МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3} \left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1. $ab \vdots 2^6\cdot 3^{13}\cdot 5^{11}$, $bc \vdots 2^{14} 3^{27}\cdot 5^{13}$; $ac \vdots 2^{16}\cdot 3^{25}\cdot 5^{28}$.

Чтобы произведение всех 3 чисел было наименьшим они должны ~~равными~~ быть равными произведению нужных чисел в степенях из условия.

$a^2\cdot b^2\cdot c^2 \vdots 2^{36}\cdot 3^{59}\cdot 5^{52} \Rightarrow abc \vdots 2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{26}$

$2^{18} \Rightarrow$ a содержит 2^4, $b - 2^2$, $c - 2^{12} \Rightarrow ab - 2^6$, $bc - 2^{14}$, $ac - 2^{16}$

$3^{30} \Rightarrow a - 3^8$, $b - 3^5$, $c - 3^{17}$, $ab - 3^{13}$, $bc - 3^{22}$, $ac - 3^{25}$

$5^{24} \Rightarrow 5^{11}\cdot 5^{13} = 2^{24} < 5^{28}$, тогда в любом случае кол-во будет хотя бы больше чем минимум в условии

$b - 5^0$, $a - 5^{14}$, $c - 5^{14} \Rightarrow ab - 5^{14} \vdots 5^{11}$, $bc - 5^{14} \vdots 5^{13}$, $ac - 5^{28} \vdots 5^{28} \Rightarrow$

$a = 2^4\cdot 3^8\cdot 5^{14}$, $b = 2^2\cdot 3^5\cdot 5^0$; $c = 2^{12}\cdot 3^{17}\cdot 5^{14} \Rightarrow a\cdot b\cdot c = 2^{28}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$ - наим.

Ответ: $2^{28}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$.

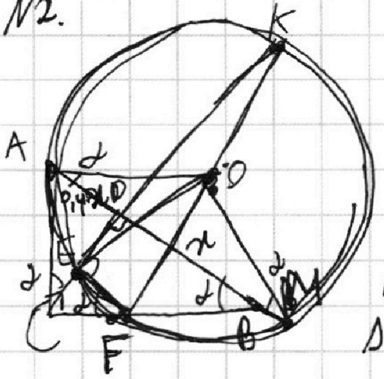
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.



т.к. $\frac{AB}{BD}=1,4$ $AB=1,4BD$, пусть $BD=x$, тогда $AB=1,4x \Rightarrow AD=0,4x$

$AB \perp EF \Rightarrow \angle FED=\angle EDF=90$, т.к. $\angle DEF=90^\circ \Rightarrow FK$ – диаметр

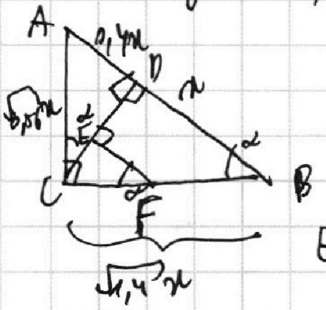
т.к. AC – касат. $\Rightarrow \angle DAC=90^\circ \Rightarrow \angle CBA=\angle BAO$, т.к. BC и AO – параллельны

т.к. CD – высота $\Rightarrow CD=\sqrt{AD\cdot DB}=\sqrt{0,4x^2}=\sqrt{0,4}\,x$

$\triangle ACD \sim \triangle CEF$, т.к. $\angle CDA=\angle FEC=90^\circ$, $\angle EFC=\angle ACD=\angle\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow$ их площади относятся как квадраты коэф. подобия.

