

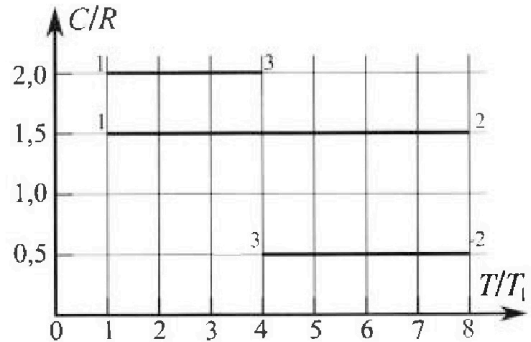
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



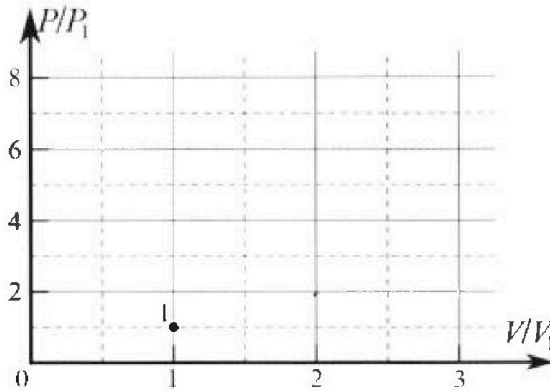
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1 = 200$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



1) Найдите работу  $A_{31}$  внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $a$  (см. рис.). Сила натяжения каждой нити  $T$ .

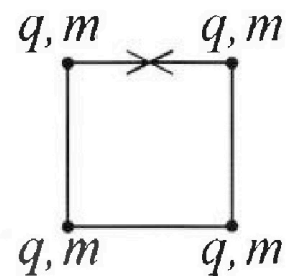
1) Найдите абсолютную величину  $|q|$  заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию  $K$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.





# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета  $L = 20$  м.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью  $V_0$  к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна  $H = 3,6$  м.

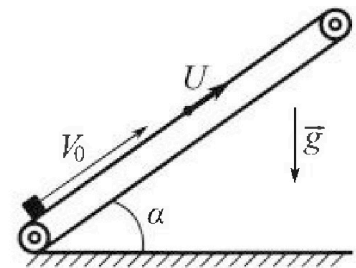
2) На каком расстоянии  $S$  от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 6$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = 0,5$ .

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь  $S$  пройдет коробка в первом опыте к моменту времени  $T = 1$  с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 1$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 6$  м/с (см. рис.).

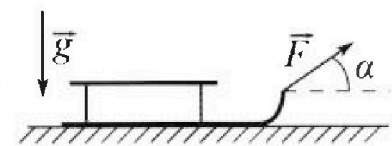
2) Через какое время  $T_1$  после старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 1$  м/с?

3) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии  $K$  на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии  $K$  действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение  $S$  санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения  $g$ . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

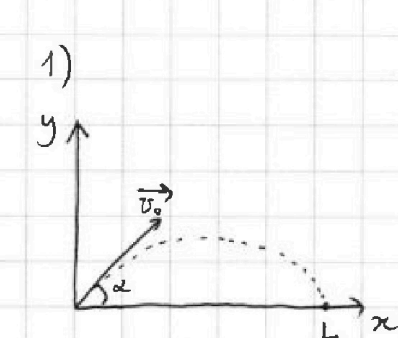
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №1.

↑ t - время полета

$$y: t = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$x: L = v_0 \cos \alpha t$$

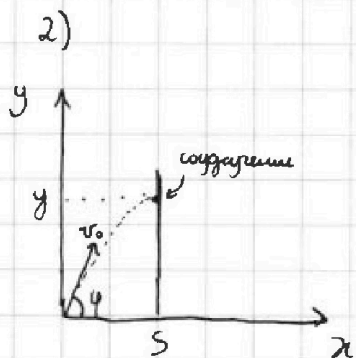
$$L = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}} \quad \alpha = 45^\circ \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 90^\circ = 1.$$

Искомую:

$$v_0 = \sqrt{Lg} \quad v_0 = \sqrt{20 \cdot 10} = \sqrt{200} \text{ м/с}$$

Ответ:  $v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{200} \text{ м/с}$



↑ φ - текущий угол направления вектора

скорости к горизонту

↑ τ - время полета до соударения

$$x: S = v_0 \cos \varphi \tau$$

$$y: y = v_0 \sin \varphi \tau - \frac{g}{2} \tau^2$$

$$y = v_0 \sin \varphi \cdot \frac{S}{v_0 \cos \varphi} - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \varphi}$$

$$y = S \operatorname{tg} \varphi - \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\operatorname{tg}^2 \varphi + 1) (*)$$

$$y = -\frac{g S^2}{2 v_0^2} \operatorname{tg}^2 \varphi + S \operatorname{tg} \varphi - \frac{g S^2}{2 v_0^2}$$

