



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2}$   $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \geq 0$   $a, b, c, a_1, b_1, c_1 \in \mathbb{N}$   
 $b = 2^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2}$   
 $c = 2^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2}$   
 тогда  $ab = 2^{\alpha_1 + \beta_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \beta_2}$ ;  $2^{\alpha_1 + \beta_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \beta_2} = 2^{14} \cdot 7^{10} \Rightarrow a_1 + b_1 \geq 14$

$bc = 2^{\beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\beta_2 + \gamma_2}$ ;  $2^{\beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\beta_2 + \gamma_2} = 2^{17} \cdot 7^{11} \Rightarrow b_1 + c_1 \geq 17$   
 $b_1 + c_1 \geq 17$

$ac = 2^{\alpha_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \gamma_2}$ ;  $2^{\alpha_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \gamma_2} = 2^{20} \cdot 7^{12} \Rightarrow a_1 + c_1 \geq 20$   
 $a_1 + c_1 \geq 20$

Возможны следующие варианты из системы неравенств, вытекающие из неравенств  $a_1, b_1, c_1$ :

$(a_1 + b_1) + (a_1 + c_1) + (b_1 + c_1) \geq 14 + 17 + 20$

$2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 51$

$a_1 + b_1 + c_1 \geq 25,5$  так  $a_1, b_1, c_1$  — натуральные,  $a_1 + b_1 + c_1 \geq 26$

$(a_1 + b_1) + (b_1 + c_1) + (a_1 + c_1) \geq 10 + 17 + 17 = 44$

$a_2 + b_2 + c_2 \geq 32$

Значит, что так  $a_2 + c_2 \geq 37$ , то  $37 + b_2 \geq 32$ , откуда  $b_2 \geq -5$ .

минимум суммы  
показателей

То есть  $b_2$

$abc = 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2}$  где, то  $abc$  минимально при минимальных  $a_1 + b_1 + c_1$   
 $a_1 + b_1 + c_1$

$a_2 + b_2 + c_2 \geq 32$  при  $b_2 = -5$ , такое число не существует, поэтому минимальное  $a_1 + b_1 + c_1$  будет 37, так  $b_2 = 0$  и  $a_2 + c_2 \geq 37$ . В такой же, если показывать

будет  $b_1$  увеличивается, то  $b_1 + b_1 + c_1$  тоже увеличивается. Таким образом

$a_1 + b_1 + c_1 \geq 37$

поэтому  $abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$  или минимальное  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Проверим, может ли такое  $(a, b, c)$  быть натуральными. Для этого попробуем решить:

$a_1 = 8, b_1 = 6, c_1 = 12 \Rightarrow a = 2^8, b = 2^6, c = 2^{12}$

$a_2 = 17, b_2 = 0, c_2 = 20$

$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$

$bc = 2^{16} \cdot 7^{11}$

$ac = 2^{20} \cdot 7^{12}$

и  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Окончательно  $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

уменьшим левую часть на правую часть, получим квадратное уравнение (м.е.м.)

$$(2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1) = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$(2x^2 - 5x + 3) + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0$ , умножим

$$(2 - 7x) - (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) = 0$$

на левую часть левую часть уравнения разделим на правую часть

получим систему

$$\begin{cases} 2 - 7x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7} \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Rightarrow D = 25 - 24 = 1 \quad x_1 = \frac{5-1}{4} = 1 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$x_2 = \frac{5+1}{4} = 1,5 \Rightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [1,5; \infty)$$

таким образом, ОДЗ:  $x \in (-\infty; 1] \cup [1,5; \infty)$   
корень  $x = \frac{2}{7}$  в него входит.

$$(1) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \\ \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 2$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 28x + 4$$

к м.е. квадратический уравнение  
корень квадратический, уравнение (1)  
получим квадратное уравнение с помощью  
команды solve в системе компьютеров.

$$\begin{cases} 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \\ 1 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$8x^2 - 22x - 3 \geq 0$$

$$D = 121 + 24 = 145 \Rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{145}}{8}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \leq 1 \Rightarrow 2x^2 + 2x \leq 0$$

$$2x(x+1) \leq 0 \Rightarrow x \in [-1; 0]$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} \leq 1 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 \leq 0$$

$$D = 25 - 16 = 9 \quad x_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow x \in [\frac{1}{2}; 2]$$