т.к. AC ~~секущ~~ касат., CK пересекает окр. в 2 точках $\Rightarrow AC^2=CE\cdot CK$



$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{(0,4x)^2+(\sqrt{0,4}x)^2}=\sqrt{0,16x^2+0,4x^2}=\sqrt{0,56}\,x$

$CB=\sqrt{CD^2+DB^2}=\sqrt{(\sqrt{0,4}x)^2+x^2}=\sqrt{1,4x^2}=\sqrt{1,4}\,x$

$EK=\sqrt{FK^2-EF^2}=\sqrt{FK^2-4r^2}$

Пусть коэф. подобия $\triangle ACD$ и $\triangle CEF$ равен k, тогда $CF=AC\cdot k=\sqrt{0,56}\cdot x\cdot k$

$CE=AD\cdot k=0,4x\cdot k$; $EF=CD\cdot k=\sqrt{0,4}\,x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3. $10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ ОДЗ: $0 \le \arccos\alpha \le \pi \Rightarrow 0 \le \frac{9\pi-2x}{10} \le \pi$

$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi-2x}{10}$

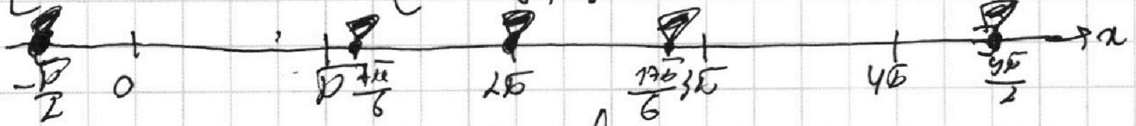
$\sin x = \cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right)$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right)$

$$\begin{cases} 9\pi-2x \le 10\pi \\ 9\pi-2x \ge 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \ge -\frac{\pi}{2} \\ x \le \frac{9\pi}{2} \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{2}-x = \frac{9\pi-2x}{10} + 2\pi k, k\in Z \;\Big|\cdot 10 \\ x-\frac{\pi}{2} = \frac{9\pi-2x}{10} + 2\pi n, n\in Z \;\Big|\cdot 10 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 5\pi-10x = 9\pi-2x+20\pi k, k\in Z \\ 10x-5\pi = 9\pi-2x+20\pi n, n\in Z \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 8x = -4\pi+20\pi k, k\in Z \\ 12x = 14\pi+20\pi n, n\in Z \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2}+\frac{5}{2}\pi k, k\in Z \\ x = \frac{7\pi}{6}+\frac{5}{3}\pi n, n\in Z \end{array}\right.$$



С учетом ОДЗ имеем 5 корней, проверим их

$10\arccos(\sin -\frac{\pi}{2}) = 9\pi + 2\cdot\frac{\pi}{2} \Rightarrow 10\arccos(-1) = 10\pi \Rightarrow 10\pi = 10\pi$ ✓ $x = -\frac{\pi}{2}$

$10\arccos(\sin\frac{7\pi}{6}) = 9\pi - \frac{2\cdot 7\pi}{6} \Rightarrow 10\arccos(-\frac{1}{2}) = \frac{20\pi}{3} \Rightarrow \frac{10\cdot 2\pi}{3} = \frac{20\pi}{3} \Rightarrow \frac{20\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$ ✓ $x = \frac{7\pi}{6}$

$10\arccos(\sin 2\pi) = 9\pi - 2\cdot 2\pi \Rightarrow 10\arccos(0) = 9\pi - 4\pi \Rightarrow 10\cdot\frac{\pi}{2} = 5\pi \Rightarrow 5\pi = 5\pi$ ✓ $x = 2\pi$

$10\arccos(\sin\frac{17\pi}{6}) = 9\pi - \frac{2\cdot 17\pi}{6} \Rightarrow 10\arccos(\frac{1}{2}) = \frac{10\pi}{3} \Rightarrow \frac{10\cdot\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$ ✓ $x = \frac{17\pi}{6}$

$10\arccos(\sin\frac{9\pi}{2}) = 9\pi - \frac{2\cdot 9\pi}{2} \Rightarrow 10\arccos(1) = 0 \Rightarrow 10\cdot 0 = 0 \Rightarrow 0 = 0$ ✓ $x = \frac{9\pi}{2}$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{2}$; $x = \frac{7\pi}{6}$; $x = 2\pi$; $x = \frac{17\pi}{6}$; $x = \frac{9\pi}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