Искать минимальное такое  $\varphi = \varphi_0$ , при котором при фиксированном S значение  $y(\varphi)$  - максимум, т.е.  $y(\varphi_0) = H$ .

$$y' = \left(-\frac{g S^2}{2 v_0^2} \operatorname{tg}^2 \varphi\right)' - \left(\frac{g S^2}{2 v_0^2}\right)' + (S \operatorname{tg} \varphi)' = -\frac{g S^2}{2 v_0^2} \cdot 2 \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi} + S \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi}$$

$$y' = \frac{S}{\cos^2 \varphi} \left(1 - \frac{g S}{v_0^2} \operatorname{tg} \varphi\right)$$

$$y'(\varphi_0) = 0$$

$$\frac{S}{\cos^2 \varphi_0} \left(1 - \frac{g S}{v_0^2} \operatorname{tg} \varphi_0\right) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{g S}{v_0^2} \operatorname{tg} \varphi_0 = 0 \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{v_0^2}{g S}$$

Искомая  $v_0 = \sqrt{Lg} : \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{Lg}{g S} = \frac{L}{S}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$H$  — максимальная в ширину-е длина маятника (\*)  
значение  ~~$H$~~  и  $y = H$ , получим:

$$H = S \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\operatorname{tg}^2 \varphi_0 + 1)$$

$$H = S \cdot \frac{L}{S} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \left( \frac{L^2}{S^2} + 1 \right)$$

$$H = L - \frac{g L^2}{2 v_0^2} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} = L - \frac{g}{2 v_0^2} (L^2 + S^2) \Rightarrow S = \sqrt{\frac{2 v_0^2}{g} (L - H) - L^2}$$

Максимальная  $v_0 = \sqrt{Lg}$ :

$$S = \sqrt{\frac{2 L g}{g} (L - H) - L^2} = \sqrt{2 L (L - H) - L^2} = \sqrt{L^2 - 2 L H} = \sqrt{L^2 \left( 1 - 2 \frac{H}{L} \right)} = L \sqrt{1 - 2 \frac{H}{L}}$$

$$S = 20 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{3,6}{20}} = \sqrt{1 - 0,36} \cdot 20 = \sqrt{0,64} \cdot 20 = 0,8 \cdot 20 = 16 \text{ м}$$

Ответ:  $S = L \sqrt{1 - 2 \frac{H}{L}} = 16 \text{ м}$

Ответ:  $v_0 = \sqrt{200} \text{ м/с}$ ;  $S = 16 \text{ м/с}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

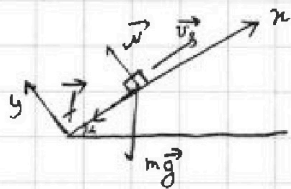
$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8$$

$m$  - масса коробки,

$f$  - сила трения,

$N$  - сила нормальной реакции опоры

1)



Запишем силы:

Запишем уравнение движения:

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$$f = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$x: ma_x = -mg \sin \alpha - f$$

$$ma_x = -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a_x = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

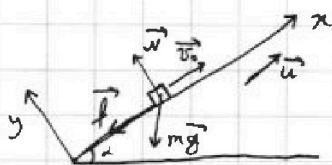
$$x: S_x = v_{0x} T + \frac{a_x T^2}{2} \Rightarrow S = v_0 T - \frac{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{2} T^2$$

$$S_x =$$

$$S = 6 \cdot 1 - \frac{10}{2} (0,6 + 0,5 \cdot 0,8) = 1 \text{ м}$$

Ответ:  $S = 1 \text{ м}$

2) Запишем теорему об изменении импульса в направлении  $x$ :



$$\Delta p_x = F_x \cdot T_1$$

$$m(u - v_0) = -(f + mg \sin \alpha) T_1$$

$$m(u - v_0) = -mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) T_1$$

$$m(v_0 - u) = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) T_1$$

$$T_1 = \frac{v_0 - u}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$T_1 = \frac{6 - 1}{10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = 0,5 \text{ с}$$

Ответ:  $T_1 = 0,5 \text{ с}$

3) Теперь найдем расстояние  $L_1$ , которое пролетела коробка за время  $T_1$ .

