



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$$\{a, b, c\} \in \mathbb{N}$$

$$\text{Пусть } ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{14} \cdot k, \quad bc = 2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot m,$$

$$ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot n, \text{ тогда из данных равенств имеем:}$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{17} \cdot 5^{26} \cdot \frac{kn}{m}; \quad b^2 = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{-4} \cdot \frac{km}{n}; \quad c^2 = 2^{24} \cdot 3^{33} \cdot 5^{30} \cdot \frac{mn}{k}$$

$$(abc)^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \cdot kmn \quad (\{k, m, n\} \in \mathbb{N})$$

Как видим из 2-ого равенства, чтобы b был натуральным, необходимо, чтобы $\frac{km}{n}$ содержало множитель 5^4 (именно 5^4 для минимальности)

а также множитель 3^4 (именно 3^4 для минимальности)

Это возможно например при $k = 5^4$, $m = 3$, $n = 1$.

$$\text{Тогда имеем: } a^2 = 2^8 \cdot 3^{16} \cdot 5^{34}; \quad b^2 = 2^4 \cdot 3^{10}; \quad c^2 = 2^{24} \cdot 3^{34} \cdot 5^{26}$$
$$a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{17}; \quad b = 2^2 \cdot 3^5; \quad c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{13}$$

Мы подбирали минимально возможные k, m, n , чтобы

произведение abc было минимальным (как видим из 4-ого равенства $(abc)^2$ зависит пропорционально от k, m, n), поэтому при таких k, m, n произведение минимально.

$$\text{Итак } \min(abc) = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}.$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

1

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

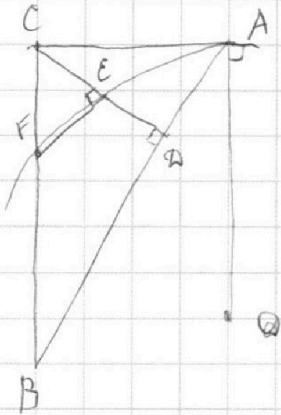
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 2



$$AB \parallel EF \Rightarrow CQ \perp FE$$

Пусть $BQ = 5x$, $AQ = 2x$, тогда $CQ = \sqrt{5x \cdot 2x} = x\sqrt{10}$

Так как $AB \parallel EF$, то $\angle QBC = \angle QFC = \angle QCA$.

Отсюда $\frac{BQ}{FE} = \frac{CQ}{QE}$ и $\frac{AQ}{CE} = \frac{CQ}{FE}$

$$FE = \frac{BQ \cdot QE}{CQ} = \frac{CQ \cdot CE}{AQ}$$

$$\frac{5x \cdot QE}{x\sqrt{10}} = \frac{x\sqrt{10} \cdot CE}{2x} \Rightarrow \frac{QE}{CE} = \frac{10}{10} = 1$$

Т.е. $QE = CE = y$ и $FE = \frac{BQ \cdot QE}{CQ} = \frac{5x \cdot y}{x\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}} y$

$$S_{CEF} = \frac{1}{2} \cdot CE \cdot FE = \frac{1}{2} y \cdot \frac{5}{\sqrt{10}} y = \frac{5}{2\sqrt{10}} y^2$$

$$S_{ACQ} = \frac{1}{2} \cdot AQ \cdot CQ = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \sqrt{10} \cdot x = x^2 \sqrt{10}$$

$$CQ = CE + EQ = 2y = x\sqrt{10} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{S_{ACQ}}{S_{CEF}} = \frac{x^2 \sqrt{10}}{\frac{5}{2\sqrt{10}} y^2} = \frac{x^2}{y^2} \cdot \frac{2 \cdot 10}{5} = \frac{4}{10} \cdot 4 = \frac{16}{10}$$