решения системы будут

$$x_2 = \frac{5+3}{4} = 2$$

$$X = [-1; 0] \cap [\frac{1}{2}; 2] = \emptyset$$

таким образом, уравнение (1) не имеет корней

Таким образом, единственное решение -  $x = \frac{2}{7}$

Ответ:  $x = \frac{2}{7}$

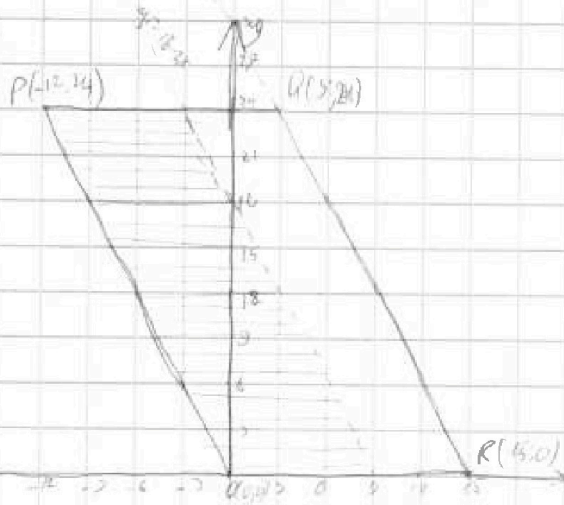
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 + y_1 = 12$$

$$y_2 = (12 + y_1 + 2x_1) - 2x_2$$

$y_1(x_1)$  представим в виде прямой вида  $y = kx + b$ , где  $k = -2$ ,  $b = 12 + 2x_1 + y_1$

Заметим, что на прямой  $y_1(x_1)$

лежит ~~то~~ ровно 13 точек, причём

$$b = 12 + 2x_1 + y_1$$

$x \in [0, 30]$  (точка, удовлетворяющая пара-

матричным ограничениям целевых координат), и в этом случае неравенство  $0 \leq b \leq 50$  (т.к. в противном случае точка нарушила бы не менее двух связей).

$$\begin{cases} 12 + 2x_1 + y_1 \leq 50 \\ 12 + 2x_1 + y_1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 \leq 38 - 2x_1 \\ y_1 \geq -12 - 2x_1 \end{cases}$$

множество точек реше  $(x_1, y_1)$ , принадлежащих параллелограмму

отвечает на рисунке контурной линией.

Поскольку нас интересует ~~то~~ только с целевыми координатами, можно представить это множество как  $\mathbb{N}$  точек  $y_1 = n - 2x_1$ , каждая из которых содержит по 13 точек реше  $(x_1, y_1)$  параллелограмма, причём  $n \in [0, 13] \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$  и  $|\mathbb{N}| = 13$

подставим  $y_2(x_1, n)$  в  $y_2$ :

$$y_2 = (12 + n - 2x_1 + 2x_1) - 2x_2 = 12 + n - 2x_2$$

Получим множество точек реше  $x_2$  свободной координатной  $(n+12)$  на  $n$  равен  $(n+12)$  точек реше  $y_2(x_1, n)$ , причём координаты точек реше  $y_2$  удовлетворяют  $0 \leq y_2 \leq 50$  и имеют общий множитель 2. В каждой из  $n$  точек реше  $y_2$  содержится ровно 13 точек реше  $(x_1, y_2)$  параллелограмма, причём  $n \in [0, 13] \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$  и  $|\mathbb{N}| = 13$

Поскольку  $n \in \mathbb{N}$  и  $|\mathbb{N}| = 13$ , то всего точек реше  $y_2$  будет  $13 \cdot 13 = 169$

Ответ: 13 · 13 = 169

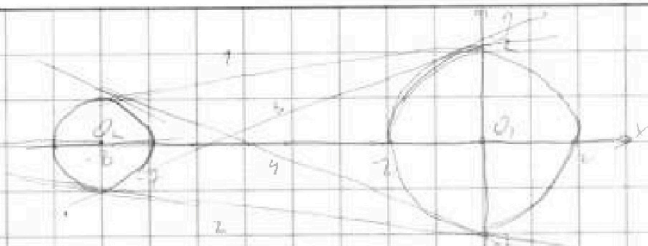
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