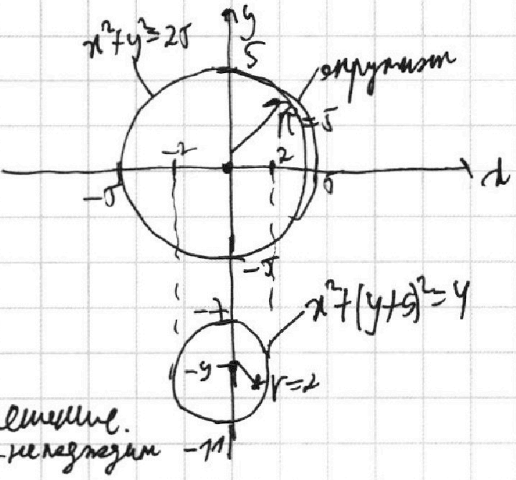
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5. $5x+6ay-b=0$

$(x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77)=0$

$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2=25 \\ x^2+(y+9)^2=4 \end{array}\right.$



$6ay=b-5x$

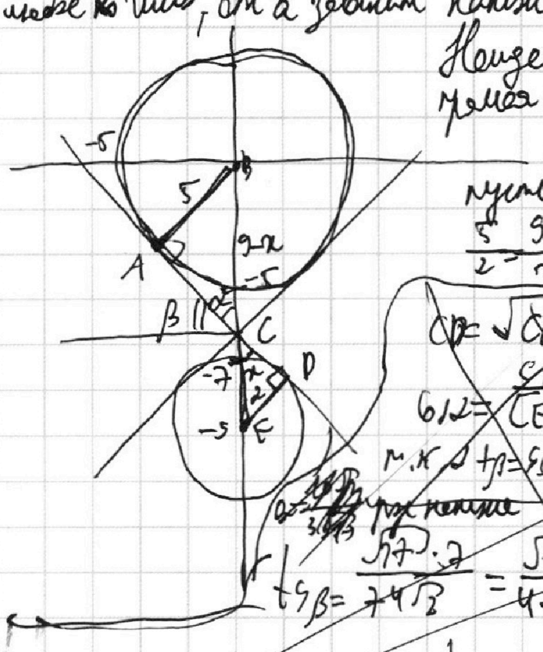
$y=\frac{b}{6a}-\frac{5x}{6a}$

при $a=0 \Rightarrow 5x+6\cdot 0\cdot y-b=0 \Rightarrow 5x=b$

$x=\frac{b}{5}$ – 1 решение.

$a=0$ – не подходит

b – любое $\Rightarrow y=\frac{b}{6a}-\frac{5x}{6a}$ – прямая, которая может подниматься и опускаться на любое число, от a зависит наклон прямой.



Найдем крайние значения a, в которых прямая касается окружностей.

$\angle BAC=\angle CDE=90° \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CDE \Rightarrow \frac{AB}{DE}=\frac{BC}{CE}$

пусть $CE=x$, $BC=9-x$

$\frac{5}{2}=\frac{9-x}{x} \Rightarrow 18-2x=5x \Rightarrow x=\frac{18}{7}$

~~$CD=\sqrt{CE^2-ED^2}=\sqrt{\left(\frac{18}{7}\right)^2-2^2}=\sqrt{\frac{324}{49}-4}=\frac{\sqrt{128}}{7}$~~

~~$\cos\beta=\frac{CD}{CE}=\frac{\sqrt{128}}{7\cdot 2}=\frac{\sqrt{128}}{14}=\sqrt{\frac{128}{196}}=\sqrt{\frac{32}{49}}=\frac{4\sqrt{2}}{7}$~~

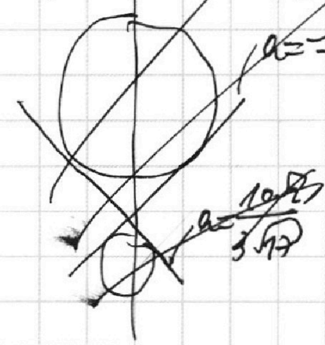
~~т.к. $\alpha+\beta=90°$ $\sin\beta=\cos\beta=\frac{4\sqrt{2}}{7}$~~

