



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 15



1. [3 балла] Вася строит башни из кубиков. Когда он построил  $N$  башен по 22 кубика, у него осталось 3 кубика. После чего он из всех своих кубиков построил  $N - 1$  башню так, что во всех башнях кубиков оказалось поровну. Какое наибольшее количество кубиков могло быть у Васи, если известно, что их меньше 300?

2. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^2 + 7x + 12| + |x^2 + 2x - 8| \leq |5x + 20|.$$

3. [4 балла] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$x^2 + 3x + 3 = 6^y.$$

4. [5 баллов] Вокруг равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AB = BC$ ) описана окружность  $\Omega$ . Прямая, содержащая биссектрису  $AD$  треугольника  $ABC$ , пересекает повторно  $\Omega$  в точке  $E$ . Найдите периметр четырёхугольника  $ABEC$ , если известно что площади треугольников  $BED$  и  $CED$  равны 5 и 6 соответственно.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых существует значение параметра  $b$  такое, что уравнение  $5x^2 + (2a + 9)x + 7a - 10b = 0$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$  таких, что  $5 \leq x_1 \leq 10$  и  $14 \leq x_2 \leq 15$ .

6. [5 баллов] Кузнечик прыгает по целочисленным узлам координатной сетки. За один шаг он может либо переместиться на одну клетку вверх или вправо, если при этом он попадает в точку, в которой не был раньше; либо вернуться на один шаг назад по уже пройденному пути – соответственно, вниз или влево. Сколько существует различных путей с началом в точке  $O(0; 0)$  и концом в точке  $A(3; 5)$  таких, что в точку  $A$  кузнечик попадает не более чем за 10 шагов? (Достигая точки  $A$ , кузнечик останавливается.)

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = BC$ ) вписан в окружность  $\omega$ , а на дуге  $AC$ , не содержащей точку  $B$ , взяты точки  $E$  и  $D$  так, что отрезки  $AD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $F$ . На лучах  $EA$  и  $DC$  отметили точки  $X$  и  $Y$  соответственно таким образом, что  $AX = CF$  и  $CY = AF$ . Найдите площадь четырёхугольника  $BXFY$ , если  $BF = 7,5$ ,  $XY = 15$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$N$

$n$  - кол-во кубиков

мы знаем что:  $n = 22N + 3$  и  $n = q(N-1)$ , где  $q$  - какое-то натуральное  
число

$$\begin{cases} n = 22N + 3 \\ n = q(N-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} n - 3 = 22N \\ n + q = qN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{n-3}{n+q} = \frac{22}{q} \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} n - 3 = 22N \\ n = qN \end{cases} \Rightarrow \frac{n-3}{n} = \frac{22}{q}$$~~

$$qn - 3q = 22n + 22q$$

$$n(q-22) = 25q$$

$$n = \frac{25q}{q-22} = \frac{25q - 550 + 550}{q-22} = 25 + \frac{550}{q-22}$$

if:  $q_1 > q_2$ :

$$n_1 < n_2 \Leftrightarrow 25 + \frac{550}{q_1-22} < 25 + \frac{550}{q_2-22} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow q_2 - 22 < q_1 - 22 \Leftrightarrow q_1 > q_2, \text{ значит } \tau$$

чем меньше  $q$  тем больше  $n$ , значит  $n_{\max}$  достигается

при  $q_{\min}$

мы знаем что  $n \leq 300$

$$\frac{25q}{q-22} \leq 300$$

$$\frac{q}{q-22} < 12$$

$$q < 12q - 264$$

$$11q > 264$$

$$q > 24$$

~~$$q \geq 25$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



н.к  $n \in \mathbb{N}$ , то  $n$ -целое:

$$n = 25 + \frac{550}{q-22}$$

целое / целое  $\Rightarrow$  целое

н.к  $\frac{550}{q-22}$ , тоже целое, то  $550 \div q-22$

3 ~~самых~~ самых маленьких делителях

числа 550 это: (1) 2) 5.

$q-22$  - делитель числа 550, т.к.  $550 \div q-22$

значит либо  $q-22 \in \{1, 2, 5\}$  или  $q-22 > 5$

1)  $q-22 = 1$   
 $q = 23$ , но  $q > 24$  - противоречие

2)  $q-22 = 2$   
 $q = 24$ , но  $q > 24$  - противоречие

3)  $q-22 = 5$   
 $q = 27$ , подходит.

значит  $q_{\min} = 27 \Rightarrow n_{\max} = 25 + \frac{550}{27-22} = 25 + 110 = 135$

проверка:  $N = 6$ :  $n_{\max} = 6 \cdot 22 + 3 = 135$

$n_{\max} = 27 \cdot 5$

ОТВЕТ: 135

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 2

$$|x^2 + 4x + 12| + |x^2 + 2x - 8| \leq |5x + 20|$$

$$x^2 + 4x + 12 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$5x + 20 \geq 0$$

$$x \geq -4$$

$$D = 49 - 48 = 1$$

$$D = 4 + 32 = 36$$

$$x_1 = \frac{-4 + 1}{2} = -3$$

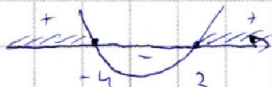
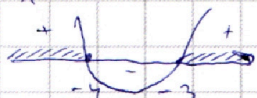
$$x_1 = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-4 - 1}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{-2 - 6}{2} = -4$$

$$x^2 + 4x + 12 \geq 0$$

$$x^2 + 2x - 8 \geq 0$$



$$x^2 + 4x + 12$$

+

-

+

+

$$x^2 + 2x - 8$$

+

-

-

+

$$5x + 20$$

-

+

+

+



$$\left\{ \begin{array}{l} x < -4 \\ x^2 + 4x + 12 + x^2 + 2x - 8 \leq 5x + 20 \end{array} \right.$$