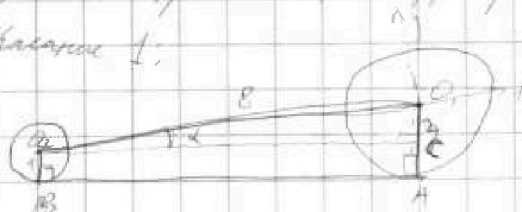


$$((x+y)^2 - y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

представим собой два круга  
 $(x+y)^2 + y^2 \leq 1$  (центр  $O_1(-0.5, 0)$  и  $R=1$ )  
 и  $x^2 + y^2 \leq 4$  (центр  $O_2(0,0)$  и  $R=2$ )

Поскольку заданы два семейства, пересекаясь (линии уровня) данных  
касательных, будем определять, какие из касательных касаются обеих  
представленных на рисунке, считая наглядно, что касательная  
касается  $O_1$  и  $O_2$  (или  $O_1$  и  $O_2$ ), и наоборот, касательная касается только одного из них.

Касание 1:



Пусть  $O_1$  - центр более маленького,  
 $O_2$  - большего.  $AB$  касательная к обоим  
 по условию  $O_1O_2 = 2$ ,  $O_2B \perp AB = r = 1$   
 $O_1A \perp AB = R = 2$

Рассмотрим  $O_1C \parallel AB$   $AB, CO_2$  - параллельны,  $AC = O_1B = 1$

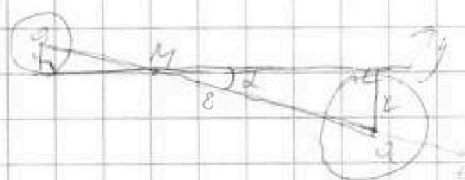
$$O_1C = AB - AC = 2 - 1 = 1 \quad \text{tg} \alpha = \sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{4-1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Значит, точка касания  $O_1, O_2$  и  $AB$  лежит на одной прямой  $AB \parallel O_1C$ ,  
 т.е.  $AB$  и  $O_1C$  есть одна и та же линия  $AB$  и касательная, поэтому  
 его можно считать касательной к обоим.

Для точки касания  $O_1$  и  $O_2$  касательная касается  $O_1$   
 $x$ , касательная касается  $O_2$  касательная касается  $O_1$  и  $O_2$ . Поэтому для  
 углов  $\text{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$  и  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$  касательная касается  $O_1$  и  $O_2$  касательная касается  $O_1$

Касание 2:



В точке касания  $x$  касательная касается  $O_1$  и  
 касательная.  $O_1O_2 = O_1M + O_2M =$   
 $= \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{2}{\sin \alpha} = 2$

$$\text{tg} \alpha = \frac{1}{2}, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{1}{2} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{5 \sin \alpha}{\sqrt{5}}$$

Аналогично производим рассуждения,  
 касательная касается  $O_1$  и  $O_2$  касательная касается  $O_1$   
 касательная касается  $O_1$  и  $O_2$  касательная касается  $O_1$

$$\text{tg} \alpha = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}, \quad \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

