



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Разложим числа на простые множители $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$a = 3^{a_3} \cdot 7^{a_7}; \quad b = 3^{b_3} \cdot 7^{b_7}; \quad c = 3^{c_3} \cdot 7^{c_7} \quad \left| \begin{array}{l} a_3, b_3, c_3 \geq 0 \\ a_7, b_7, c_7 \in \mathbb{N} \end{array} \right.$$

Тогда, если $ab = 3^{11} \cdot 7^{11}$, то $a_3 + b_3 \geq 11$, $a_7 + b_7 \geq 11$

$$bc = 3^{18} \cdot 7^{16}, \quad b_3 + c_3 \geq 18, \quad b_7 + c_7 \geq 16$$

$$ac = 3^{21} \cdot 7^{38}, \quad a_3 + c_3 \geq 21, \quad a_7 + c_7 \geq 38$$

Тогда $2(a^3 + b^3 + c^3) \geq 50$, т.е. $a^3 + b^3 + c^3 \geq 25$.

$$\text{И } 2(a^7 + b^7 + c^7) \geq 65$$

принимая попарные
суммы ≥ 25 , получим
все три

но, по условию

$$a + b + c = 33, \text{ но } a + c \geq 38, \text{ поэтому}$$

$$a + b + c \geq 39$$

То есть наибольшее $abc = 3^{25} \cdot 7^{39}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+x+3} + 1-4x - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

~~1-4x=0~~
 $2x^2-3x+4 \geq 0$
 $2x^2+x+3 \geq 0$

Пусть $a = 2x^2+x+3$ и $b = 1-4x$, тогда

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b \quad \sqrt{a+b} = 0$$

~~$(\sqrt{a+b} - \sqrt{a})^2 = b^2$~~
 ~~$2a+b = 2\sqrt{a}b + b^2$~~

$$(\sqrt{a+b})^2 = (b + \sqrt{a})^2 \quad a+b = b^2 + 2\sqrt{a}b + a$$

$$b(b + 2\sqrt{a} - 1) = 0$$

$$b = 0 \quad \text{или} \quad b + 2\sqrt{a} - 1 = 0$$

$$1-4x = 0$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$b - 1 = -2\sqrt{a}$$

$$1-4x-1 = -2\sqrt{2x^2+x+3}$$

$$(-4x) = (-2\sqrt{2x^2+x+3})$$

$$16x^2 = 4(2x^2+x+3)$$

~~$8x^2 - 4x - 12 = 0$~~

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = \frac{1+24}{1+24} = 25$$

$$x_1 = \frac{1-5}{4} = -1$$

не подходит

$$x_2 = \frac{6}{4} = 1,5$$

не подходит

~~$\sqrt{2x^2+x+3} + 1-4x \geq 0$~~

Ответ: $\frac{1}{4}$ или $0,25$.

$$\sqrt{2 \cdot 2,25 + 1,5 + 3} + 1 - 6 =$$

$$= \sqrt{9} - 5 = 3 - 5 = -2$$

не подходит

~~$x \geq 0$~~

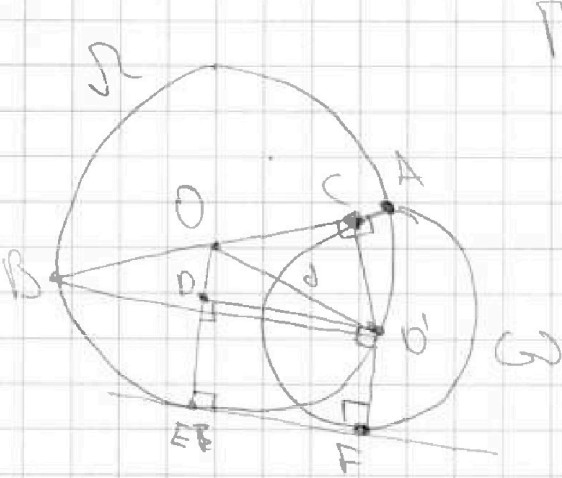
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

ЛМФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть расстояние между центрами окружностей = d .

$$O'B = b; O'A = a,$$

$$O'C = r - \text{радиус } G$$

$$OO' = d; OA = R = \text{радиус } D$$

$$AC = 1; BC = 16; R = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{1 \cdot 16}{2} = 8,5$$

на диаметре AB проведем 2 фигуры $\triangle ODO'$ и

Окруж. касаясь EF .