$$x^2 + 4x + 12 + x^2 + 2x - 8 \leq 5x + 20$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -4 \leq x < -3 \\ -x^2 - 4x - 12 - x^2 - 2x + 8 \leq 5x + 20 \end{array} \right.$$

$$-x^2 - 4x - 12 - x^2 - 2x + 8 \leq 5x + 20$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -3 \leq x < 2 \\ x^2 + 4x + 12 - x^2 - 2x - 8 \leq 5x + 20 \end{array} \right.$$

$$x^2 + 4x + 12 - x^2 - 2x - 8 \leq 5x + 20$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 2 \\ x^2 + 4x + 12 + x^2 + 2x - 8 \leq 5x + 20 \end{array} \right.$$

$$x^2 + 4x + 12 + x^2 + 2x - 8 \leq 5x + 20$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < -4 \\ x^2 + 4x + 12 \leq 0 \end{array} \right.$$

$$x^2 + 4x + 12 \leq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -4 \leq x < -3 \\ x^2 + 4x + 12 \geq 0 \end{array} \right.$$

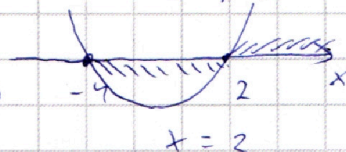
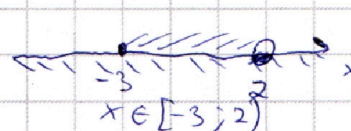
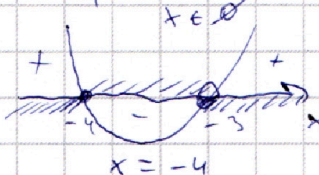
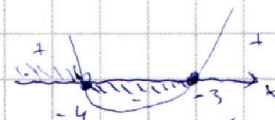
$$x^2 + 4x + 12 \geq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -3 \leq x < 2 \\ 0 \leq 0 \end{array} \right.$$

$$0 \leq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 2 \\ x^2 + 2x - 8 \leq 0 \end{array} \right.$$

$$x^2 + 2x - 8 \leq 0$$



$$\text{Ответ: } x \in \{-4\} \cup [-3; 2]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 3

$$x^2 + 3x + 3 = 6^y$$

$$x^2 + 3x + 3 - 6^y = 0$$

$$D = ~~9 - 12 + 4 \cdot 6^y~~ \quad 9 - 12 + 4 \cdot 6^y = 4 \cdot 6^y - 3$$

\* для того чтобы ~~был~~ корень  $x$  при заданном  $y$

существовала  $D \geq 0$ :

$4 \cdot 6^y - 3 \geq 0$ . Допустим что  $y < 0$ , тогда <sup>скажем что</sup>  $y' = -y$ ;  
т.к.  $y$  - целое, то  $y \leq -1 \Leftrightarrow y' \geq 1$

$$6^{y'} \geq \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{6^{y'}} \geq \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{3} \geq 6^{y'} \geq 6^1$$

$13 \geq 6$  - но это никак противоречие, значит

$$y > 0$$

предположим  $y \geq 1$ ; тогда  $6^y \geq 3$ :

~~$6^y \geq 3$~~

$$x^2 + 3x + 3 = 6^y$$

т.к.  $x^2 \geq 3$  и  $x$  - целое, то  $x^2 \geq 9$ , а  $x \geq 3$ ,

скажем  $x = 3x'$ ,  ~~$x'$  - целое~~

$$9x'^2 + 9x' + 3 = 6^y$$

$$3 \left( \underbrace{3(x'^2 + x')}_{\geq 3} + 1 \right) = 6^y$$

т.к.  $3(x'^2 + x' + 1) \not\equiv 3$ , то  $3(3(x'^2 + x') + 1) \equiv 3$ , но  $\nexists y \Rightarrow x'^2 + 3x' + 3 \equiv 3$ , но  $\nexists$   
предположим  $y \geq 2 \Rightarrow y - 2 \geq 0 \Rightarrow 6^{y-2}$  - целое, тогда

$6^y = 36 \cdot 6^{y-2} = 9 \cdot 4 \cdot 6^{y-2}$ , но тогда  $6^y \geq 9$ , но  $x^2 + 3x + 3 \not\equiv 9$ ,  
противоречие  $\Rightarrow y < 2$ , т.к.  $y$  - целое, то  $y \leq 1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Мы знаем что  $y \geq 0$ , и  $y \leq 1$ , и  $y$  целое  $\Rightarrow y \in \{0; 1\}$ .

$y = 0$ :

$$x^2 + 3x + 3 = 1$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$x_1 = \frac{-3 + 1}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-3 - 1}{2} = -2$$

$y = 1$ :

$$x^2 + 3x + 3 = 6$$

$$x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$D = 9 + 12 = 21$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{21}}{2} \text{ — это не целое число — не подходит}$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{21}}{2} \text{ — это не целое число — не подходит}$$

ЗНАЧАТ ЕСТЬ ТОЛЬКО 2 ПАРЫ:  $(-1; 0); (-2; 0)$

Ответ:  $(-1; 0); (-2; 0)$

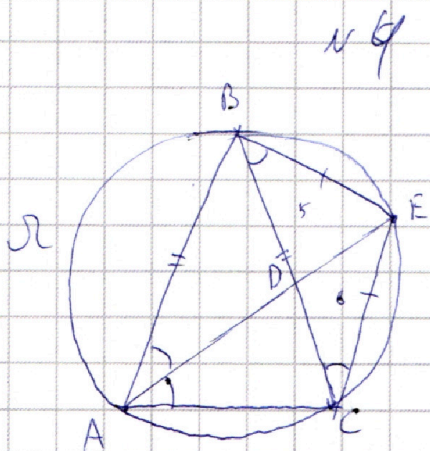
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  
 $\triangle ABC - \text{MФ}$   
 $AB = BC$   
 $R$  - описанная окружность  $\triangle ABC$   
 $AD$  - медиана  $\triangle ABC$   
 $E = (AD) \cap R$   
 $S_{\triangle BFD} = 5$   
 $S_{\triangle CFE} = 6$   
 Найти:  
 $P_{\triangle BEC}$

Решение:

$\angle BAE = \angle EAC$ , т.к.  $AD$  - медиана  $\triangle ABC$

т.к. ~~BE~~  $BE \perp AC$

$A, B, C \in R$ , т.к.  $R$  - описанная окружность  $\triangle ABC$

$E \in R$ , т.к.  $E = (AD) \cap R$ .