Запишем теорему об изменении кинетической энергии в направлении  $x$ :

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta K_{x1} = A_{x1}$$

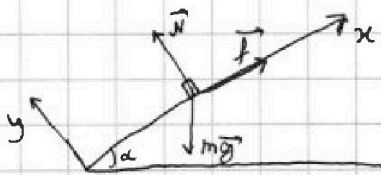
$$\frac{m u^2}{2} - \frac{m v_0^2}{2} = -(f + mg \sin \alpha) L_1$$

$$\frac{m v_0^2}{2} - \frac{m u^2}{2} = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) L_1$$

$$\frac{m}{2} (v_0^2 - u^2) = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) L_1$$

$$L_1 = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

Далее скорость коробки становится меньше, чем скорости ленты,  
и сила трения, действующая на коробку, меняет направление  
на противоположное. Найдем расстояние  $L_2$ , которое проехала  
коробка после этого момента до остановки. В нашем случае  
 $\mu < \tan \alpha$ , поэтому лента коробку не удержит, она остановится  
и начнет скользить вниз.



Опять запишем условие изменения кинетической энергии & проецируем на ось x:

$$\Delta K_{x2} = A_{x2}$$

$$-\frac{m u^2}{2} = (f - mg \sin \alpha) L_2$$

$$\frac{m u^2}{2} = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) L_2$$

$$L_2 = \frac{u^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

$$L = L_1 + L_2$$

$$L = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} + \frac{u^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

$$L = \frac{6^2 - 1^2}{2 \cdot 10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} + \frac{1^2}{2 \cdot 10(0,6 - 0,5 \cdot 0,8)} = \frac{35}{20} + \frac{1}{20 \cdot 0,2} = \frac{7}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ м}$$

Ответ:  $L = 2 \text{ м}$

Ответ:  $S = 1 \text{ м}$ ;  $T_1 = 0,5 \text{ с}$ ;  $L = 2 \text{ м}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

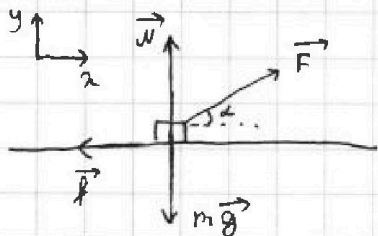
1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №3

1)



Все нам обычно:

$\vec{N}$  и  $\vec{N}'$  - силы нормальной реакции опоры в первом и во втором случаях соответственно.

$\vec{f}$  и  $\vec{f}'$  - силы трения в первом и во втором случаях соответственно

$\vec{F}$  и  $\vec{F}'$  - силы тяги в первом и во втором случаях соответственно

$L$  - путь груза, одинаковый в обоих случаях

$m$  - масса шара

Затем для первого случая применим об изменении кинетической энергии в направлении на ось  $x$ :

$$\Delta K_x = A_x$$

$$K = (F \cos \alpha - f) L \quad (1)$$

Найдем  $f$ .

Затем уравнение движения:

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$$y: -mg + N + F \sin \alpha = 0$$

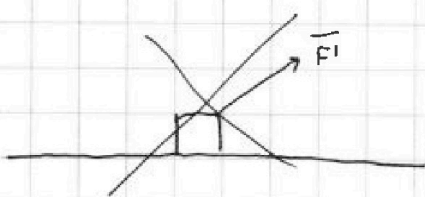
$$N = mg - F \sin \alpha$$

$$f = \mu N = \mu (mg - F \sin \alpha)$$

Подставим в (1):

$$K = (F \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha)) L$$

$$K = (F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg) L \quad (*)$$



Затем применим теорему об изменении кинетической энергии для второго случая:

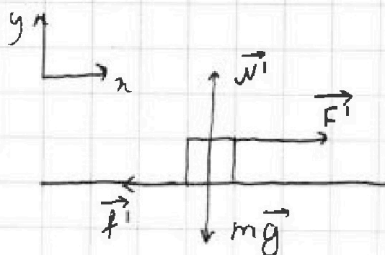
$$\Delta K'_x = A'_x$$

$$K = (F' - f') L \quad \text{т.к., по условию, } F' = F:$$

$$K = (F - f') L$$

Сила трения равна  $f' = \mu N' = \mu mg$

$$K = (F - \mu mg) L \quad (**)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Формулировку (\*) и (\*\*) и разделим обе части на  $L$ :

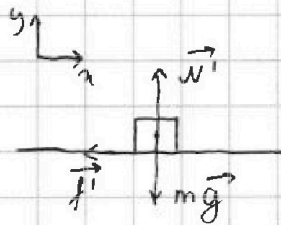
$$F(\cos\alpha + \mu \sin\alpha) - \mu mg = F - \mu mg$$

$$\cos\alpha + \mu \sin\alpha = 1$$

$$\mu \sin\alpha = 1 - \cos\alpha$$

$$\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$$

2)