Разделим $\triangle ODO'$ на $\triangle ODE$ и $\triangle O'DF$, тогда $DE = DF = x$ - длина касат. = EF . (по формуле-ке)

$$OD = OE - O'F = R - r \quad \text{и} \quad OO' = d.$$

По ПТ из $\triangle ODO'$: $d^2 = (R-r)^2 + x^2$.

По ПТ из $\triangle O'CO$: $(O'C)^2 + (CO)^2 = d^2$, т.е. $r^2 + (R-1)^2 = d^2$

Подставим d^2 , получим $r^2 + R^2 - 2Rr + 1 = R^2 - 2Rr + x^2 + x^2$, тогда $x^2 = 2R(r-1) + 1$

$$r^2 + R^2 - 2Rr + 1 = R^2 - 2Rr + x^2 + x^2, \text{ тогда } x^2 = 2R(r-1) + 1$$

По ПТ из $\triangle BO'A$: $a^2 + b^2 = 4R^2$ ($\angle BO'A = 90^\circ$, т.к. опущена перпендикуляр AB).

По ПТ из $\triangle O'CB$: $BC^2 + (CO')^2 = BO'^2$

$$\frac{BC^2}{16} + \frac{(CO')^2}{r} = \frac{BO'^2}{b}$$

$$256 + r^2 = b^2$$

По ПТ из $\triangle AOC$: $a^2 = 1 + r^2$

Сложим 2 ур-ня $\Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{4R^2} = \frac{2r^2 + 256}{b^2}$ $2r^2 = 289 - 256$

$$2r^2 = 32; r = 4, > 0. \quad x^2 = 2 \cdot 8,5 \cdot (4-1) + 1 = 14 \cdot 3 + 1 = 52 \quad x = 2\sqrt{13}. \quad \text{Ответ: } 2\sqrt{13}!$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(1) $3x+2y=z$. (2) $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{2}{z}$ - по условию $x, y, z \neq 0$

(2) $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{2}{z}$ $\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{z}$ $\begin{cases} 3yz+xz=2xy \\ 3x^2+2xy=xz \end{cases}$

Умножим (1) на x , тогда

$3yz+3x^2=2xy+xz-2xy-xz \Rightarrow -yz=x^2 \quad z=-\frac{x^2}{y}$

Подставим z в (2), тогда $\frac{3y+x}{xy} = -\frac{2y}{x^2} \quad x \neq 0$

Т.е. $3yx+x^2=-2y^2 \quad x^2+3yx+2y^2=0$

$x^2+xy+2xy+2y^2=x(x+y)+2y(x+y)=0 \quad (x+y)(x+2y)=0$

1. $\begin{cases} x=-y \\ z=\frac{x^2}{x}=x \end{cases}$ или $\begin{cases} x=-2y \\ z=\frac{4y^2}{y}=-4y \end{cases}$

$\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6xy}$ Подставим 1 и 2 в $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6xy}$

случай 1: $\frac{3x^2-4(-x)^2-x^2}{x^2-6(-x)^2} = \frac{3x^2-4x^2-x^2}{x^2-6x^2} = \frac{-2x^2}{-5x^2} = 0,4$

случай 2: $\frac{3(-2y)^2-4y^2-(-4y)^2}{(-2y)^2-6y^2} = \frac{12y^2-4y^2-16y^2}{4y^2-6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$

Наибольшее значение = 4.