$\Rightarrow A, B, C, E \in R \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \triangle BEC$  - равнобедренный  
 равнобедренный  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EBC = \angle EAC$  и  $\angle BAE = \angle BCE$

но т.к.  $\angle BAE = \angle EAC$ , то  $\angle EBC = \angle BCE \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ECB - \text{MФ}, BE = EC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

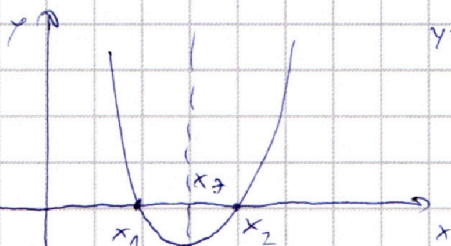
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 5

$$f(x) = 5x^2 + (29+9)x + 72 - 10b = 0$$

$$x_0 = \frac{-(29+9)}{10} = -0,2 - 0,9$$



$$y = 5x^2 + (29+9)x + 72 - 10b$$

В ОБЩЕМ ВИДЕ КОРНИ ~~ФН~~  $f(x)$  ВЫЛАЗУТ

$$\text{ТАК: } x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = x_0 \pm \frac{\sqrt{D}}{2a}$$

$$\text{В НАШЕМ СЛУЧАЕ: } x_0 \pm \frac{\sqrt{D}}{10}$$

$$\text{СНАЧЕТА ЧТО } \frac{\sqrt{D}}{10} = 2$$

$$x_1 = x_0 - 2$$

$$x_2 = x_0 + 2$$

$$5 \leq x_1 \leq 10$$

$$5 \leq -0,29 - 0,9 + 2 \leq 10$$

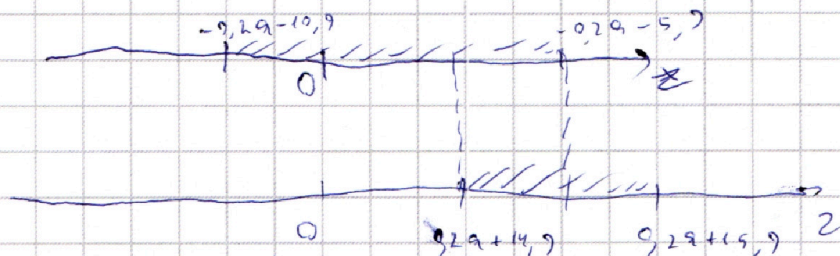
$$0,29 + 5,9 \leq -2 \leq 0,2 + 9,9$$

$$-0,29 - 10,9 \leq 2 \leq -0,29 - 5,9$$

$$14 \leq x_2 \leq 15$$

$$14 \leq -0,29 - 0,9 + 2 \leq 15$$

$$0,29 + 14,9 \leq 2 \leq 0,29 + 15,9$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

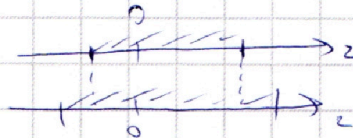


что бы  $z$  - существовал эти 2 кривые

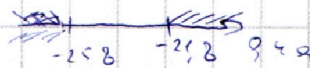
должны пересекаться и средноточек этого

пересечения должна быть хотя бы одна большая  $Q_0$

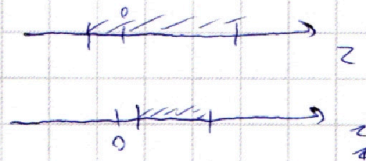
$$1) \begin{cases} 0,2a + 14,9 \leq -0,2a - 10,9 \\ 0,2a + 15,9 \geq -0,2a - 5,9 \\ -0,2a - 5,9 > 0 \end{cases}$$



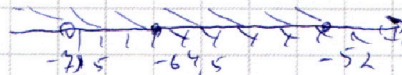
$$\begin{cases} 0,4a \leq -25,8 \\ 0,4a \geq -21,8 \\ 0,2a \leq -5,9 \end{cases} \Rightarrow a \in \emptyset$$



$$2) \begin{cases} 0,2a + 14,9 \geq -0,2a - 10,9 \\ 0,2a + 14,9 \leq -0,2a - 5,9 \\ 0,2a + 15,9 > 0 \end{cases}$$

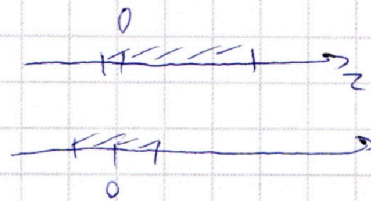


$$\begin{cases} 0,4a \geq -25,8 \\ 0,4a \leq -29,8 \\ 0,2a \geq -15,9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq -64,5 \\ a \leq -52 \\ a \geq -49,5 \end{cases}$$

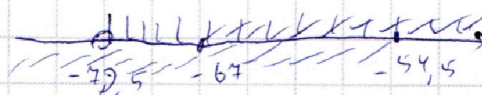


$$a \in [-64,5; -52]$$

$$3) \begin{cases} 0,2a + 15,9 \geq -0,2a - 10,9 \\ 0,2a + 15,9 \leq -0,2a - 5,9 \\ 0,2a + 15,9 > 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 0,4a \geq -26,8 \\ 0,4a \leq -21,8 \\ 0,2a > -15,9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq -67 \\ a \leq -54,5 \\ a > -49,5 \end{cases}$$



$$a \in [-67; -54,5]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

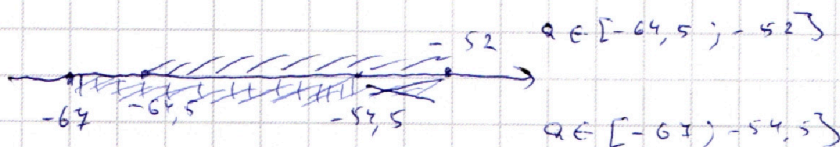
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Остало сь ОБЪЕДИНИТЬ МНОЖЕСТВА и ПРИ КОТОРЫХ  
 $Z$  - СУЩЕСТВУЕТ.