Ответ: $\frac{16}{10}$

3

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos a \in [0; \pi] \Rightarrow 0 \leq 9\pi - 2x \leq \pi \Rightarrow x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right]$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5}$$

$$\cos(\arccos(\sin x)) = \cos\left(\frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5}\right);$$

$$\sin x = \sin\left(\frac{x}{5} - \frac{4\pi}{10}\right);$$

$$\sin x - \sin\left(\frac{x}{5} - \frac{2\pi}{5}\right) = 0;$$

$$2 \sin \frac{x - \frac{x}{5} + \frac{2\pi}{5}}{2} \cos \frac{x + \frac{x}{5} - \frac{2\pi}{5}}{2} = 0;$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{2x}{5} + \frac{\pi}{5}\right) = 0, & \begin{cases} \frac{2x}{5} + \frac{\pi}{5} = \pi n, \\ \frac{3x}{5} - \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{2} + \pi m, \end{cases} & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi n}{2}, \\ x = \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi m}{3}. \end{cases} \\ \cos\left(\frac{3x}{5} - \frac{\pi}{5}\right) = 0; \end{cases}$$

$$\left\{-\frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right\} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right];$$

$$\left\{-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{17\pi}{6}; \frac{27\pi}{6}\right\} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right]$$

Проверкой убеждаемся, что все полученные корни подходят

$$\text{Ответ: } x \in \left\{-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; 2\pi; \frac{17\pi}{6}; \frac{9\pi}{2}\right\}$$

2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

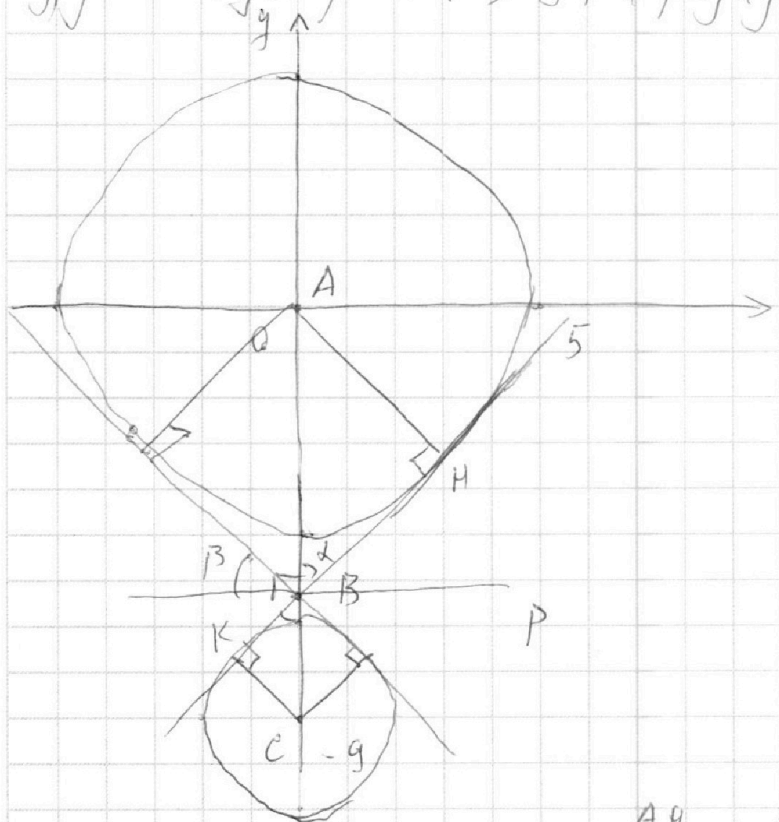


Задача 4.

Ответ: $a \in (-\frac{35}{12\sqrt{2}}; \frac{35}{12\sqrt{2}})$

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 14y + 77) = 0 \end{cases}$$

Графиком 2-ого уравнения являются две окружности, одна из которых с центром $(0; 0)$ и радиусом 5, а другая с центром $(0; -9)$ и радиусом 2.



