T_1^2 (}{1 - 0,68^2}$$

$$\frac{d^2}{T_1^2} + \frac{d^4 T_4^4 + T_1^4 (L^2 + d^2)^2 - 2 d^2 T_2^2 T_1^2 (L^2 + d^2)}{4 L^2 T_1^4 T_2^4}$$

18, $18 \cdot 3 - 10 \cdot \frac{5 \cdot 0,73}{2} = 54 - 15 = 9$

$160000 - 92400 = 67600$

$8400 \cdot 11$, 92400

$400 + 260$, $= 660 - L = 1320$

$\frac{0,6 + 1,3}{2 \cdot 24} \cdot 25$, $\frac{100 \cdot 25}{8 \cdot 24}$

$73 \cdot 73 = 5329$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [X] 3 [X] 4 [X] 5 [X] 6 [X] 7 [X]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик.

$\frac{250}{1{,}02} + \frac{400}{42}$

$125 \,|\, 96$ $\quad 1{,}30 \approx 1{,}301$

$417 - 192 = 225$ $\quad 9{,}2 \cdot 7 = 64{,}4$ $\quad 128{,}8$ $\quad 12880 : 76 = 169{,}6 \approx 170c$

$2500 : 417 = 0{,}599 \approx 0{,}60$

$$U = \sqrt{V_1^2 + \left(\frac{V_1+V_1}{2\cos 2}\right)^2 - V_1(V_1+V_2)}$$

$$U = \sqrt{\left(\frac{V_1+V_2}{2\cos 2}\right)^2 - V_1V_2} = \sqrt{\frac{\sqrt{L^2+a^2}\left(\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}\right)^2}{2\cdot\frac{L}{\sqrt{L^2+a^2}}} - \frac{L^2+a^2}{T_1T_2}}$$

$$\sqrt{\frac{(L^2+a^2)^2(T_1+T_2)^2}{4L^2T_1^2T_2^2} - \frac{L^2+a^2}{T_1T_2}} = 2$$

$$L^4(T_1+T_2)^2 + 2L^2a^2(T_1+T_2)^2 + a^4(T_1+T_1)^2 - 4L^4T_1T_2 - 4L^2a^2T_1T_2$$

$$L^4(T_1-T_2)^2 + 2L^2a^2(T_1^2+T_2^2) + a^4(T_1+T_2)^2$$

$$\frac{\sqrt{L^2+a^2}}{T_1} + \frac{1{,}9}{2\cdot\frac{24}{25}} = \frac{190\cdot 25}{8\cdot 24} = 2401$$

$$+\frac{\sqrt{L^2+a^2}}{T_2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{L^2+a^2}} = \frac{L}{2}\left(\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}\right)$$

$147460 : 12 = 73730$

$3753 + 417 = 80064$

$417 + 192 = 609$, $\quad 417 \cdot 192 = 834$, $\quad 609 \cdot 240 = 2436$, 1218, 147460

$1{,}3^2 + 0{,}02^2 - 2\cdot 1{,}3\cdot 0{,}02\cdot\frac{24}{25}$

$73730 : 8006$, $\quad 72054 \quad 0{,}020$, $\quad 16760$, 16036, 7240

$0{,}22$ $\quad 483.$ $\quad 0{,}002$

$73730{,}0$

70, $3{,}0$ $\quad 22\cdot 22 = 484$ $\quad 1{,}60$, 225, 256, 16 $\quad 0{,}92 \cdot 0{,}92 = 0{,}8464$

$1{,}6900 + 0{,}8464 = 2{,}53640$, $\quad 2{,}29632$, $\quad 0{,}24008 \approx 0{,}5$

$0{,}506$, $\quad 0{,}5064$

$1{,}92\cdot 1{,}3$, $\quad 2{,}496\cdot 0{,}92 = 4992$, 22464, $2{,}29632$

$$\frac{70\cdot 0{,}02}{0{,}5\cdot 0{,}76}$$

240

$$\frac{70\cdot 0{,}02}{0{,}5\sqrt{0{,}02^2 - 0{,}24008}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
X	X	X	X	X	X	X

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Дано:
$AC = d = 70$ м
$CB = L = 240$ м
$T_1 = 192$ с
$T_2 = 417$ с
$V_y = V_0 \cos\alpha$, $V_x = V_0 \sin\alpha$

Найти:
1) V_1 - ? V_2 - ?
2) U - ? $V_x = \sqrt{2gH}$
3) T - ?