ВНАЧИТ ПРИ  $a \in [-67; -52]$  СУЩЕСТВУЕТ

ПОЛОЖИТЕЛЬНАЯ  $Z$  ПРИ КОТОРОМ  ~~$x_1$~~   $5 \leq x_1 - Z \leq 10$  И

$$14 \leq x_2 + 2 \leq 10$$

$$Z = \frac{\sqrt{D}}{10} = \frac{\sqrt{(2a+9)^2 - 140a + 200b}}{10} = \frac{\sqrt{4a^2 + 36a + 81 - 140a + 200b}}{10} =$$
$$= \frac{\sqrt{4a^2 - 104a + 81 + 200b}}{10}$$

ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ ЗАФИКСИРУЕМ  $a$ , ТОГДА  $Z$  - ЗАВИСИМ  
КАКЖЕ ОТ  $b$ , ПРИ ЭТОМ ОБОЗНАЧИМ  $4a^2 - 104a + 81 = t$ , ТОГДА

$$b \in (-\infty; +\infty)$$

$$200b \in (-\infty; +\infty)$$

$$t + 200b \in (-\infty; +\infty)$$

$$\sqrt{t + 200b} \in [0; +\infty), \text{ Т.К. ПОДКОРЕННАЯ ДОЛЖНО БЫТЬ БОЛЬШЕ 0,}$$

$$\frac{\sqrt{t + 200b}}{10} \in [0; +\infty) \text{ А ЗНАЧИТ ПРОСТО СПАДАЮТ ВСЕ ЗНАЧЕНИЯ МЕНЬШЕ 0}$$

$$Z \in [0; +\infty), \text{ А ЗНАЧИТ ПРИ ЗАДАНИИ } a \text{ МЫ МОЖЕМ ПОДОБРАТЬ}$$

$b$  ТАК ЧТОБЫ  $Z$  БЫЛО ПОЛОЖИТЕЛЬНО.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

А значит если для заданного  $\alpha$  существует  
 $z$  при котором  $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} \begin{cases} x_1 - 2 \leq 10 \\ x_2 + 2 \leq 15 \end{cases}$ , то  
мы можем подобрать  $\alpha$  при котором  $z$  является таковым.  
значит условие выполняется для всех  $x_1$  и  $x_2$   
интервала  $\alpha \in [-67; -52]$

Ответ:  $[-67; -52]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

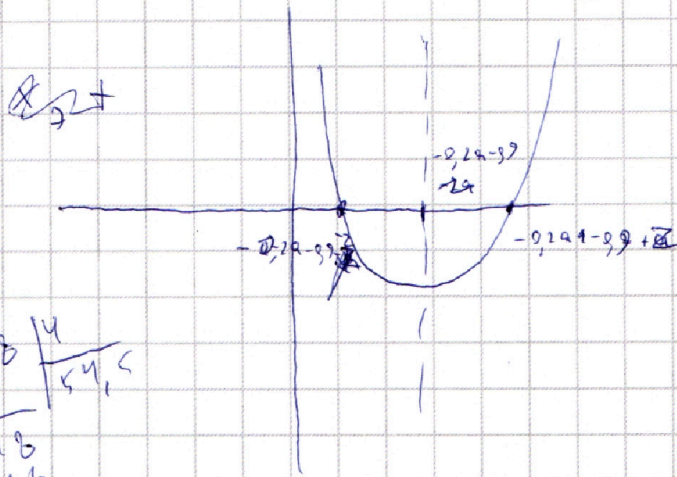


$$5x^2 + (2a+9)x + 4a - 10 = 0$$

~~$$x = \frac{-(2a+9) \pm \sqrt{(2a+9)^2 - 20(4a-10)}}{2 \cdot 5} = \frac{-2a-9 \pm \sqrt{4a^2 - 4a - 9}}{10}$$~~

$$x = \frac{-(2a+9)}{2 \cdot 5} = -0,2a - 0,9$$

$$x = -0,2a - 0,9 + \frac{\sqrt{4a^2 - 4a - 9}}{10}$$



$$\begin{array}{r} 218 \ 4 \\ -20 \phantom{0} \\ \hline 18 \phantom{0} \\ -16 \phantom{0} \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 218 \ 4 \\ -20 \phantom{0} \\ \hline 18 \phantom{0} \\ -16 \phantom{0} \\ \hline 20 \phantom{0} \\ -20 \phantom{0} \\ \hline 0 \phantom{0} \end{array}$$