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть скорость велосипедиста - c , скорость мотоциклиста - d .
Время на АВ велосипедиста - a , мотоциклиста - b .

Тогда $a = b + 2$, (1) $\frac{S}{c} = \frac{S}{d} + 2$ - по времени

(2) $bc + 96 = ad$ - по энергии, (3) $\frac{S}{c+b} = \frac{S}{d+b} + \frac{5}{4}$

Также $S = ac$; $S = bd$.

Из (1) $S(\frac{1}{c} - \frac{1}{d}) = 2$ $S(\frac{d-c}{cd}) = 2$ $S = \frac{2cd}{d-c}$.

Тогда $\frac{2cd}{d-c} = ac = bd$. $\frac{2d}{d-c} = a$; $\frac{2c}{d-c} = b$

$$\begin{cases} ad - ac = 2d \\ bd - bc = 2c \end{cases} + \begin{cases} ad - bc = 2(c+d) \\ 96 = 2(c+d) \end{cases}$$

$c+d = 48$ $c = 48 - d$

$S = \frac{2(48-d)d}{2d-48}$; Из (3) $S(\frac{d+b-c-b}{(c+b)(d+b)}) = \frac{5}{4}$ $S = \frac{5(c+b)(d+b)}{4(d-c)}$

$= \frac{5(54-d)(d+6)}{4(2d-48)}$ Получаем $\frac{2(48-d)d}{2d-48} = \frac{5(54-d)(d+6)}{4(2d-48)}$

$8d(48-d) = 5(54-d)(d+6)$ $c \neq d$

$384d - 8d^2 = 270d + 1620 - 5d^2 - 30d$

~~$3d^2 - 96d + 1620 = 0$~~ ~~$d^2 - 32d + 540 = 0$~~

$3d^2 - 144d + 1620 = 0$ $d^2 - 48d + 540 = 0$

$S = 2504 - 2160 = 144$

$d = \frac{48+12}{2} = 30$; $d_2 = \frac{48-12}{2} = 18$.

$d > c$, поэтому $d = 30$; $c = 18$ км/ч

$S = \frac{2 \cdot 30 \cdot 18}{30 - 18} = \frac{60 \cdot 18}{12} = 90$ км

Ответ: 90 км.