а) $V_1 = \dfrac{AC}{T_1} = \dfrac{d}{T_1} = \dfrac{70\text{м}}{192\text{с}} \approx 0{,}36 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$

б) $AB = l \Rightarrow l^2 = d^2 + L^2$ $(AB^2 = AC^2 + BC^2)$

$l = \sqrt{L^2 + d^2}$

$V_2 = \dfrac{l}{T_2} = \dfrac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_2}$

$V_2 = \dfrac{\sqrt{(240\text{м})^2 + (70\text{м})^2}}{417\text{с}} \approx 0{,}60 \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}.$

$\dfrac{2\sqrt{2gH}}{g}$ $t = \dfrac{2v_{0x}}{g}$ $\dfrac{2v_{0x}}{g}$ $\sqrt{\dfrac{2H}{g}} \cdot \dfrac{5}{3}$ $\dfrac{v_{0x}^2}{2g} = H$ $v_{0x} = gt$ $v_{0x}t - g\dfrac{t^2}{2} = h$ $\dfrac{2v_{0x}}{g}$ $\dfrac{2v_{0x}^2}{g} - g$ $\dfrac{5v_{0x}}{3g}$ $\dfrac{5v_{0x}^2}{3g} - \dfrac{25v_{0x}^2}{18g}$ $= \dfrac{5v_{0x}^2}{18g}$ $\dfrac{5}{9}$ $\dfrac{5}{9}H$

Рассмотрим вектор $\vec{V_1}$ и $\vec{V_2}$. Очевидно, что данные скорости ~~пишутся~~ выражаются так
$\vec{V_1} = \vec{U_1} + \vec{V}$; $\vec{V_2} = \vec{U_2} + \vec{V}$. Из рисунка, приведённого в условии следует, что ~~∠AB=90°~~ а ∠ACB = 90°, а
$\angle CAB = arctg\left(\dfrac{L}{d}\right)$. Значит $tg\,\alpha = \dfrac{d}{L}$ (обозначен на рис. 1)

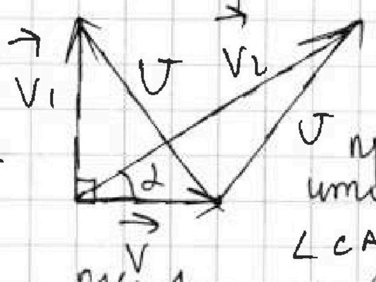


рис. 1.

1600
+2400
4?

Из т. косинусов: $U^2 = V^2 + V_1^2$; $U^2 = V^2 + V_2^2 - 2VV_2\cos\alpha$.
Отсюда: $V_1^2 = V_2^2 - 2V_1 V_2 \cos\alpha \Rightarrow$
$\Rightarrow V = \dfrac{V_2^2 - V_1^2}{2V_2\cos\alpha} = \dfrac{\dfrac{L^2+d^2}{T_2^2} - \dfrac{d^2}{T_1^2}}{2\sqrt{\dfrac{L^2+d^2}{T_2^2}} \cdot \dfrac{L}{\sqrt{L^2+d^2}}} = \dfrac{(L^2+d^2)T_1^2 - d^2T_2^2}{2LT_2T_1^2} \Rightarrow$

160000
32400
127600

3) ~~$U^2 = ((L^2+d^2)T_1$~~

$\Rightarrow U^2 = \left(\dfrac{(L^2+d^2)T_1^2 - d^2T_2^2}{2LT_2T_1}\right)^2 + V_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow U = \sqrt{\dfrac{(L^2+d^2)T_1^4 + d^2T_2^2 + 2(L^2-d^2)d^2T_1^2T_2^2}{2LT_1^2T_2}} \approx 0{,}41 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$

Числен. подсчёт навряд ли из-за громоздких вычислений

$400^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4200 \cdot 71$
$= 160000 - 32400$
$= 127600$

4200
22
8400
84
32400

36
36
216
108
20296
40
10
1276 728
400
36
500
364 · 2 =

$H = \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$ $H = \dfrac{v_{0x}^2}{2g}$ $h = v_{0x}t$ м

16,2 | 9
9 | 1,8
7,2

$\dfrac{18}{10} \cdot 2 \cdot \dfrac{1}{3} = 2{,}4$