$$14 \leq -0,2a - 0,9 + 2 \leq 15$$

$$0,2a + 14,9 \leq z \leq 0,2a + 15,9$$

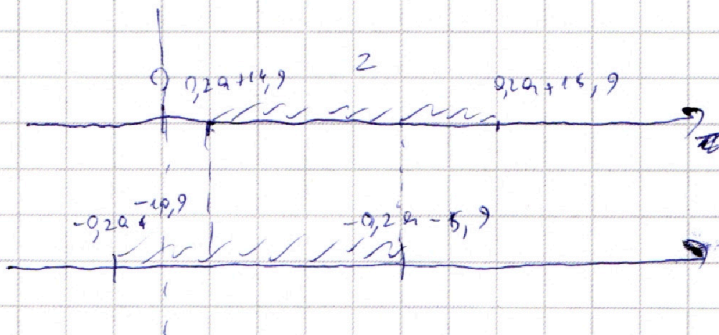
$$15 \leq -0,2a - 0,9 - 2 \leq 10$$

$$0,2a + 15,9 \leq -z \leq 0,2a + 10,9$$

$$-0,2a - 10,9 \leq z \leq -0,2a - 5,9$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ +5 \\ \hline 36 \\ +4 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ +4 \\ \hline 13 \\ +36 \\ \hline 81 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} -268 \ 4 \\ -24 \phantom{0} \\ \hline 18 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -268 \ 4 \\ -24 \phantom{0} \\ \hline 18 \phantom{0} \\ -14 \phantom{0} \\ \hline 19 \phantom{0} \\ -16 \phantom{0} \\ \hline 3 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ +64 \\ +4 \\ \hline 268 \end{array}$$



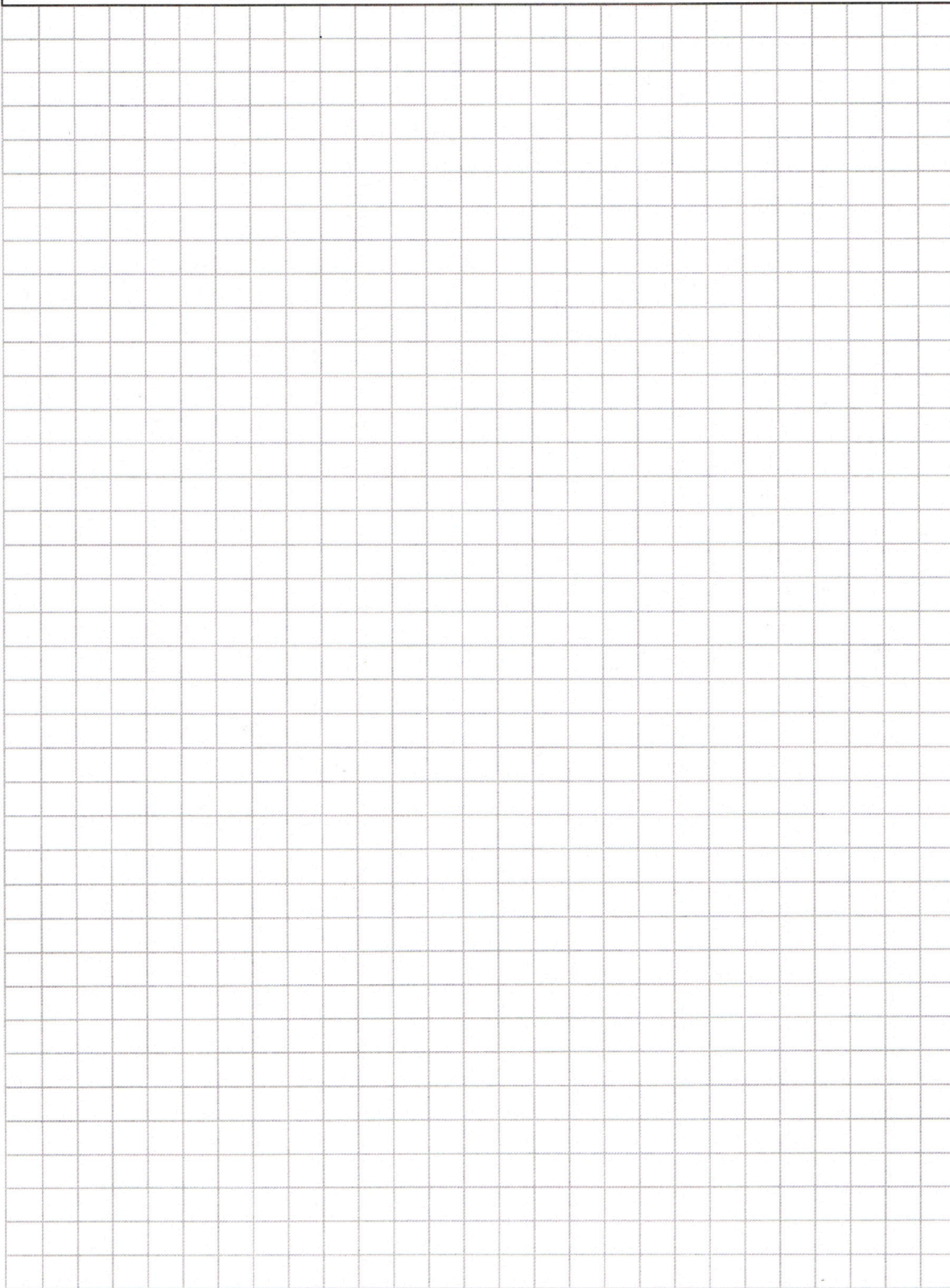
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\left\{ \begin{array}{l} z \geq 0,2a + 14,9 \\ z \leq 0,2a + 15,9 \\ z \geq -0,2a - 10,9 \\ z \leq -0,2a + 10,9 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z \geq 0,2a + 14,9 \\ z \geq -0,2a - 10,9 \end{array} \right.$$

$(a \text{ или } b) \text{ и } (c \text{ или } d)$

$(a \text{ и } c) \text{ или } (a \text{ и } d) \text{ или } (b \text{ и } c) \text{ или } (b \text{ и } d)$

$$\left\{ \begin{array}{l} z \geq 0,2a + 14,9 \\ z \geq -0,2a - 10,9 \\ z \end{array} \right.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