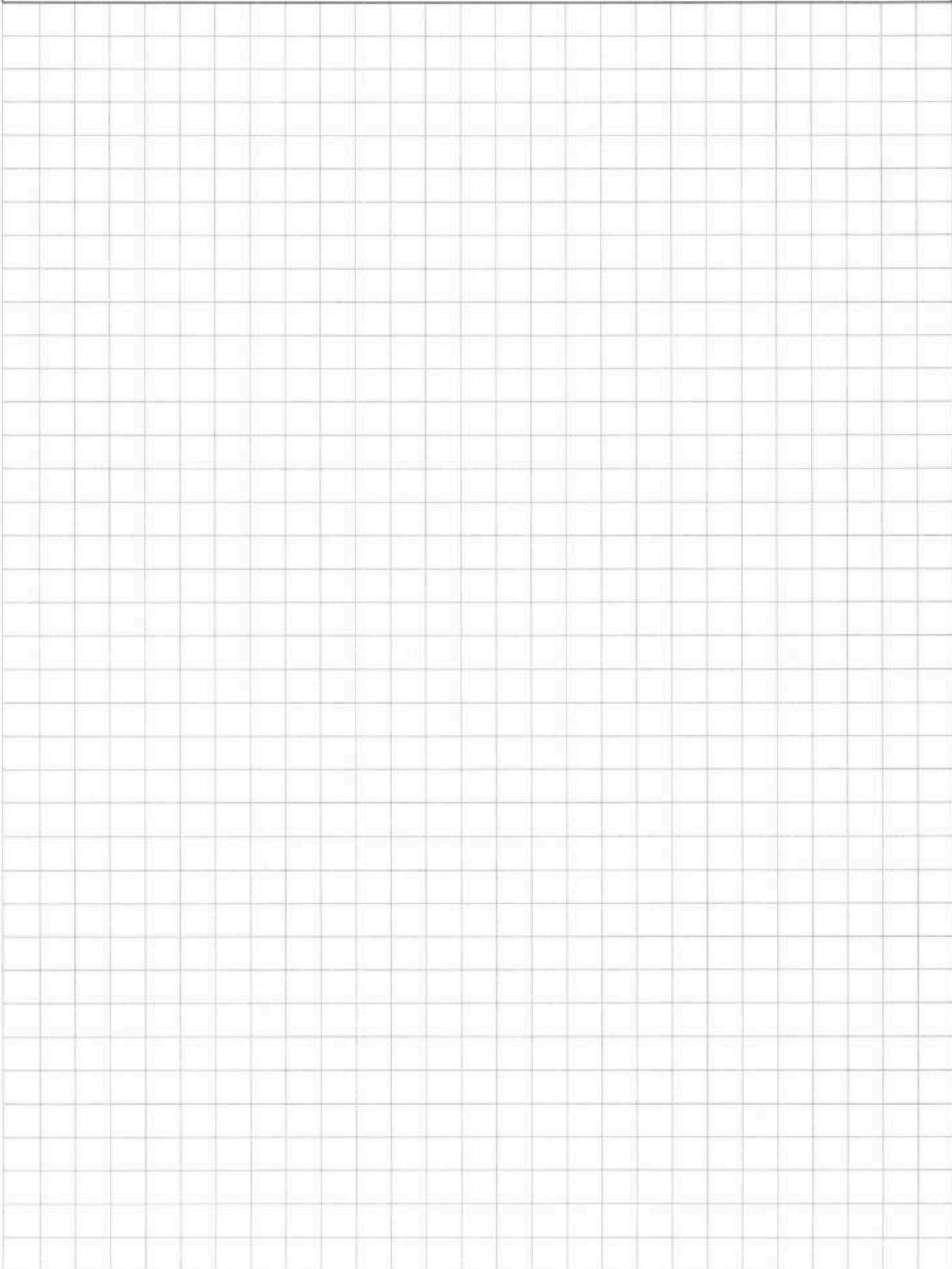
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2-3b^2} = \frac{a+b}{4(a-b)^2-3a^2-3b^2} = \frac{a+b}{(2(a-b)-a)(2(a-b)+a)-2a^2-3b^2}$$

$$= \frac{a+b}{(a-b)(3a-b)} \quad \frac{a+b}{b(4a-b)+a^2-3b^2} = \frac{a+b}{b^2+a+2\sqrt{a}b} = a+b$$

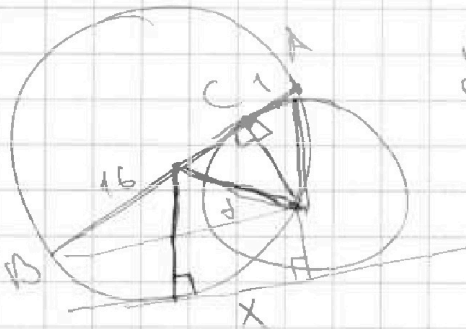
~~$$\frac{a+b}{4(a-b)^2-3a^2-3b^2} = \frac{a+b}{-4b(2a-b)+a^2-3b^2} = \frac{a+b}{a^2-4b(2a+b)-3b^2}$$~~

$$\frac{a+b}{(2a-2b)(a+b)(a+4b)} \quad a = kb + y \quad (R-r)^2 + x^2 = d^2$$

~~$$\frac{b(k+1)+y}{kb^2+2ykb+y^2-8kb^2-8yb \cdot b^2} = \frac{b(k+y)+y}{y(kb+b+y) + \frac{ykb+16b^2}{8kb^2-8yb \cdot b^2}}$$~~