Проведём общие касательные

Если прямая $5x + 6ay = b$ будет нп

$$AC = 9 = AB + BC$$

$$\triangle AMB \sim \triangle CKL$$

$$\frac{AK}{AH} = \frac{BC}{9-BC} \Rightarrow \frac{BC}{9-BC} = \frac{2}{5}$$

$$5BC = 18 - 2BC$$

$$BC = \frac{18}{7} \Rightarrow AB = \frac{45}{7}$$

$$\sin \alpha = \frac{AH}{AB} = \frac{5}{\frac{45}{7}} = \frac{7}{9} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{49}{81} - 1 = \frac{32}{81}$$

Прямая $p \parallel Ax \Rightarrow \tan \beta = \tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{9}{\sqrt{32}}$

$= \sqrt{\frac{32}{49}} = \frac{2\sqrt{2}}{7}$. Значит, если угол наклона в прямой

$y = \frac{b}{6a} - \frac{5}{6a}x$ будет меньше, чем $\tan \beta = \frac{2\sqrt{2}}{7}$ то она будет иметь менее 4-х пересечений с окружностями

Значит $|\frac{b}{6a} - \frac{5}{6a}| < \frac{2\sqrt{2}}{7}$, $\frac{5}{6a} < \frac{2\sqrt{2}}{7}$ $a \in (-\frac{35}{12\sqrt{2}}; \frac{35}{12\sqrt{2}}) \setminus \{0\}$

А также $a=0$ тоже подходит.

4

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задание 5.

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{12} - 5; \quad (x > 0, x \neq 1)$$

$$\log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3} \frac{1}{\log_{11} x} - 5 \quad | \times (3 \log_{11} x); \quad (\log_{11} x = t)$$

$$3t^5 + 15t - 16 = 0 \quad (1)$$

$$\log_{11}^4 \left(\frac{1}{2}y\right) + \log_{\frac{1}{2}y} 11 = \log_{\frac{1}{2}y^3} (11^{-13}) - 5; \quad \left(\frac{1}{2}y = z, z > 0, z \neq 1\right)$$

$$\log_{11}^4 z + \frac{1}{\log_{11} z} = -\frac{13}{3} \cdot \frac{1}{\log_{11} z} - 5 \quad | \times (3 \log_{11} z); \quad (\log_{11} z = w)$$

$$3w^5 + 15w + 16 = 0 \quad (2)$$

Заметим, что $f(t) = 3t^5 + 15t$ является возрастающей функцией ($f'(t) = 15t^4 + 15 \geq 15$), а значит уравнения (1) и (2) имеют один действительный корень.

По т. Виета для уравнения (1) и (2) имеем:

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = -\left(\frac{-16}{3}\right) = \frac{16}{3}$$

$$t_1^5 = \frac{16}{3} \quad (\text{т.к. один действ. корень})$$

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 = -\frac{16}{3}$$

$$w_1^5 = -\frac{16}{3} \quad (\text{т.к. один действ. корень})$$

Отсюда имеем $\log_{11}^5 x = \frac{16}{3}$, $\log_{11}^5 z = -\frac{16}{3}$; $\log_{11} x = \sqrt[5]{\frac{16}{3}}$, $\log_{11} z = -\sqrt[5]{\frac{16}{3}}$.

$$x = 11^{\sqrt[5]{\frac{16}{3}}}, \quad z = 11^{-\sqrt[5]{\frac{16}{3}}}$$

При этом $t_1 = w_1$ ($3t_1^5 + 15t_1 - 16 = -3w_1^5 - 15w_1 - 16 =$

$$= -(3w_1^5 + 15w_1 + 16) = 0)$$

5



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Запомним это ($t = -w$)

Теперь найдем необходимое произведение:

$$xy = 11^t \cdot 2z = 11^t \cdot 2 \cdot 11^w = 2 \cdot 11^{(t+w)} = 2 \cdot 11^0 = 2$$