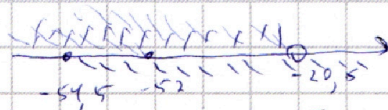


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

чтобы  $z$  существовала эти 2 кривые должны  
пересекаться и среди точек этого пересечения  
должна быть хотя бы одна точка большая 0:

$$1) \begin{cases} -0,2a - 5,9 \leq 0,2a + 15,9 \\ 0,2a + 14,9 \leq -0,2a - 5,9 \\ -0,2a - 5,9 > 0 \end{cases} \begin{cases} 0,4a \geq -21,8 \\ 0,4a \leq -20,8 \\ 0,2a \leq -5,9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq -54,5 \\ a \leq -52 \\ a \leq -20,5 \end{cases}$$



$$a \in [-54,5; -52]$$

2)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x^2 + (2a+9)x + 4a-10b=0$$

$$D = 4a^2 + 36a + 81 - 40a + 200b =$$

$$= 4a^2 - 104a + 200b + 81$$

$$D \geq 0$$

$$4a^2 - 104a + 200b + 81 > 0$$

$$x = \frac{-2a-9 \pm \sqrt{4a^2 - 104a + 200b + 81}}{10}$$

$$14 \leq \frac{-2a-9 + \sqrt{4a^2 - 104a + 200b + 81}}{10} \leq 15$$

$$2a + 149 \leq \sqrt{4a^2 - 104a + 200b + 81} \leq 2a + 159$$

$$4a^2 + 596a + 149^2 \leq 4a^2 - 104a + 200b + 81 \leq 4a^2 + 636a + 159^2$$

$$700a + 149^2 - 81 \leq 200b \leq 740a + 159^2 - 81$$

$$700a + 140 \cdot 158 \leq 200b \leq 740a + 150 \cdot 168$$

$$7a + 14 \cdot 158 \leq 2b \leq 7,4a + 15 \cdot 168$$

$$7a + 221,2 \leq 2b \leq 7,4a + 252$$

$$3,5a + 110,6 \leq b \leq 3,7a + 126$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 2 \\ \hline 36 \\ + 4 \\ \hline 35 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ - 4 \\ \hline 190 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 249 \\ \hline 158 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 4 \\ \hline 200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ - 36 \\ \hline 104 \end{array}$$

$$149^2 =$$

$$= 140 \cdot 158$$

$$34$$

$$+ 168$$

$$+ 15$$

$$840$$

$$168$$

$$2520$$

$$+ 158$$

$$14$$

$$632$$

$$158$$

$$221,2$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ + 149 \\ \hline 596 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 159 \\ \hline 636 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 596 \\ + 104 \\ \hline 700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 636 \\ + 104 \\ \hline 740 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,7 \\ - 6 \\ \hline 1,4 \end{array}$$



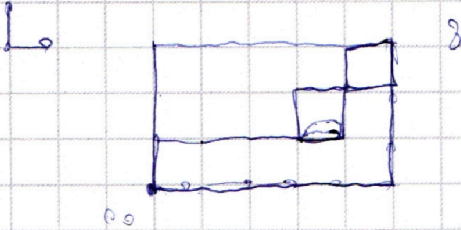
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1	4	10	20	35	56
1	3	6	10	15	21
1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1

$$\cos 180^\circ = -1$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$K=B$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$\frac{1}{2}$

$$\sin^2(90^\circ) = 1$$

$$\sin^2(90^\circ) = 0^2$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos 2\alpha =$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos^2 2\alpha = \cos^4 \alpha - 2\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha$$

$$22 \cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot \tan \alpha}}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{14}{0,5 \tan \alpha} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{28}{\tan \alpha}$$

$$2xy \cos 2\alpha$$

$$xy = 1$$

$$\frac{5,5y}{\cos \alpha} \sin \alpha = x$$

$$5,5y \tan \alpha = 1$$

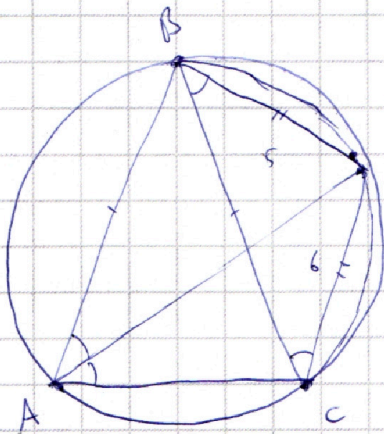
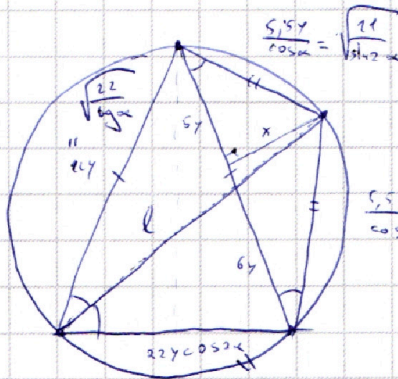
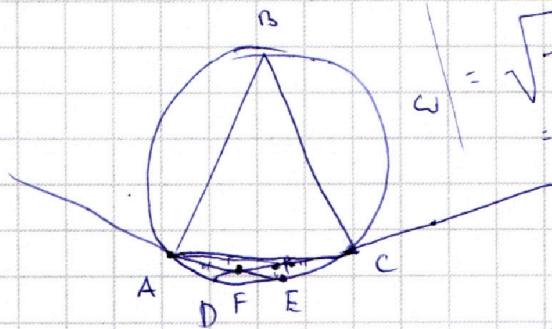
$$y = \frac{1}{5,5 \tan \alpha}$$

$$= \frac{1}{5,5 \sin \alpha \cos \alpha}$$

$$a = \frac{5,5y}{\cos \alpha} = \frac{5,5}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{5,5 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{5,5y}{\cos \alpha} = \frac{11}{\sin \alpha \cos^2 \alpha}$$

$$= \sqrt{\frac{11}{8 \sin \alpha \cos^2 \alpha}}$$



$$11 \sqrt{\frac{1}{6,5 \tan \alpha}} = \sqrt{\frac{11}{9,5 \tan \alpha}} = \sqrt{\frac{22}{\tan \alpha}}$$

$$36y^2 = l^2 +$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$55 \quad \frac{-2a - 9 \pm \sqrt{4a^2 - 104a + 100b + 81}}{10} \leq 10$$
$$-2a - 9 \geq \sqrt{4a^2 - 104a + 100b + 81} \geq -2a - 109$$