~~$a=\frac{10\sqrt{2}}{3\sqrt{17}}$ круг наклон равен $-\beta$~~

~~$\sin\beta=\sqrt{1-\frac{32}{49}}=\frac{\sqrt{17}}{7}$~~

~~$\operatorname{tg}\beta=\frac{\sqrt{17}\cdot 7}{7\cdot 4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{17}}{4\sqrt{2}}$ $-\frac{5}{6a}=-\operatorname{tg}\beta \Rightarrow \frac{5}{6a}=\frac{\sqrt{17}}{4\sqrt{2}} \Rightarrow a=\frac{20\sqrt{2}}{6\sqrt{17}}=\frac{10\sqrt{2}}{3\sqrt{17}}$~~

аналогично из-за соображений симметрии $\Rightarrow$ наклон симметричной прямой отн-но оу равен $-\frac{5}{6a}=\frac{\sqrt{17}}{4\sqrt{2}} \Rightarrow a=\frac{-10\sqrt{2}}{3\sqrt{17}}$



$a=-\frac{10\sqrt{2}}{3\sqrt{17}} \Rightarrow a\in\left(\frac{-10\sqrt{2}}{3\sqrt{17}};0\right)\cup\left(0;\frac{10\sqrt{2}}{3\sqrt{17}}\right)$.

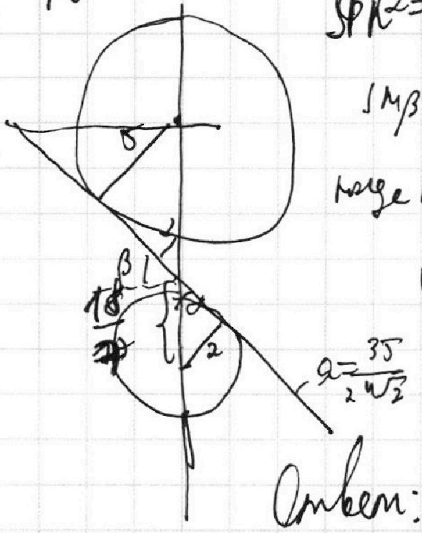
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4. Продолжение.



$\sin\alpha = \frac{27}{18} = \frac{7}{9}$, т.к. $\beta + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \cos\beta = \sin\alpha = \frac{7}{9}$

$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{49}{81}} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$, $\operatorname{tg}\beta = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

тогда коэф. наклона $-\frac{5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \to \boxed{a = \frac{35}{24\sqrt{2}}}$

Из-за соображений симметрии коэф. наклона прямой с половиной наклона равен $-\frac{5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

$a = -\frac{35}{24\sqrt{2}}$, тогда $a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; 0\right) \cup \left(0; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$.

Ответ: $a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; 0\right) \cup \left(0; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5. $\log^4_{11} x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5$ ОДЗ: $x>0$, $x\neq 1$

$\log^4_{11} x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3}\log_x 11 - 5 \Rightarrow \log^4_{11} x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3\cdot\log_{11} x} - 5$

пусть $\log_{11} x = t \Rightarrow t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5 \Rightarrow t^4 = \frac{16}{3t} - 5 \mid \cdot 3$

$\frac{3t^5+15t-16}{t}=0$, $3t^5+15t-16=0$, $t\neq 0 \Rightarrow \log_{11} x \neq 0 \Rightarrow x\neq 1$.

$\log^4_{11}(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3}(11^{-13}) - 5$ ОДЗ: $y>0$; $0,5y\neq 1 \Rightarrow y\neq 2$

$\log^4_{11}(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} = -\frac{13}{3\cdot\log_{11}(0,5y)} - 5$, пусть $\log_{11}(0,5y) = m$

$m^4 + \frac{1}{m} = -\frac{13}{3m} - 5 \mid \cdot 3$ $\frac{3m^5+15m+16}{m}=0$, $3m^5+15m+16=0$, $m\neq 0$

$\log_{11}(0,5y)\neq 0$ $0,5y\neq 1$ $y\neq 2$

$+\begin{cases} 3t^5+15t-16=0 \\ 3m^5+15m+16=0 \end{cases}$ $(t^5+m^5)+5(t+m)=0 \Rightarrow (t+m)(t^4-t^3m+t^2m^2-tm^3+m^4)+5(t+m)=0$