Значит $xy = 2$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 = 5^2$

$x^2 + (y+9)^2 = 2^2$

$x=11$

$y=2 \cdot 11^w$

$11^4 \cdot 2 \cdot 11^w =$

$= 2 \cdot 11^{4+w}$

$34^2 + \frac{15}{+2} - \frac{16}{+3} = 0$

$(9 \cdot 6a) + 2 \cdot 9 \cdot 6ab + b^2 \leq 10^2 + 4a^2$

$(54a+b)^2 \leq 10^2 + 4a^2$

$(30a)^2 + 25^2 \geq b^2$

$\frac{b}{5} \in (-2; 2)$

$b \in (-10; 10)$

$y=0: 5x=b$

$x = \frac{b}{5}$

$y = \frac{-5}{6a}x + \frac{b}{6a}$

$b < 0:$

$x^2 + y^2 = 5^2$

$5x + 6ay = b$

$(b - 6ay)^2 + 25y^2 = 25$

$36a^2y^2 - 12aby + b^2 + 25y^2 = 25$

$(36a^2 + 25)y^2 - 12aby + b^2 - 25 = 0$

$34(4^2 + 5) = 16$

$y = \frac{5}{6a}x - \frac{b}{6a}$

$\frac{2\sqrt{2}}{7} < \frac{5}{6a}$

$\frac{1}{a} > \frac{12\sqrt{2}}{35b}$

$(2) 9^2 \cdot 25 - 12 \cdot 9 \cdot ab - 36a^2 \cdot 25 - 77 -$

$= 25b^2 - 25^2 - 77 > 0$

$a < \frac{359-x}{12\sqrt{2}} = \frac{x}{5}$

$9^2 \cdot 25 - 12 \cdot 9 \cdot ab - 36a^2 \cdot 77 - b^2$

$-25 \cdot 77 \geq 0$

$\frac{9-x}{5} \geq \frac{2}{5}$

$45 - 5x = 2x$

$\sin x = \frac{7.5}{45} = \frac{1}{6}$

$(5x)^2 + 25(y+9)^2 = 10^2 + 4a^2$

$36a^2y^2 - 12aby + b^2 + 25(y^2 + 18y + 81) = 10^2$

$(36a^2 + 25) + (18 - 12ab)y + b^2 + 25 \cdot 81 - 10^2 = 0$

$\Delta = (9 \cdot 25 - 6ab)^2 - (36a^2 + 25)(b^2 + 25 \cdot 77) \geq 0$

$-t^2 \quad ctg x = \frac{4\sqrt{2}ctg^2 x}{4a} = \frac{49}{49} - 1 = \frac{32}{49}$

$\frac{\Delta}{4} = 36a^2b^2 - (36a^2 + 25)(b^2 - 25^2) =$

$= 36a^2b^2 - 36a^2b^2 + 36a^2 \cdot 25^2 + 25b^2 -$

$+ 25^3 = (6 \cdot 25)a^2 + 25b^2 + 25^3 \geq 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1. \quad ab: 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc: 2^{14} \cdot 3^{29} \cdot 5^{13}$$

$$ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\{k, m, n\} \geq 1$$

$$ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot k$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{29} \cdot 5^{13} \cdot m$$

$$ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot n$$

$$abc^2 = 2^{30} \cdot 3^{46} \cdot 5^{41} \cdot mn$$

$$c^2 = 2^{24} \cdot 3^{33} \cdot 5^{30} \cdot \frac{mn}{k} \quad m=3^1$$

$$b^2 = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{-4} \cdot \frac{km}{n} \quad k=5^4$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{17} \cdot 5^{26} \cdot \frac{kn}{m} \quad n=1$$

$$(abc)^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \cdot kmn = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{56} \cdot mn = 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{56} \cdot n = 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{56}$$

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{15}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 1$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{13}$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi k}{2} = -\frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + \frac{10\pi m}{6} = \frac{7\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}, \frac{27\pi}{6}, \dots$$

$$27\pi - \frac{3\pi}{6} \leq \frac{27\pi}{6} \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$\left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\frac{3x}{5} = \frac{7\pi}{10} + \frac{\pi m}{5}$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi m}{6}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi m}{6} \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{6} \leq \frac{5\pi m}{6} \leq \frac{25\pi}{6}$$

$$-1 \leq m \leq 5$$

$$3 \cdot \frac{10}{x} \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5}$$

$$\arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) =$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x - \sin\left(\frac{5\pi}{10} + \frac{x}{5} - \frac{9\pi}{10}\right) = 0$$

$$2 \sin \frac{x - \frac{x}{5} + \frac{4\pi}{10}}{2} \cos\left(\frac{x + \frac{x}{5} - \frac{4\pi}{10}}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \sin \frac{2x}{5} + \frac{\pi}{5} = 0 \\ \cos \frac{3x}{5} - \frac{\pi}{5} = 0 \end{cases}$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{5} - x\right)$$

$$\frac{20\pi}{3}, 9\pi - \frac{7\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \frac{17\pi}{3}$$