Запишем теорему об изменении кинетической энергии в проекции на ось  $x$ :

$$\Delta K_x = A_x$$

$$-k = -fS$$

$$-k = -\mu mgS$$

$$k = \mu mgS$$

~~Запишем связь  $k$  из уравнения (\*\*):~~

$$(F - \mu mg)L$$

Запишем связь ~~значение~~  $\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$ :

$$k = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} mgS$$

$$S = \frac{k}{mg} \cdot \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}$$

$$\text{Ответ: } \mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}; S = \frac{k}{mg} \cdot \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача № 4.

1)  $C = \frac{Q}{\Delta T}$   $A_{31} = \Delta U_{31} - Q_{31}$  (по 1 закону термодинамики)

$$Q_{31} = C_{31} \nu \Delta T_{31}$$

$$\Delta U_{31} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{31}$$

$$A_{31} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{31} - C_{31} \nu \Delta T_{31} = \nu \Delta T_{31} \left( \frac{i}{2} R - C_{31} \right)$$

~~аналит~~

$$A_{31} = \nu \cdot (T_1 - 4T_1) \left( \frac{i}{2} R - 2R \right)$$

$$A_{31} = -3 \nu R T_1 \left( \frac{i}{2} - 2 \right)$$

$$A_{31} = -3 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 \cdot \left( \frac{3}{2} - 2 \right) = 2493 \text{ Дж}$$

2)  $Q_{31} = C_{31} \nu \Delta T_{31}$   
 $Q_{31} = 2 \cdot 1 \cdot (-3T_1) = -6 \cdot 200 = -1200 \text{ Дж}$

$$Q_{12} = C_{12} \nu \Delta T_{12}$$

$$Q_{12} = 1,5 \cdot 1 \cdot 7T_1 = 10,5 \cdot 200 = 2100 \text{ Дж}$$

$$Q_{23} = C_{23} \nu \Delta T_{23}$$

$$Q_{31} = C_{31} \nu \Delta T_{31}$$

$$Q_{31} = 2R \cdot \nu \cdot (-3T_1) = -6 \nu R T_1$$

$$Q_{31} = -6 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 = -9972 \text{ Дж}$$

$$Q_{12} = C_{12} \nu \Delta T_{12}$$

$$Q_{12} = 1,5R \cdot \nu \cdot 7T_1 = 10,5 \nu R T_1$$

$$Q_{12} = 10,5 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 = 17451 \text{ Дж}$$

$$Q_{23} = C_{23} \nu \Delta T_{23}$$

$$Q_{23} = 0,5R \cdot \nu \cdot (-4T_1) = -2 \nu R T_1$$

$$Q_{23} = -2 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 = -3324 \text{ Дж}$$

КПД цикла можно вычислить по формуле:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \text{ где } Q_1 - \text{полученное тепло, а } Q_2 - \text{отданное тепло.}$$

$$Q_1 = Q_{12} = 17451 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = |Q_{23} + Q_{31}| = 3324 + 9972 = 13296 \text{ Дж}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\eta = 1 - \frac{13296}{17451} \approx 1 - 0,75 = 0,25 = 25\%$$

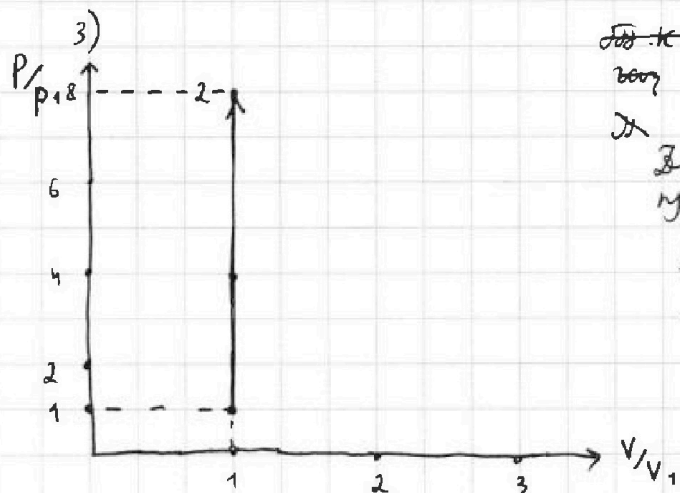


рис.