$\begin{matrix} 2 \\ 4a \end{matrix}$

$$\begin{array}{r} 152 \overline{) 152} \\ \underline{152} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1 \\ 22 \\ \times 6 \\ \hline 152 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 124} \\ \underline{10} \\ 35 \end{array} \quad 22$$

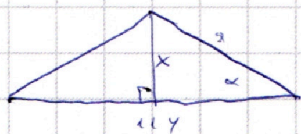
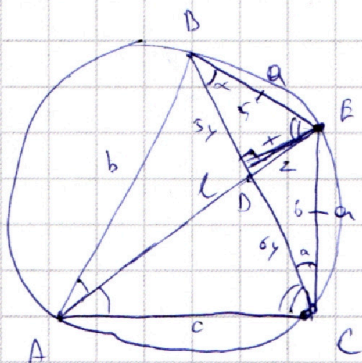
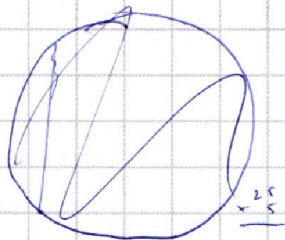
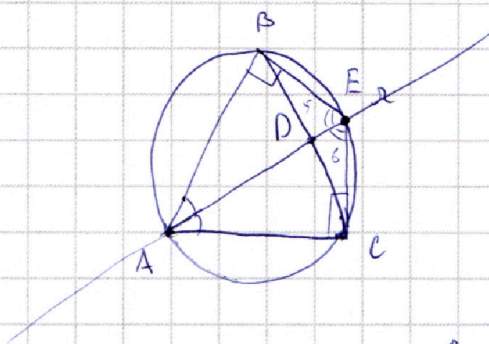
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x = a \sin \alpha$$

$$5,5y = a \cos \alpha$$

$$xy = \frac{a^2 \sin \alpha \cos \alpha}{5,5}$$

$$= \frac{5,5^2}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{5,5}$$

$$= 5,5 b \sin \alpha$$

$$5,5 b \sin \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{5,5}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{5,5}$$

$$\tan \alpha = \frac{5,5}{13,25}$$

$$\cos \alpha =$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$5,5 \sin \alpha = \cos \alpha$$

$$33,25 - 30,25 \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha$$

$$\frac{5,5^2}{50 \sqrt{5}} = \frac{34}{94 \sqrt{5}}$$

$$\begin{array}{r} 3,25 \quad | \quad 20 \\ - 25 \\ \hline 6,25 \\ - 50 \\ \hline 1,25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 5,5 \\ \hline 9,5 \\ 27,5 \\ \hline 50,25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \quad | \\ - 50 \quad 2 \\ \hline 100 \quad 34 \\ - 125 \quad 35 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 5xy &= 5 \\ 6xy &= 6 \\ xy &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 25 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$z^2 = 25y^2 + a^2 - 20ay \cos \alpha$$

$$z^2 = 36y^2 + a^2 - 12ay \cos \alpha$$

$$0 = 11y^2 - 2ay \cos \alpha$$

$$a = \frac{5,5ay}{\cos \alpha}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$a^2 = l^2 + c^2 - 2lc \cos \alpha$$

$$0 = b^2 - c^2 - 2l \cos \alpha (b-c)$$

$$2l \cos \alpha (b-c) = (b-c)(b+c)$$

$$b+c = 9,22 \sqrt{5} l$$

$$a = \frac{5,5}{94 \sqrt{5}} = \frac{5,5 \sqrt{5}}{94} = \frac{110 \sqrt{5}}{44}$$

$$= \frac{10 \sqrt{5}}{4} = \frac{5 \sqrt{5}}{2} = 2,5 \sqrt{5}$$

$$P = b+c + 2a = b+c + 5 \sqrt{5}$$

$$\begin{array}{r} 2,2 \quad | \quad 5 \\ - 20 \quad 10,44 \\ \hline 9,44 \\ \times 1,1 \\ \hline 2,20 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x^2 + 4x + 2450$$

$$2x^2 + 4x - 1650$$

$$|x^2 + 7x + 12| + |x^2 + 2x - 8| \leq 5x + 20$$

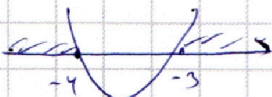
$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$D = 49 - 48 = 1$$

$$x_1 = \frac{-7+1}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-7-1}{2} = -4$$

$$x^2 + 7x + 12 \geq 0$$



$$x \in (-\infty; -4] \cup [-3; +\infty)$$

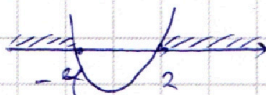
$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$D = 4 + 32 = 36$$

$$x_1 = \frac{-2+6}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-2-6}{2} = -4$$

$$x^2 + 2x - 8 \geq 0$$

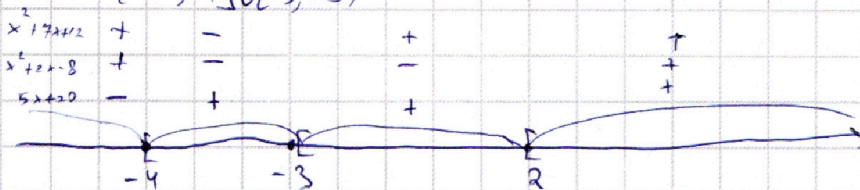


$$x \in (-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$$

$$5x + 20 \geq 0$$

$$x \geq -4$$

$$\begin{cases} 5x + 20 \geq 0 \\ 5x + 20 \geq 0 \\ 6x - 4 \\ \begin{cases} x \geq -4 \\ 5x + 20 \geq 0 \\ x \leq -4 \end{cases} \\ 5x + 20 \geq 0 \\ \begin{cases} 5x + 20 \geq 0 \\ x \leq -4 \end{cases} \end{cases}$$



$$\begin{cases} x < -4 \\ x^2 + 7x + 12 + x^2 + 2x - 8 \leq -5x - 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq x < -3 \\ -x^2 - 7x - (2 - x^2 - 2x + 8) \leq 5x + 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x < 2 \\ x^2 + 4x + 12 - x^2 - 2x + 8 \leq 5x + 20 \end{cases}$$