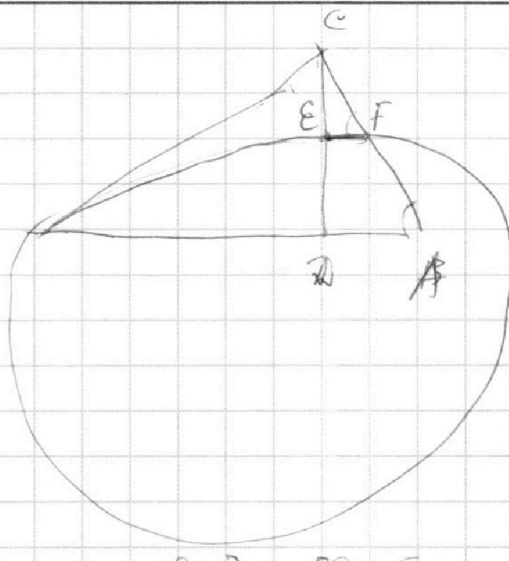
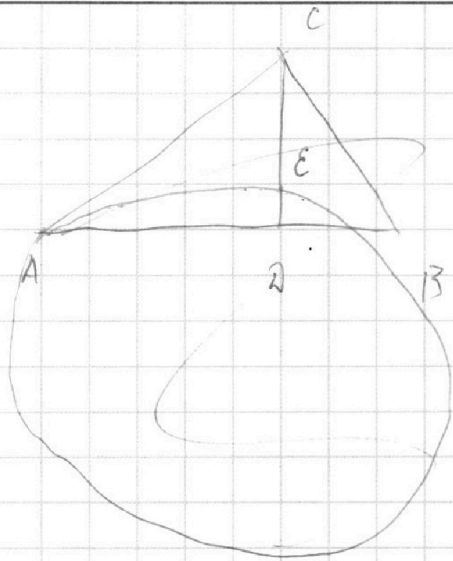
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

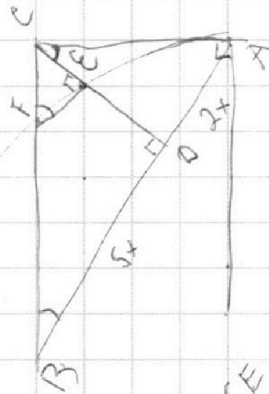
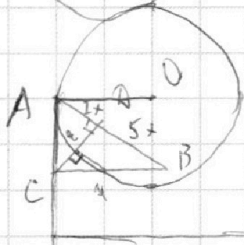
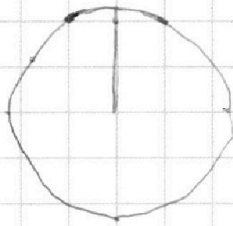
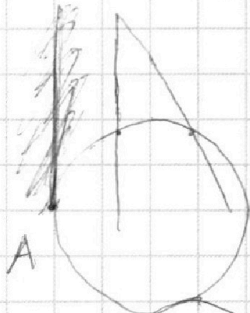
- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{BA} = \frac{7}{5} \quad AR = 2x \quad BR = 5x$$



$$\frac{BR}{FE} = \frac{CE}{CR} \quad \frac{CE}{CR} = \frac{2x}{3y}$$

$$FE = \frac{BR \cdot CE}{CR} = \frac{5x \cdot 2x}{3y} = \frac{10x^2}{3y}$$

$$\frac{AR}{CE} = \frac{CF}{CR} \quad \frac{CF}{CR} = \frac{2x}{3y}$$

$$CF = \frac{AR \cdot CR}{CE} = \frac{2x \cdot 3y}{2x} = 3y$$

$$\frac{AR}{CE} = \frac{10}{2 \cdot 5} = 1$$

$$h = x\sqrt{10} = 2y$$

$$S_{\text{cone}} = x^2\sqrt{10}$$

$$\frac{BR}{FE} = \frac{CE}{CF} \quad \frac{CF}{FE} = \frac{CR}{BR} = \frac{3y}{5x}$$