~~И.к. для~~ ~~процесса~~

И

Для некоторого изохорного процесса:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$

$$A = 0$$

$$Q = \Delta U + A$$

$$Q = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$

$$C = \frac{Q}{\nu \Delta T} = \frac{i}{2} R$$

Для одноатомного газа:  $i = 3$  и

$$C = 1,5R.$$

И.е., если в некотором процессе для идеального ~~и~~ одноатомного газа  $C = 1,5R$ , то этот процесс - изохорный.

Значит процесс  $1 \rightarrow 2$  изохорный:  $V_2 = V_1$

Для изохорного процесса:  $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} = 8P_1$

И.к.  $T_3 = 4T_1$ ,  $P_3 V_3 = 4P_1 V_1$  (упр-е 1)

~~И.е. тогда 3 находится где-то на изохоре~~  $T_3 = \frac{P_3 V_3}{\nu R} = \frac{4P_1 V_1}{\nu R \cdot 4T_1} = \frac{P_1 V_1}{\nu R}$

С другой

И.е. тогда 3 находится где-то на изохоре  $T_3 = \frac{P_3 V_3}{\nu R} = \frac{4P_1 V_1}{\nu R}$

Ответ:  $A_{31} = 2493 \text{ Дж}$ ;  $\eta \approx 30\% = 25\%$ .

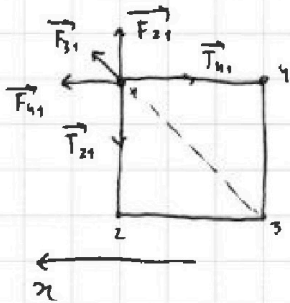
1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



### Задача №5.

1)



рассобьем силы, действующие на шарик 1.

$$F_{21} = F_{41} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \quad T_{41} = T_{21} = T$$

$$F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$

Затем для него уравнение полей:

$$\vec{F}_{41} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{21} + \vec{T}_{21} + \vec{T}_{41} = \vec{0}$$

$$\chi: F_{41} + F_{31} \cos 45^\circ = T_{41}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} = T$$

$$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = T$$

$$q = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 a^2 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}} = 2a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}}$$

2)

Войтичислится энергия взаимодействия шариков 1 и 4

увеличится с  $\Pi_0$  до  $\Pi_1$

$$\Pi_0 = F_{41} \cdot a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \cdot a = \frac{q^2}{4\pi a \epsilon_0}$$

$$\Pi_1 = F_{41}' \cdot 3a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(3a)^2} \cdot 3a = \frac{q^2}{12\pi a \epsilon_0}$$

Затем запишем закон сохранения

мех.к. внешние силы, действующие на систему, шарик 1 - шарик 4,

направлены  $\perp$  их вектору движения в любой момент времени, поэтому закон сохранения энергии:

$$\Delta E = -\Delta \Pi$$

$$K_{\text{сум}} = \Pi_0 - \Pi_1 = \frac{q^2}{4\pi a \epsilon_0} - \frac{q^2}{12\pi a \epsilon_0} = \frac{q^2}{6\pi a \epsilon_0} = \frac{4\pi\epsilon_0 a^2 T}{6\pi a \epsilon_0 \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)} = \frac{4}{6} \frac{a T}{\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)} = \frac{2aT}{3\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}$$

Полога кинетическая энергия каждого из этих шариков:

$$K = \frac{K_{\text{сум}}}{2} = \frac{aT}{3\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}$$

$$\text{Ответ: } q = 2a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}}; \quad K = \frac{aT}{3\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 534 \\ \times 27451 \\ \hline 534 \\ 1068 \\ 1068 \\ 1068 \\ \hline 139608 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 17451 \\ \hline 17451 \\ 34902 \\ 52353 \\ \hline 1308825 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 534 \\ \times 27451 \\ \hline 534 \\ 1068 \\ 1068 \\ 1068 \\ \hline 139608 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~$p_1 V_1$~~

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

$$C = 2R$$

$$A = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$$

$$1) p_3 V_3 = \gamma p_1 V_1 \Rightarrow p_3 = \gamma \frac{p_1 V_1}{V_3}$$

$$p_3 = \frac{\gamma p_1 V_1}{V_3}$$

$$2) Q_{31} = C_{31} \nu \Delta T_{31} - p_3 V_3 - p_1 V_1 = \Delta U_{31}$$

$$p_1 V_1 - p_3 V_3 = \Delta U_{31}$$

$$p_1 V_1 - p_3 V_3 = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{31}$$

$$\frac{Q}{\nu \Delta T} = 2R$$

$$p_1 V_1 - p_3 V_3 = 3 p_1 V_1$$

$$1 \rightarrow 3: \frac{p}{V} = \text{const}$$

$$p V = \nu R T$$

$$\nu V^2 = \nu R T \Rightarrow V \sim \sqrt{T}$$

$$T \sim V^2$$

$$Q = 2R \nu \Delta T$$

$$p_3 V_3 = \nu R T_3$$

$$\frac{1}{2} \nu R \Delta T =$$

$$4 p_1 V_1 - p_3 V_3 = \nu R T_3$$

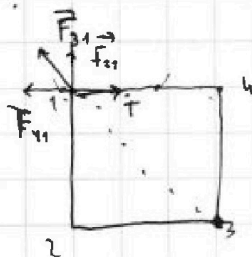
$$Q = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

$$A = \frac{1}{2} (\Delta V^2) = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$$