$$kb = b + y \quad \frac{1}{8} \cdot 4 - \frac{3}{2} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot 2 \quad kb + b + y$$

$$\frac{y(kb+b+y) + kb(kb+b+y) - 9kb^2 - 9yb \cdot b^2}{b^2 + 9b(kb+y)} = \frac{a \cdot b - b(kb+y+b) + 2b^2 - 8kb^2 - 8by}{a(a+b) + b^2 - 2ab} \quad (a+b)(a \cdot b) + 2b^2 - 8b(a)$$



$$d^2 = (R-r)^2 + x^2 \quad g = R$$

$$d^2 = r^2 + (R-1)^2$$

$$r^2 + R^2 - 2Rr + 1 = r^2 + R^2 - 2Rr + x^2$$

$$2R(R-1) + 1 = x^2$$

$$a^2 + b^2 = 289 \quad r^2 + 1 = a^2 \quad b^2 = r^2 + 256$$

$$2r^2 = 289 - 256 = 32 \quad r = 4 \quad 17 - 3 + 1 = x^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x+2y=z \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} \quad \frac{3y+z}{xy} = \frac{2}{z} \quad 2xy = 3yz + xz$$

$$3x^2 + 2xy = xz \quad 3xz + 2yz = z^2 \quad 2xy + 6y^2 = 3yz^2$$

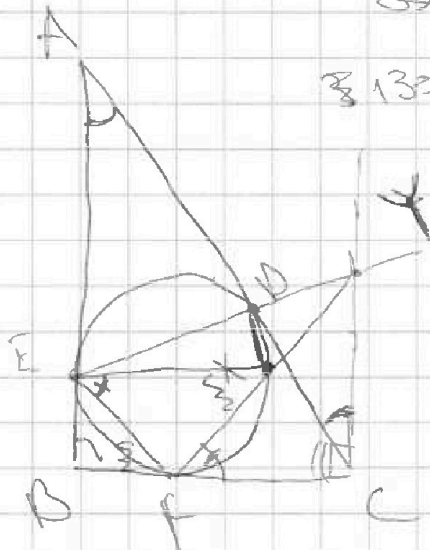
$$3x^2 + 3yz + xz = xz \quad xz + 3yz = 2xy \quad 4y^2 + 3yz + z^2 = 2xy - xz$$

$$3x^2 + 3yz = 0 \quad 2xz - yz = z - 2xy \quad 4xy + 6y^2 + 12z$$

$$x^2 + yz = 0 \quad x^2 = -yz \quad abc = 3 \cdot 4 \cdot 11 = 132 \quad c = 3^2 \cdot 4 \cdot 11 = 132$$

$$x^2 - 6y^2 + 2x + 2y - z^2 = 0 \quad x^2 = 6y^2 \quad = 1 + \frac{2y^2 + yz + z^2}{zy + 6y^2} =$$

$$= 1 + \frac{(1+2y+z)(z+y)}{4yz + 6y^2} = \frac{zy(2y+z) + 4y^2}{4yz + 6y^2}$$



$$3 \cdot 13 = 39$$

$$1+2=3$$

$$1+4=5$$

$$1+1=2$$

$$EX = 2\sqrt{2} \cdot 11$$

$$CF = CD$$

$$YD \cdot YE = YX \cdot YF$$

$$a_3 + b_3 \geq 11$$

$$a_4 + b_4 \geq 11$$

$$2(a_3 + b_3 + c_3) \geq 50$$

$$a_3 + b_3 + c_3 \geq 25$$

$$a_3 + c_3 \geq 21$$

$$2(a_4 + c_4 - b_4) \geq 65$$

$$a_4 + c_4 + b_4 \geq 38$$

$$c = 3^{14} \cdot 4^{22}$$

$$ab = 3^4 \cdot 4^{11}$$

$$b = 3^{11}$$

$$a = 3^4 \cdot 4^{11}$$

$$12 + 6 = 18$$

$$6 + 15 = 21$$

$$12 + 13 = 25$$

$$22 \cdot 16 = 352$$

$$17 \cdot 11 = 187$$

$$b_3 + c_3 \geq 18 \quad b = 1$$

$$b_4 + c_4 \geq 16$$

$$a_4 + c_4 \geq 38$$

$$a_4 + c_4 + b_4 \geq 38$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = 3^{14} \cdot 4^x$$