$$FE = \frac{BR \cdot CF}{CE} = \frac{5x \cdot 3y}{2x} = \frac{15y}{2}$$

$$CF \cdot FE = BR \cdot CE = 4x \cdot 2x = 8x^2$$

$$5x \cdot 2x = 2x \cdot CR \quad CR = 5x$$

$$\frac{AR}{CR} = \frac{CF}{CE} = \frac{2x}{3y}$$

$$\frac{AR}{2x} = \frac{2x}{3y} \quad AR = \frac{4x^2}{3y}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5. $\log_{11}^4 x - 6 \frac{1}{\log_{11} x} = \log_{x^3 121} - 5$ $x > 0, x \neq 1.$

$\log_{11}^4 x + \frac{2}{3} \frac{1}{\log_{11} x} - 6 \frac{1}{\log_{11} x} + 5 = 0$ $\frac{1}{121} = 11^{-2}$

$3t^5 + 15t - 16 = 0$ $\log_{11} x = t.$

$t \in (0; 1)$ $3(x-t_1)(x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d) = 0$
 $z = \frac{1}{2}y$

$\log_{11}^4 (\frac{1}{2}y) + \log_{\frac{1}{2}y} 11 = \log_{\frac{1}{2}y^3} (11^{-13}) - 5$

$\log_{11}^4 z + \frac{1}{\log_{11} z} = -\frac{13}{3} \cdot \frac{1}{\log_{11} z} - 15 \quad | \times 3$ $w = \log_{11} z$
 $x \in (1; 11)$

$3 \log_{11}^5 z + 15 \log_{11} z + 16 = 0$ $t, e(0; 1)$ $z \in (\frac{1}{11}; 1)$

$3w^5 + 15w + 16 = 0$ $w \in (-4; 0)$ $(x-t_1)(x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d) = 0$
 $-t_1 d = -\frac{16}{3}$

$w_1 w_2 w_3 w_4 w_5 = -\frac{16}{3}$ $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d \neq 0$ $3t^4 + 15 = 0$ \uparrow

$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = \frac{16}{3}$ $15w^4 + 15 = 0$ \uparrow
 $t = -w$ $t \cdot d = \frac{16}{3}$

$(t_1 w_1)(t_2 w_2)(t_3 w_3)(t_4 w_4)(t_5 w_5) = -\frac{4^4}{3^2}$ $3ax^4 - 4x^4 = 0$
 $-w_1 d_1 = \frac{16}{3}$

$9t^5 w^5 + 45t w^5 - 16 \cdot 3w^5 + (x-t) \dots d_1 = 0$ $d = \frac{16}{3t}$
 $(x+t) \dots d_2 = 0$ $W d^2 = \frac{16^2}{3^2} \quad 3-t$
 $345t^5 w - 16 \cdot 15w + 16 \cdot 3t^5 + 16 \cdot 15t - 256 = 0$ $t d_1 = \frac{16}{3}$ $a = t.$
 $-t d_1 = -\frac{16}{3}$ $4d_2 = \frac{16}{3}$

$9t^5 w^5 + 45t w^5 + 45t^5 w - 16(3w^5 + 15w + 16^3) + 16(3t^5 + 15t - 16)t = 2 \cdot 256$
 $t w d = -\frac{16^2}{3^2}$ $t^2 d^2 = \frac{16^2}{3^2}$ $\frac{d_1}{d_2} = t$ $x^2 - 2tx + t^2 = 0$

$9t^5 w^5 + 45t w^5 + 45t^5 w + 256 = 0$ $w = -t$ $t^4 + 15 = d$ $(x-t)(x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d) = 0$
 $\frac{w}{t} = -1$ $a = t$
 $15x = dx - ct + x$ $bx^3 - tax^3 = 0$ $c = t^3$
 $b = t^2$ $d =$

$t(1^4 + 15) = \frac{16}{3} = 5 + \frac{1}{3}$ $3t(1^4 + 15) = 16$ $45 = d - t^4$