C

$$\Delta U = \Delta C V = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

5.



$$F_{21} = F_{11} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$

$$F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$

$$T = F_{11} + F_{31} \cos 45^\circ$$

$$T = F_{11} + F_{31} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$$

~~$\Delta U = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$~~

~~$\Delta U = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$~~

$$\Delta U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 r_{3a}}{(3a)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \cdot a}{a^2} = \frac{1}{9\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{3a} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

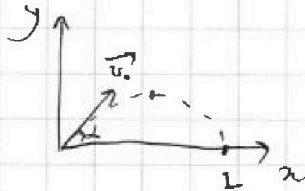
1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1)



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$y: t = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

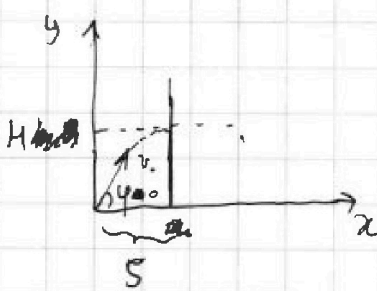
$$x: L = v_0 \cos \alpha t =$$

$$L = v_0 \cos \alpha \cdot 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{20 \cdot 10}{1}} = \sqrt{200} \text{ м/с}$$

2)



$$y: y = v_0 \sin \phi t - \frac{gt^2}{2}$$

$$x: x = v_0 \cos \phi t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \phi}$$

$$\Rightarrow y = v_0 \sin \phi \cdot \frac{x}{v_0 \cos \phi} - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \phi} \Rightarrow$$

$$y = x \tan \phi - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \phi}$$

$$x \tan \phi = H$$

$$y = x \tan \phi - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \phi}, v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}}$$

$$y = x \tan \phi - \frac{g x^2}{2 \cdot \frac{Lg}{\sin^2 2\alpha} \cos^2 \phi}, \sin 2\alpha = 1$$

$$y = x \tan \phi - \frac{g x^2}{2L \cos^2 \phi}$$

$$y' = (x \tan \phi)' - \left( \frac{x^2}{2L \cos^2 \phi} \right)' = x \cdot \frac{1}{\cos^2 \phi} - \frac{x^2}{2L} \left( \frac{1}{\cos^2 \phi} \right)' =$$

$$= \frac{x}{\cos^2 \phi} - \frac{x^2}{2L} \cdot \frac{(1) \cos^2 \phi - 1(\cos^2 \phi)'}{\cos^4 \phi} =$$

$$= \frac{x}{\cos^2 \phi} - \frac{x^2}{2L} \cdot \frac{2 \cos \phi \cdot (-\sin \phi)}{\cos^4 \phi} = \frac{x}{\cos^2 \phi} \left( 1 + \frac{x}{L} \tan \phi \right)$$

$$y' = 0 \Rightarrow 1 + \frac{x}{L} \tan \phi = 0 \Rightarrow \frac{x}{L} \tan \phi = -1$$

$$\tan \phi = -\frac{L}{x}$$

$$y' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{g s \tan \phi}{2 v_0^2} = 0 \Rightarrow \tan \phi_0 = \frac{v_0^2}{g s} = \frac{Lg}{g s} = \frac{L}{s}$$

$$t = \frac{s}{v_0 \cos \phi}$$

$$y = v_0 \sin \phi t - \frac{gt^2}{2}$$

$$y = v_0 \sin \phi \frac{s}{v_0 \cos \phi} - \frac{g}{2} \frac{s^2}{v_0^2 \cos^2 \phi}$$

$$y = s \tan \phi - \frac{gs^2}{2 v_0^2 \cos^2 \phi}$$

$$y = s \tan \phi - \frac{gs^2}{2 v_0^2} \cdot (\tan^2 \phi + 1)$$

$$y = s \tan \phi - \frac{gs^2}{2 v_0^2}$$

$$y = -\frac{gs^2}{2 v_0^2} \tan^2 \phi - \frac{gs^2}{2 v_0^2} + s \tan \phi$$

$$y' = \left( -\frac{gs^2}{2 v_0^2} \tan^2 \phi \right)' - \left( \frac{gs^2}{2 v_0^2} \right)' + (s \tan \phi)'$$