$$bc = 3^{16} \cdot 4^y$$

$$ac = 3^{21} \cdot 4^{38}$$

$$a^2 = 3^{28} \cdot 4^{55} \cdot \frac{1}{x} = 3^{21} \cdot 4^{38} \cdot 2$$

$$b^2 = 3^{30} \cdot 4^{22} \cdot \frac{1}{y}$$

$$a^2 = \frac{2x}{y} \cdot 3^{14} \cdot 4^{31}$$

$$b = \frac{a \cdot y}{2x}$$

$$2x^2(x-1) = 2x \cdot 3 \cdot 4$$

$$a = \frac{b^2 \cdot y}{3^8 \cdot 4^{11}}$$

$$\frac{c^2 \cdot x}{3^{10} \cdot 4^{24} \cdot 2} = 3^{16} \cdot 4^6 \cdot y$$

$$c = 3^{10} \cdot 4^{24} \cdot \frac{2}{x}$$

$$c = 3^{20} \cdot 4^{43} \cdot \frac{y^2}{x}$$

$$b = \frac{c \cdot x}{3^{10} \cdot 4^{24} \cdot 2}$$

$$abc = \frac{x \cdot y^2}{x \cdot y^2} \cdot 3^{50}$$

$$10(kb+x)b = kb^2 + kbx$$

$$a = kb + x \quad (kb+x+b)^2 = kb^2 + x^2 + b^2 + 2kbx + 2kb^2 + 2bx$$

$$kb + x + b$$

$$kb + b + k$$

$$kb^2 + 2kbx + x^2 - 8kb^2 - 8xb + b^2 = kb(kb+x+b) - 8kb^2 + kbx + x^2 - 8bx + b^2$$

$$\frac{a \cdot b}{a^2 - 8ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+k)^2 - 10ab}$$

$$\frac{kb+x+b}{(k+x-b)^2 - (kb+x)b} = \frac{kb+x+b}{kb^2 + 2kbx + x^2 - 8(kb^2 + bx)} = b^2$$

$$kb + x + b$$

$$kb + x + b$$

$$= \frac{kb^2 + 2kbx + x^2 - 8b(kb+x+b) + 8b^2}{kb(kb+x+b) + kbx + x^2 - kb^2 - 8b^2 - 8b(kb+x+b)}$$

$$kb + x + b$$

$$ab + x + b$$

$$= \frac{b^2(kb+x+b) - 8b^2 - kb^2 - 8b^2 + kb(kb+x+b) - 8b(kb+x+b)}{(kb+x+b)(kb+x+b) - 10b(kb+x+b) - 8b^2}$$

$$= \frac{-b(kb+x+b) + 8b^2}{(kb+x+b)(kb+x+b) - 10b^2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} = \sqrt{2x^2 + x + 3} - 1 - 4x \quad \begin{matrix} 2x^2 - 3x + 4 \geq 0 & 2x^2 + x + 3 \geq 0 \\ x = 0, x = 1, 0, 1 & x = 0, x = -1, 0, 1 \end{matrix}$$

$$(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3})^2 = (1 - 4x)^2 \quad 1 - 4x \geq 0 \quad x \leq 0,25$$

$$2x^2 - 3x + 4 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} + 2x^2 + x + 3 = 1 - 8x + 16x^2$$

$$2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 6x + 6 - 12x^2$$

$$(2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)})^2 = (6(x + 1 - 2x^2))^2$$