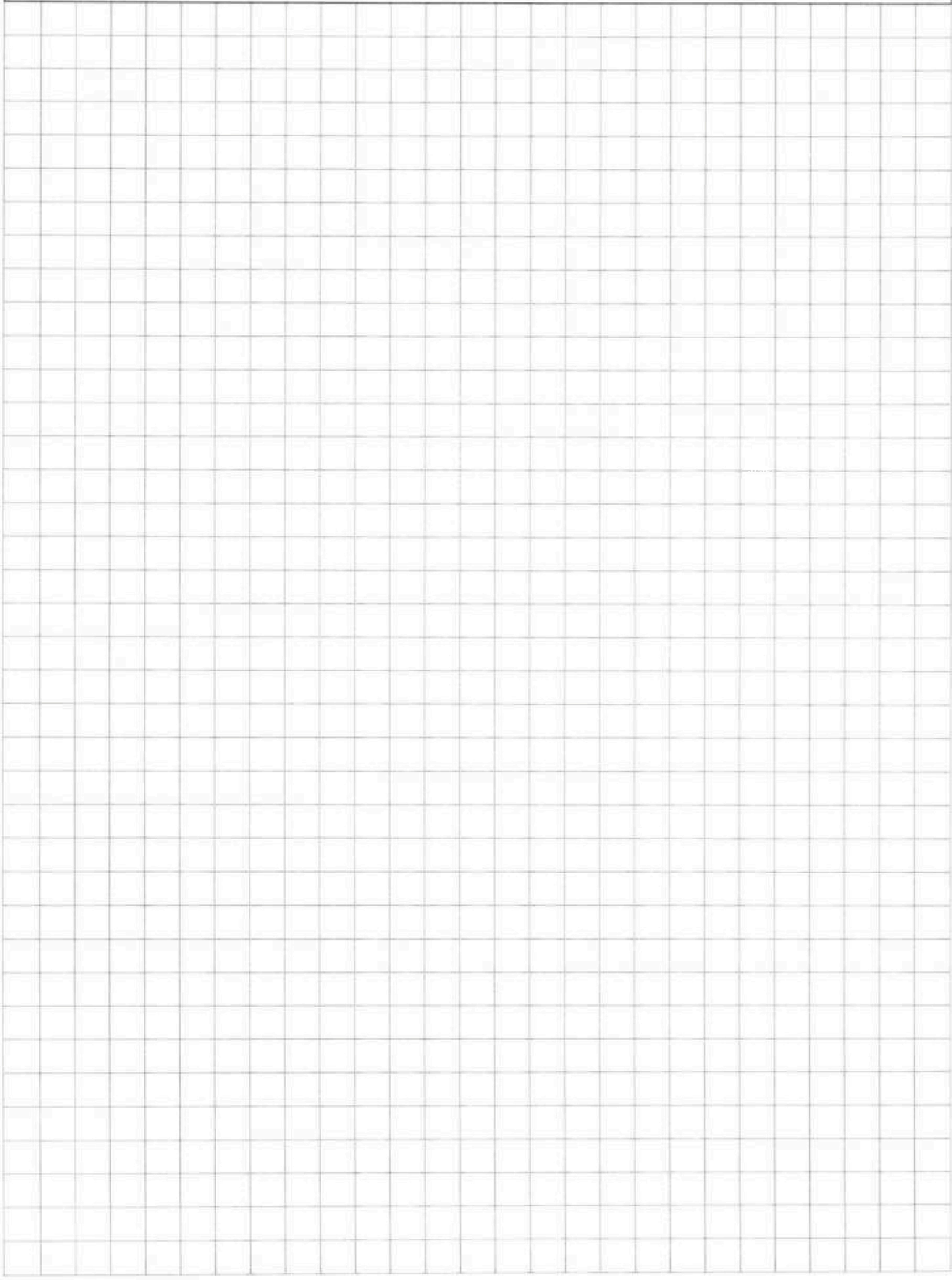


На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1     2     3     4     5     6     7



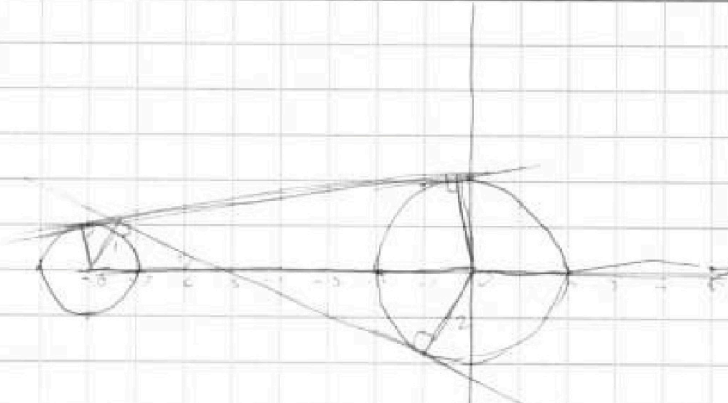
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax - y + 10b = 0$$