$$y' = -\frac{gs^2}{2 v_0^2} (\tan^2 \phi)' - 0 + s (\tan \phi)'$$

$$y' = -\frac{gs^2}{2 v_0^2} \cdot 2 \tan \phi \cdot \frac{1}{\cos^2 \phi} + s \cdot \frac{1}{\cos^2 \phi}$$

$$y' = \frac{s}{\cos^2 \phi} \left( 1 - \frac{gs}{v_0^2} \tan \phi \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{L}{S}$$

$$\rho_3 V_3 = 4 \rho \rightarrow V_3$$

$$M = S \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{\rho S^2}{2v_0^2} (\operatorname{tg}^2 \varphi + 1)$$

$$M = S \frac{L}{S} - \frac{\rho S^2}{2v_0^2} \left( \frac{L^2}{S^2} + 1 \right) = L - \frac{\rho L^2}{2v_0^2} = \frac{\rho S^2}{2v_0^2} = L - \frac{\rho}{2v_0^2} (L^2 + S^2)$$

$$\frac{\rho}{2v_0^2} (L^2 + S^2) = L - M$$

$$L^2 + S^2 = \frac{2v_0^2}{\rho} (L - M)$$

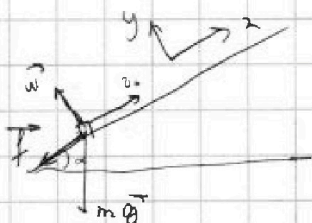
$$S^2 = \frac{2v_0^2}{\rho} (L - M) - L^2$$

$$S = \sqrt{\frac{2v_0^2}{\rho} (L - M) - L^2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{\rho} (L - M) - L^2} = \sqrt{2L(L - M) - L^2} =$$

$$= \sqrt{2L^2 - 2LM - L^2} = \sqrt{L^2 - 2LM} = \sqrt{L^2 \left( 1 - 2 \frac{M}{L} \right)} = L \sqrt{1 - 2 \frac{M}{L}}$$

$$S = 20 \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{3,6}{20}} = 20 \sqrt{1 - \frac{3,6}{10}} = 20 \sqrt{1 - 0,36} = 20 \sqrt{0,64} = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ м.}$$

2. 1)



$$\vec{v} + m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}$$

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$$F = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$= \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$$

$$x: ma_x = -mg \sin \alpha - F$$

$$ma_x = -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a_x = -g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

$$a_x = -g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$S_x = v_0 T$$

$$S_x = v_0 T + \frac{a_x T^2}{2}$$

$$-(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) S = -v_0 T$$

$$S_x = v_0 T - \frac{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{2} T^2$$

$$S = 6 \cdot 1 - \frac{10}{2} (0,6 + 0,5 \cdot 0,8) \cdot 1^2 =$$

$$= 6 - 5(0,6 + 0,4) = 1 \text{ м.}$$

$$\begin{array}{r} 533 \\ 17451 \\ \hline 122152 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13296017451 \\ 1221520,70 \\ \hline 101050 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2)  $\Delta p_x = R_x T_1$

$m(v_0 - u) =$

$m(u - v_0) = -(f + mg \sin \alpha) T_1$

$m(u - v_0) = -(\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha) T_1$

$m(v_0 - u) = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) T_1$

$T_1 = \frac{v_0 - u}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$

$T_1 = \frac{6 - 1}{10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = \frac{5}{10(0,6 + 0,4)} = 0,5 \text{ c}$

изобразил:

$Q = \frac{1}{2} v R \Delta t$

$C = \frac{1}{2} R = \frac{5}{2} R$

изобразил:

$Q = \dots$

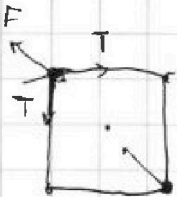
$Q = \dots$

изобразил:

$Q = \frac{1}{2} v R \Delta t$

$= \frac{1}{2} R = \frac{3}{2} R$

1 → 2 - изобразил



$T = F\sqrt{2}$

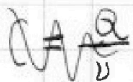
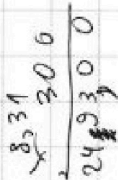
3)

$-(f + mg \sin \alpha) L = -\frac{m v_0^2}{2}$

$F = \frac{m v_0^2}{2} = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) L$

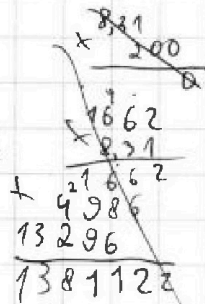
$L = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$