$$4(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3) = 36(x + 1 - 2x^2)(x + 1 - 2x^2)$$

$$4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x - 3x - 9x + 8x^2 + 4x + 12 = 9x^2 + 9x - 18x^3 + 9x^4 - 18x^2 - 18x - 18x^2 + 36x^4$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0$$

$$(5x + 3 - x^2)(32x^2 - 38) = x(32x^2 - 38)$$

$$32x^4 - 32x^3 - 32x^2 + 32x = 3 + 6x + 9x$$

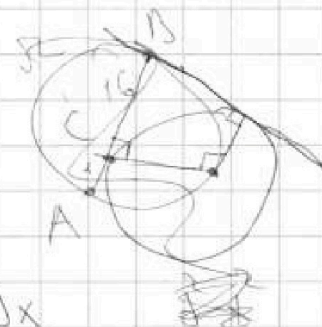
$$32(x^4 - x^3 - x^2 + x) = 3(2x^2 + 3x + 1)$$

$$32(x^4 - x^3 - (x^2 - x)) = 3(2x^2 + 1)(x + 1)$$

$$32(x^2(x^2 - 1) - x(x^2 - 1)) = 3(2x^2 + 1)(x + 1)$$

$$32(x - 1)(x + 1) \cdot x(x - 1) = 3(2x^2 + 1)(x + 1)$$

$$32x^3 - 64x^2 + 32x = 6x^2 + 3 \quad 2x^2 + x + 3 = a \quad 1 - 4x = b$$



$$S = 16x$$

$$a = 0$$

$$3a + 4b = 0$$

$$6x^2 + 3x + 9x + 4 - 16x = 0$$

$$6x^2 - 13x + 13 = 0$$

$$x = -1$$

$$\sqrt{a + b} - \sqrt{a} = b \quad 3a + 4ab = 0$$

$$a + b + 2\sqrt{a^2 + ab} + a = b \quad -a = 2\sqrt{a^2 + ab} \quad a = 4a^2 + 4ab$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$9x^2 + 12xy + 4y^2 = 2$$

~~$$3x + 2y = \sqrt{2} \quad 3x^2 + 12xy + 4y^2 = 2 \quad 12x + 12xy \quad 12y(x+y)$$~~

$$x^2 - 6y^2 = \dots$$

$$\frac{3y+x}{x-y} = \frac{2}{\dots}$$

$$2xy = 3y^2 + 2x$$

$$x^2 = -y^2$$

$$\frac{3y+x}{x-y} = \frac{-2y}{x^2}$$

$$2x = 3x^2 + 2xy$$

$$3yx + x^2 = -2y^2$$

$$3yx = x^2 - 2y^2$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0$$

~~$$x^2 + 3xy + 2y^2 + 2xy = 0 \quad x(x+y) + 2y(x+y) = 0$$~~

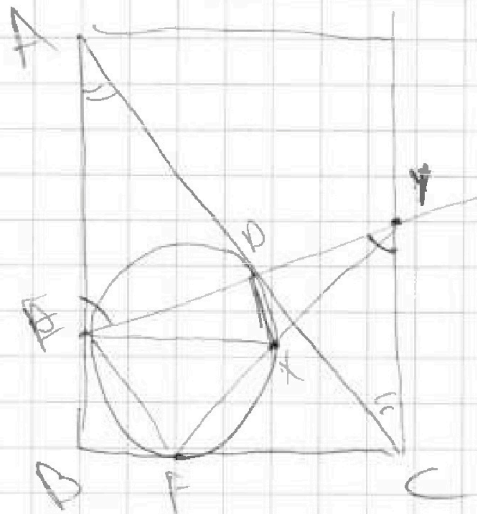
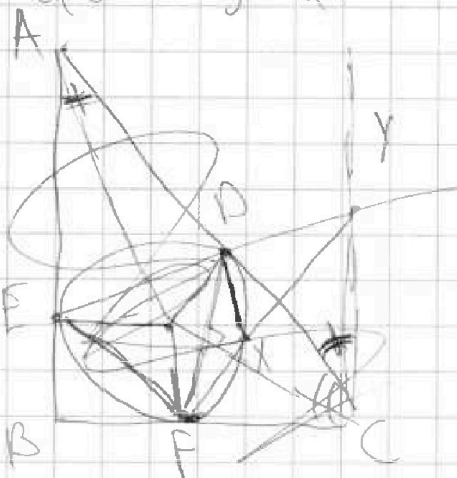
$$(x+y)(x+2y) = 0$$