$3(t^5+m^5)+15(t+m)=0 \mid :3$ $(t+m)(t^4-t^3m+t^2m^2-tm^3+m^4+5)=0$

$t+m=0 \Rightarrow \log_{11} x + \log_{11} 0,5y = 0 \Rightarrow \log_{11}(0,5xy)=0$ $0,5xy=1 \Rightarrow \boxed{xy=2}$

$t^4-t^3m+t^2m^2-tm^3+m^4+5=0$ $(t^2+m^2)^2 - t^2m^2 - tm(t^2+m^2)+5=0$

пусть $t^2+m^2=a$, $tm=b$ $a^2-b^2-ab+5=0$

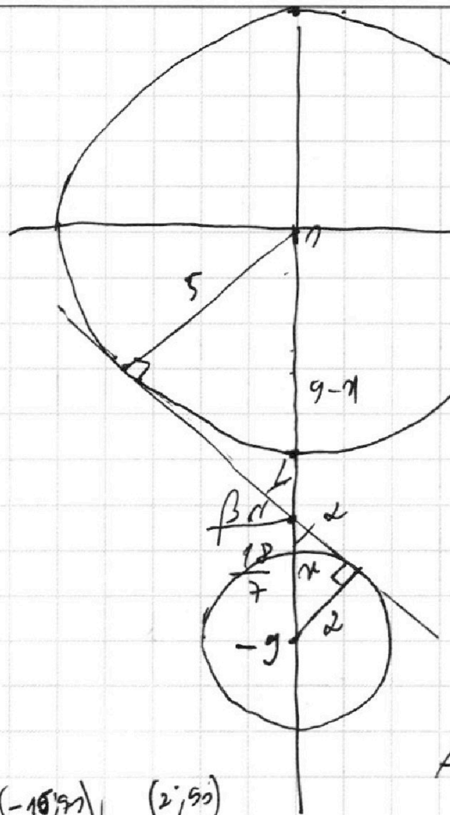
$a^2-ab-b^2+5=0$ $D=b^2+4b^2-20=5b^2-20=5(b^2-4)$

$a=\frac{b\pm\sqrt{D}}{2}=\frac{b\pm\sqrt{5(b^2-4)}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{9-x}{x}=\frac{5}{2}$ $18-2x=5x$

$x=\frac{18}{7}$

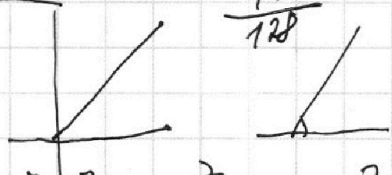
$49 \cdot 16$: 294, 49, 784

$324-196=128$

$\frac{128}{196}=\frac{32}{49}$

$17+32=49$

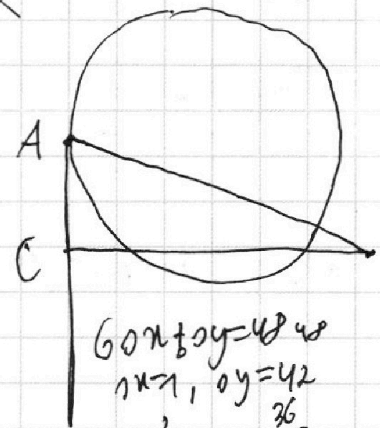
$81-49=32$

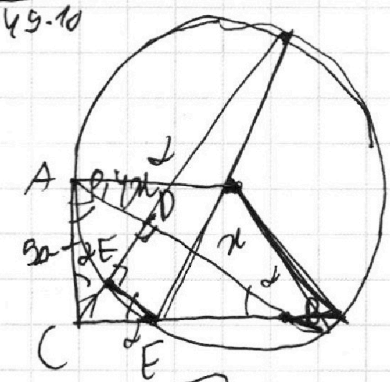


$\sin\alpha=\frac{8\cdot 7}{18\cdot 9}=\frac{7}{9}$ $\cos\beta=\frac{7}{9}$ $\sin\beta=\frac{\sqrt{32}}{9}$