$L = \frac{6^2}{2 \cdot 10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = \frac{36}{20 \cdot 1} = 1,8 \text{ м}$



i = 3

( =



$Q_{31} = C_{31} v \Delta T_{31}$

$\Delta U_{31} = \frac{1}{2} v R \Delta T_{31}$

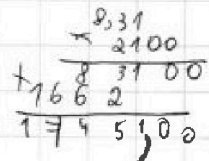
$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} \Rightarrow A_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31}$

$A_{31} = \Delta U_{31} - Q_{31}$

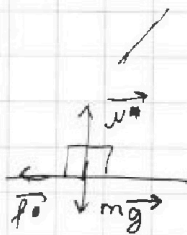
$A_{31} = \Delta U_{31} - Q_{31}$

$A_{31} = \frac{1}{2} v R \Delta T_{31} - C_{31} v \Delta T_{31}$

10 2100



3)

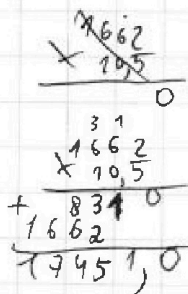


$A_{31} = -3 \cdot 1,8 \cdot 31 \cdot 200 \cdot \left(\frac{1}{2} - 2\right)$

$A_{31} = 3 \cdot 1,8 \cdot 31 \cdot 200 \cdot \frac{1}{2} =$

$= 300 \cdot 8,31 = 2493 \text{ Дж}$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$



$A_{31} = v \Delta T_{31} \left(\frac{1}{2} R - C_{31}\right)$

$A_{31} = v \Delta T_{31} \left(\frac{1}{2} R - C_{31}\right)$

$A_{31} = v \Delta T_{31} \left(\frac{1}{2} R - C_{31}\right)$

$A_{31} = -3 \cdot 1,8 \cdot 200 \left(\frac{1}{2} - 2\right) = 2493$

$A_{31} = v \Delta T_{31} \left(\frac{1}{2} R - 2R\right)$

$A_{31} = -v \Delta T_{31} \cdot 3R$



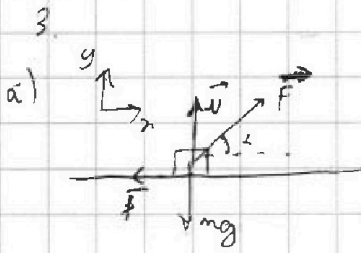
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$x: \Delta K_x = A_x$

$K = (F \cos \alpha - f) L$

$K = (F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)) L$

$K = (F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg) L (*)$

$y: N = mg - F \sin \alpha$

$f = \mu N = \mu(mg - F \sin \alpha)$

$x: \dots$

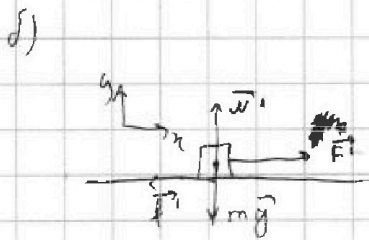
$m a_x = F \cos \alpha - f$

$m a_x = F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)$

$m a_x = F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg$

$831 \cdot 1200 = 931.17$

$831 \cdot 12$   
 $\frac{9972}{831} = 12$



$y: N' = mg$

$f' = \mu N' = \mu mg$

$x: \Delta K_{x'} = A_{x'}$

$(F' - f')$

$K = (F' - f') L$ , т.к.  $F' = F$ :

$K = (F - \mu mg) L (**)$

интеграл:

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

$\alpha_{31} = \cos^{-1} \frac{1}{3} < 0$

$\alpha_{23} = \cos^{-1} \frac{1}{2} > \frac{\pi}{3} < 0$

$\ln(*)$  и  $(**)$

$F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg = F - \mu mg$

$F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = F$

$\cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1$

$\cos \alpha - \mu \sin \alpha = 0 \Rightarrow \mu = \cot \alpha$

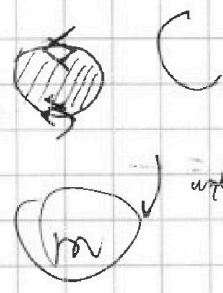
$\mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$

$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

$\frac{9972}{3324} = 29.972$   
 $\frac{13296}{3324} = 39.997$

$\frac{831}{105} = 7.914$   
 $\frac{4155}{831} = 5$   
 $\frac{831}{831} = 1$   
 $\frac{7255}{831} = 8.7255$

$\frac{831}{4} = 207.75$   
 $\frac{3324}{4} = 831$



упрощение



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