$$(x+b)^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + y^2 \leq 4$$



$$ax - y + 10b = 0$$

$$y = -ax + 10b$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{1}$$

$$y = kx + b$$

$$D = 4k^2b^2 - 4(b^2 - 4)(1 + k^2)$$

$$4k^2b^2 - 4(b^2 - 4)(1 + k^2) \geq 0$$

$$D = 4k^2b^2 - 4(b^2 - 4)(1 + k^2)$$

$$x^2 + 8x + 64 + k^2x^2 + 2kx + b^2 - 1 = 0$$

$$D = 4k^2b^2 - 4$$

$$D = 4k^2b^2 - 4$$

$$b(2kx + 8) + 4(1 + k^2)(b^2 + 63)$$

1+8b

$\sqrt{65}$

$\frac{1}{\sqrt{65}}$

$\frac{\sqrt{65}}{65}$

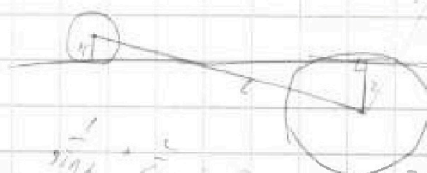
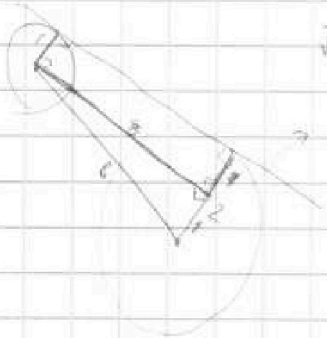
1+2

$1 + 62 + 2$

$3 - 12$

$64b^2 - 64b$

$A \cdot 2 \cdot 8^2$



$$\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{2}{\sin \alpha} = 8$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{8}$$

64

$$64 - 9 = 55$$

$$\sin \alpha = 8$$

$$\cos \alpha = \frac{55}{8}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{8} = \frac{3\sqrt{55}}{55}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - cab + b^2}$$

$$\frac{a+b}{(ab)^2 - cab}$$

$$a+b = n$$

$$n = kn$$

$$ab = n$$

$$ab = kn$$

$$\frac{ab}{ab} = k$$

$$\frac{a+b}{a^2 - cab + b^2}$$

$$\frac{n}{n^2 - 8n}$$

$$\frac{n}{n^2 - 8n}$$

$$\frac{ab}{ab} = k$$

$$a+b = \frac{8ab}{a^2 - cab + b^2}$$

$$\frac{8ab}{n^2 - 8n} = b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = cab + a^2 + b^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1

2

3

4

5

6

7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - b^2}$$

$$\frac{1+2}{1+9-6-12} = \frac{3}{-7}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a+b=2$   
 $G = 2^{a+1} 7^{b+1}$   
 $b = 2^{a+1} 7^b$   
 $c = 2^{a+1} 7^{b+1}$

1)  $a_1 + b_1 \geq 14$   
 $a_1 + b_1 \geq 10$   
 2)  $b_1 + c_1 \geq 17$   
 $b_1 + c_1 \geq 20$   
 $a_1 + c_1 \geq 23$

$a_1 b_1 c_1 = 2^{a_1+b_1+c_1} 7^{a_1+b_1+c_1}$

$4(a_1 + b_1 + c_1) \geq 10 + 17 + 23 = 50$

$a_1 + b_1 + c_1 \geq 13$

$2^{13} 7^{13}$

$A = a = 2, b = 1$

$b = 2^{a+1} 7^b$   
 $c = 2^{a+1} 7^{b+1}$

$a_1 = 8, b_1 = 6, c_1 = 12$

$c_1 \geq 14 - b_1$

$a_1 \geq 10 - b_1$

$a_1 + c_1 \geq 27 - 2b_1$

$a_1 + b_1 \geq 37$

$a_1 + c_1 \geq 27 - 2b_1$

$b_1 \geq 0$

$a_1 + b_1 \geq 37$

$a_2 + b_2 + c_2 = 32$

$a_1 + b_1 \geq 37$

$37 + b_2 \geq 32$

$15 + 12 + b_2 \geq 32$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 12x + 1} = 2 - 7x$