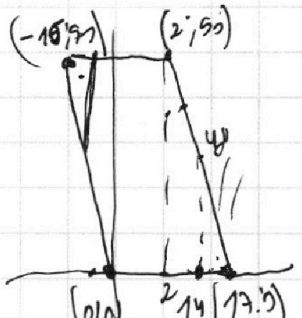
$\operatorname{tg}\beta=\frac{\sqrt{32}}{7}$ $\frac{324}{49}-4=\frac{324-196}{49}=\frac{128}{49}=$

$\cos\alpha=\frac{\sqrt{32}}{\ldots}$ $=\cos\alpha=\frac{\sqrt{128}\cdot 7}{49\cdot 10}$





$CD=\sqrt{0,4}\,x$



$60x+0y=4848$

x	y
1	42
2	36
3	30
4	24
5	18
6	12
7	6
8	0

$a^2+b^2-ab+5=0$,

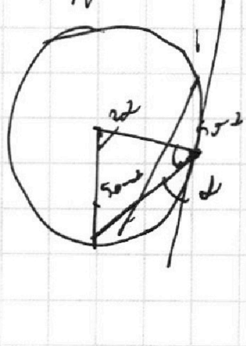
$(a-b)^2+ab+2b^2+5=0$

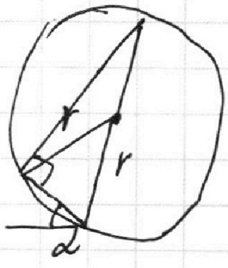
$t^2+m^2=(t+m)^2-2tm$

$(t^2+m^2)(t^2+m^2-tm)-t^2m^2+5=0$

$((t+m)^2-2tm)((t+m)^2-3tm)-t^2m^2+5=0$

$3t^5+15t-16=0$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

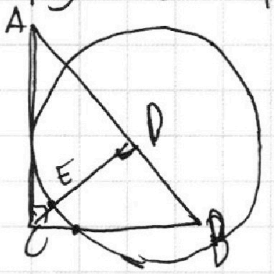
№3 $10\arccos|\sin x| = 9\pi - 2x$ $\arccos|\sin x| = \frac{9\pi-2x}{10}$ $0 \le \frac{9\pi-2x}{10} \le \pi$

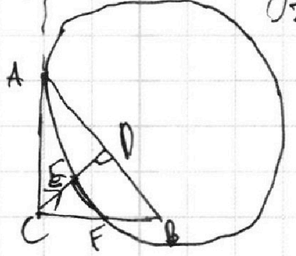
$\arccos(\sin x) = y$ $\arccos\left|\sin\frac{\pi}{6}\right| = \arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$ $\sin\frac{17\pi}{6} = 1$ $9\pi - 2x \le 10\pi$

$\cos y$ $0 =$ $2x \ge -\pi$

$x \ge -\frac{\pi}{2}$

$12 \cdot 144 = 26$





$9\pi - 2x \ge 0$

$x \le \frac{9\pi}{2} = 4{,}5\pi$

$\sin\frac{17\pi}{6} = \sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$\arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$

$9\pi - \frac{17\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$

$\cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right) = \sin x$ $\cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right) - \sin x = 0$ $\cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$

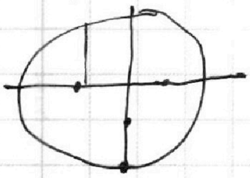
$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$-2\sin\frac{\frac{9\pi-2x}{10} + \frac{\pi}{2} - x}{2} \cdot \sin\frac{\frac{9\pi-2x}{10} - \frac{\pi}{2} + x}{2} = 0$

$\sin\frac{9\pi - 2x + 5\pi - 10x}{2} \cdot \sin\frac{9\pi - 2x - 5\pi + 10x}{2} = 0$ $\sin\frac{14\pi - 12x}{2} \cdot \sin\frac{4\pi + 8x}{2} = 0$

$\sin(7\pi - 6x) \cdot \sin(2\pi + 4x) = 0$ $\sin(\pi - 6x) \cdot \sin 4x = 0$ $-\sin 6x \cdot \sin 4x = 0$