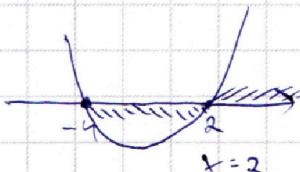
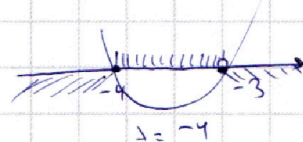
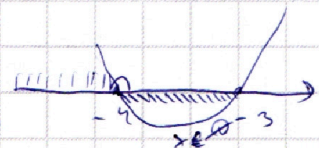
$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + 7x + 12 + x^2 + 2x - 8 \leq 5x + 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -4 \\ x^2 + 4x + 12 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq x < -3 \\ x^2 + 7x + 12 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x < 2 \\ 0 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + 2x - 8 \leq 0 \end{cases}$$



$$\text{Ответ: } x \in [-4] \cup [-3; 2]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



if  $y \geq 0$ :

$$x^2 + 3x + 3 = 6^y$$

$3 \Rightarrow 3x = 3$

$x = 1$

~~if  $y < 0$ :  $y = -1$~~

~~$x^2 + 3x + 3 = \frac{1}{6}$~~

$\frac{12}{4} = 3$

~~$2x = 3x$~~

~~$2x^2 + 2x + 3 = 6^y$~~

~~$3(3x^2 + 3x + 1) = 6^y$~~

~~$3(3(x^2 + x) + 1) = 6^y$~~

~~$x^2 + 3x + 3 \geq 2 \Rightarrow 6^y = 36 \cdot 6^{y-2} = 9 \cdot 6^{y-2}$~~

$y < 1$

$y = 0$

~~$x^2 + 3x + 3 = 1$~~

~~$x^2 + 3x = -2$~~

~~$x^2 + 3x + 3 - 6^y = 0$~~

~~$D = 9 - 12 + 4 \cdot 6^y = 4 \cdot 6^y - 3$~~

~~$x = \frac{-3 \pm \sqrt{4 \cdot 6^y - 3}}{2} \Rightarrow \sqrt{4 \cdot 6^y - 3} \geq 0$~~

$y = 0$ :

$x^2 + 3x + 3 = 1$

$x^2 + 3x + 2 = 0$

$D = 9 - 8 = 1$

$x = \frac{-3 \pm 1}{2}$

$x_1 = \frac{-3+1}{2} = -1$

$x_2 = \frac{-3-1}{2} = -2$

$3 + 4 \cdot 3 = 15 = 3$

if  $y < 0$ :  $y = -1$

$\frac{1}{6^{|y|}} \geq \frac{3}{4}$

$\frac{4}{3} \geq 6^{|y|} \geq 6$

$13 \geq 6 \times \Rightarrow y \geq 0$

$x^2 + 3x + 3 = 6$

$x^2 + 3x - 3 = 0$

$D = 9 + 12 = 21$

$\sqrt{D} = \sqrt{21}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$n < 300$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

$$n = 22N + 3$$

$$n - 3 = 22N$$

$$n = 9(N-1)$$

$$n + 9 = 9N$$

$$\frac{-25}{22} < \frac{25}{22} < \frac{25}{22}$$

$$\frac{n-3}{n+9} = \frac{22}{9}$$

$$nq - 3q = 22n + 22q$$

$$300 = 3 \cdot 10^2 = 3 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

$$n(q-22) = 25q$$

$$n = \frac{25q}{q-22}$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ \times 22 \\ \hline 24 \\ 24 \\ \hline 264 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 25 \\ \times 22 \\ \hline 50 \\ 50 \\ \hline 550 \end{array}$$

$$n < 300$$

$$\frac{25q}{q-22} < 300$$

$$h = \frac{25q}{q-22} = \frac{25q - 550 + 550}{q-22} = 25 + \frac{550}{q-22}$$

$$\frac{q}{q-22} < 12$$

$$q < 12q - 264$$

$$11q > 264$$

$$q > 24$$

$$q \geq 25$$

$$h = 25 + \frac{550}{q-22}$$

$$25 - 22 = 3 \quad 550 = 5 \cdot 11 \cdot 10 = 5 \cdot 11 \cdot 2$$

~~25-22=3~~

$$q-22 \in \{ \cancel{3}, 5, 10, 11, 22, 25, 50, 55, 110, 225, 550 \}$$

$$q-22 \geq 5$$

$$q \geq 27$$

$$h \geq 25 + \frac{550}{5} = 25 + 110 = 135$$

$$\begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 5 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 10 \\ 25 \\ 50 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 10 \\ 25 \\ 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 5 \\ 11 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 10 \\ 20 \\ 50 \\ 11 \\ 22 \\ 55 \\ 110 \\ 225 \\ 550 \end{array} \quad \begin{array}{r} 264 \overline{) 11} \\ - 22 \quad \overline{) 24} \\ \hline 44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 5 \\ 5 \end{array} \begin{array}{l} 10 \cdot 50 \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 5 \end{array} \begin{array}{l} 5 \\ 25 \end{array}$$