$+ 7x + 2 = (2 - 7x) \cdot Z$

$+ 7x - 2 = (2 - 7x) \cdot Z$

$(2 - 7x)(2 - 7x)Z = 0$

$2 - 7x = 0$  или  $1 - Z = 0$

$x = \frac{2}{7}$

$Z = 1$

$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$

$2x^2 - 25x + 24$

$x_1 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$x_2 = +1$

$x \in (-\infty, +1] \cup [3, +\infty)$

$[\frac{2}{7}, 2]$

$ax^2 + 2x + 1 \geq 0$

$D = 4 - 4a \leq 0$

$x_0 = \frac{-1}{a} = -0.5$

$\frac{3}{4} - \frac{2}{a} + 1 = 0$

$= \frac{1}{4} - 1 + 1 = \frac{1}{4}$

$2 - 7x = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 12x + 1}$

$6 - 10x = -1$

$\frac{1}{2} - \frac{2}{a} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{2}{a} = 6$

$\frac{1}{4} + 1 = \frac{25}{4}$

✓

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{4x^2 + 2x + 1} \geq 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2(2x^2 + 2x + 1)} = \sqrt{5} \geq 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1$$

$$2 - 7x = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1$$

$$4x^2 + 2x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$45x^2 - 22x + 3 = 0$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 45 \cdot 3 = 121 - 12 \cdot 3 < 0$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$4x(x+1) \geq 0$$

$$x \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$$

$$x \in [-1, 0]$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_1 = -y_2 = 12$$

$$2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1$$

$$y_2 = (12 + 2x_1 + y_1) - 2x_2$$

$$2x^2 - 5x + 2 \geq 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$x_1 = \frac{5 - 3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = 2$$

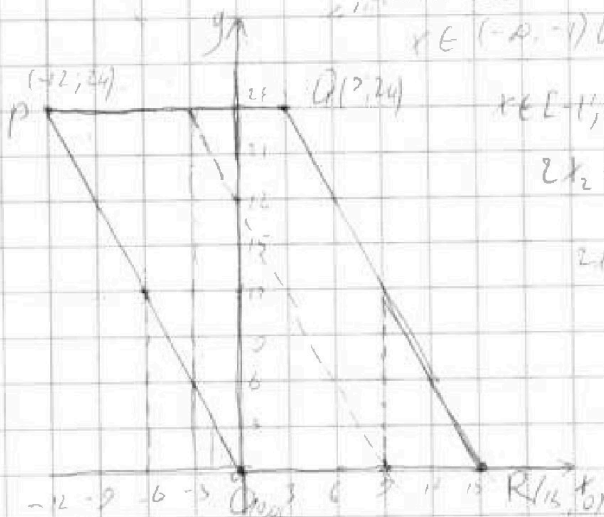
$$x \in (\frac{1}{2}, 2)$$

$$x \in (-\infty, \frac{1}{2}) \cup$$

$$x \in [2, \infty)$$

$$15 | 19$$

$$15 | 19$$



$$15 | 19$$

$$y \geq 12 + 2x + y_1 \leq$$

$$12 + 2x + y_1 \leq 30$$

$$2x + y_1 \leq 18$$

$$y_1 \leq 18 - 2x$$

$$x_1 \leq 9 - \frac{y_1}{2}$$

$$12 + 2x + y_1 \leq 0$$

$$y_1 \leq -12 - 2x$$

$$y_1 \geq 0 \Rightarrow x_1 \leq 6$$

$$x_1 \geq 6$$

$$6 \leq x_1 \leq 15$$

$$12 + 2x_1 + y_1 \leq 30$$

$$y_1 \leq 18 - 2x_1$$

$$-12 - 2x_1 \leq 24$$

$$x_1 \geq 6$$

$$y_1 = 18 - 2x_1$$

$$12 \in [0, 24]$$

$$\# 18 - 2x_1 = 12$$

$$0 \leq 12 + 2x_1 + y_1 \leq 30$$

$$y_1 \geq -12 - 2x_1$$

$$0 \leq -12 - 2x_1$$

$$x_1 \leq -6$$

$$y_1 \leq 18 - 2x_1$$

$$24 \leq 18 - 2x_1$$

$$x_1 \leq -3$$

$$24 \geq y_1 \geq -12 - 2x_1$$