$$x = -y \quad x = -2y$$

$$a^2 - 8ab + b^2 = \frac{mc}{d}$$

$$ad + bd = mca^2 - 8abmc + b^2mc$$

$$b(bmc - d) + a(ame - d) = 8abmc$$



$$\frac{EY}{XY} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{AY}{DC} = \frac{EY}{DY} = \frac{AE}{YC}$$

$$\frac{YD}{YF} = \frac{YX}{EY}$$

$$\frac{YX}{EY} = \frac{YD}{YF} = \dots$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t_{MAN} + 2 = t_{BAR}$$

$$a + 2 = b$$

$$t_{MAN} + 2 = t_{BAR}$$

$$\frac{S}{c} + 2 = \frac{S}{d}$$

$$ac = S \quad bd = S$$

$$\frac{S}{\frac{2c}{a}} + 2 = \frac{S}{\frac{2b}{d}}$$

$$96 + ad = bc$$

$$d = \frac{S}{b}; a = \frac{S}{c}$$

~~$$96 + \frac{2b}{a} t_{MAN} = \frac{2c}{d} t_{BAR}$$~~

$$\frac{S}{c+b} + \frac{S}{4} = \frac{S}{d+b}$$

~~2~~

~~$$\frac{S}{4} = S \left(\frac{1}{d+b} - \frac{1}{c+b} \right) = S \left(\frac{c-d}{(d+b)(c+b)} \right)$$~~

$$96 = \frac{S^2}{bc} = bc$$

~~$$2 = S \left(\frac{c-d}{(d+b)(c+b)} \right)$$~~

~~$$\frac{5}{8} = \frac{S}{c+d+bc+6d} = 36$$~~

~~$$5cd = 8c$$~~

$$S = \frac{2cd}{c-d} = ad = bd$$

$$\frac{2d}{c-d} = a$$

$$\frac{2c}{c-d} = b$$

$$ac - ad = 2d$$

$$S - ad = 2d$$

~~$$2d$$~~

$$bc - bd = 2c$$

$$bc - S = 2c$$

$$bc - ad = 2(d+c)$$

$$c+d = 48$$

$$c = 48 - d$$

$$48a - 48d - ad = 2d$$

$$48b - 48d - bd = 96 - 2d$$

~~$$18(a-b) = bd - ad = 4d = 96$$~~

$$\begin{array}{r} 144 \\ 144 \\ \hline 378 \\ 526 \\ \hline 8636 \end{array}$$

$$S = \frac{2cd}{c-d}$$

$$S = \frac{5(d+6)(c+6)}{4(c-d)}$$

$$\frac{2(48-d)d}{48-2d}$$

$$= \frac{5(d+6)(54-d)}{4(48-2d)}$$

$$8d(48-d) - 5(54d - d^2 - 6d + 324)$$

$$384d - 8d^2 = 320d - 5d^2 - 30d + 1620$$

$$3d^2 - 94d + 1620 = 0$$

~~$$d = 8636$$~~

$$3d^2 - 144d + 1620 = 0$$

$$d^2 - 48d + 540 = 0 \quad 4 \cdot 4 \cdot 144$$

$$D = 4848 - 4 \cdot 4 \cdot 125 = 0$$