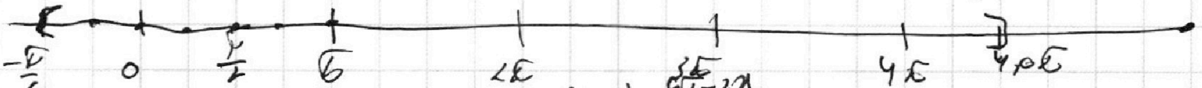
$\left[\begin{array}{l} 6x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 4x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi k}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$



$\sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

$\arccos -\frac{1}{2} = \frac{2\pi}{3} \cdot 10 = \frac{20\pi}{3}$

$9\pi - \frac{7}{3}x = \frac{10}{3}x$



$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ $\arccos(\sin x) = \frac{9\pi-2x}{10}$

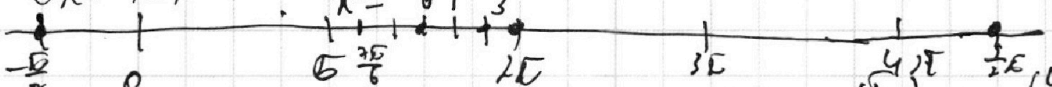
$\sin x = \cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right)$ $\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{9\pi-2x}{10}\right) = \sin\left(\frac{5\pi - 9\pi + 2x}{10}\right) = \sin\left(\frac{2x - 4\pi}{10}\right) =$

$x = \frac{x-2\pi}{5} + 2\pi k,$ $x = \pi - \frac{x-2\pi}{5} + 2\pi k$ $\sin 2\pi = 0$ - $\arccos 0 =$ $= \sin\left(\frac{x-2\pi}{5}\right)$

$5x = x - 2\pi + 10\pi k$ $4x = -2\pi + 10\pi k$ $\frac{7\pi}{6} + \frac{10}{6}$ $\frac{27\pi}{6}$

$5x = 5\pi - x + 2\pi + 10\pi k$ $x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k$

$6x = 7\pi + 10\pi k$ $x = \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi k}{3}$



$\sin\frac{3\pi}{2} = -1$ $\arccos(-1) = \pi$ $10\pi =$ $x \ge -\frac{\pi}{2}$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right)$

$\frac{9\pi-2x}{10} < \pi$ $9\pi - 2x < 10\pi$ $\frac{\pi}{2} - x = \frac{9\pi-2x}{10} + 2\pi k \,\big|\cdot 10$

$9\pi - 2x > 0$ $x < \frac{9\pi}{2}$ $x - \frac{\pi}{2} = \frac{9\pi-2x}{10} + 2\pi n, n \,\big|\cdot 10$

$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi-2x}{10}$ $\sin x = \cos\frac{9\pi-2x}{10}$ $5\pi - 10x = 9\pi - 2x + 20\pi k$

$8x = -4\pi + 20\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k$ $\frac{17\pi}{6}$ $10x - 5\pi = 9\pi - 2x + 20\pi n$

$12x = 14\pi + 20\pi n,$ $x = \frac{7\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi n$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1. $\log^4_{11} x -$ $ab: 2^6 3^{13} 5^{11}$, $bc: 2^{14} 3^{21} 5^{13}$, $ac: 2^{16} 3^{20} 5^{28}$ $13+21+25=59$

$a^2b^2c^2 = 2^{36}\cdot 3^{59}\cdot 5^{52}$ $abc: 2^{18} 3^{29} 5^{26}$

$3t^5+15t-16=0$

$3m^5+15m+16=0$

ab bc ac (2^6, 2^{14}, 2^{16}) ab bc ac (8 5, 5 16, 24; 3^{13}, 3^{21}, 3^{25}) 3^{14} 21 25

$(t^5+m^5)+5(t+m)=0$

$(t+m)(t^4 -$

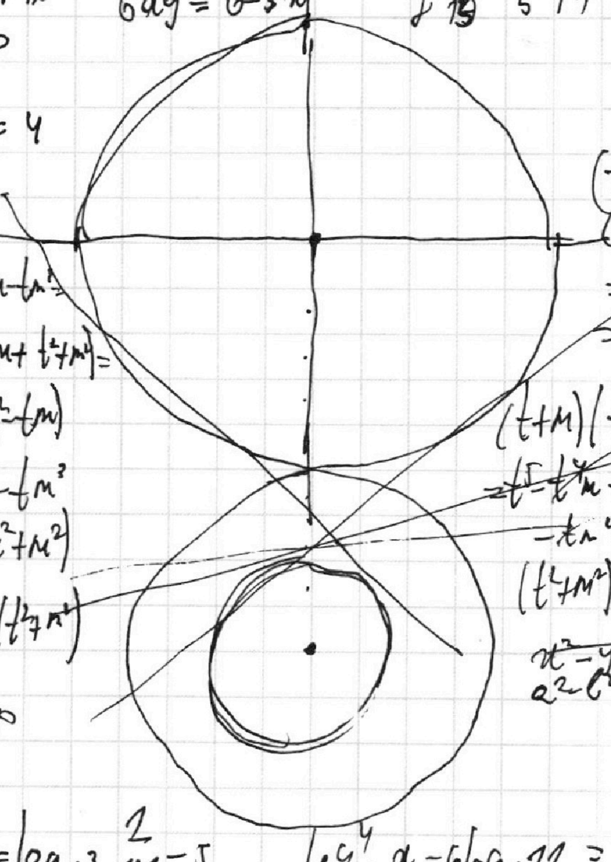
$y = \frac{b}{6a} - \frac{5}{6a}x$

$6ay = b - 5x$

№3. $5x+6ay-b=0$

$x^2+y^2=25$

$x^2+(y+9)^2=4$



$\log_{11} x + \log_{11} 0{,}5y = 0$

$0{,}5xy=1$

$xy=2$

$(t^4-t^4)=(t^2-$

$(c^4-c^4)=(c^2-b^2)(c^2+b^2)=$

$=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)=$

$=(a-b)(a^3+ab^2+ba^2+b^3)$

$(t^2+m^2)^2-t^2m^2-t^3m-tm^3=$

$=(t^2+m^2)^2-tm(tm+t^2+m^2)=$

$=(t^2+m^2)^2-tm((t+m)^2-tm)$

$(t^2+m^2)^2-t^2m^2-t^3m-tm^3$

$t^3m+tm^3=tm(t^2+m^2)$

$(t^2+m^2)^2-t^2m^2-tm(t^2+m^2)$

$(t^2+m^2$

$(a-b)^2+ab-2b^2+5=0$

$(t+m)(t^4-t^3m+t^2m^2-tm^3+m^4)=$

$(t^2+m^2)^2-t^2m^2-tm(t^2+m^2)+5=0$

~~$x^2-y^2-xy+5=0$~~

$a^2-b^2-ab+5=0$

ОДЗ: $x>0$, $x\neq 1$

$\log^4_{11} x - 6\log_x 11 = \log_{x^3}\frac{2}{121} - 5$ $\log^4_{11} x - 6\log_x 11 = \frac{1\cdot 2}{3}\log_x \frac{1}{11} - 5$

$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3}t + 5$ $\frac{t^5+\frac{2}{3}t^2-5t-6}{t}=0$

$\log^4_{11} x - \frac{6}{\log_{11}x} = \log_{x^3}\cdot(11)^{-2} - 5$ $t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5$ $t\neq 0$ $\log_{11} x \neq 0$, $x\neq 1$

$t^4 = \frac{16}{3t} - 5$ $|\cdot 3$ $3t^4 = \frac{16}{t} - 15$ $\frac{3t^5+15t-16}{t}=0$ $y>0$, $y\neq 2$

$3t^5+15t-16=0$ $\log^4_{11}(0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \frac{-13}{3}\log_{0{,}5y}\cdot 11 - 5$

$m^4 + \frac{1}{m} = -\frac{13}{3m} - 5$ $m^4 + \frac{16}{3m} + 5 = 0$ $\frac{3m^5+15m+16}{m}=0$ $m\neq 0$