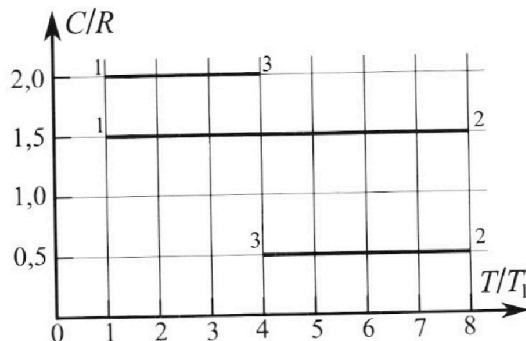


Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

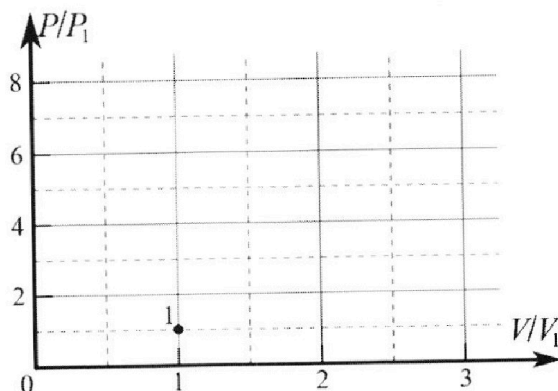
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1 = 200$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



1) Найдите работу  $A_{31}$  внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $a$  (см. рис.). Сила натяжения каждой нити  $T$ .

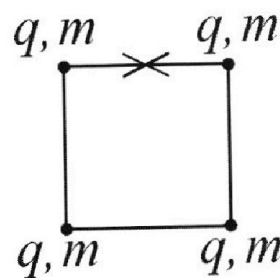
1) Найдите абсолютную величину  $|q|$  заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию  $K$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.





Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета  $L = 20$  м.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью  $V_0$  к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна  $H = 3,6$  м.

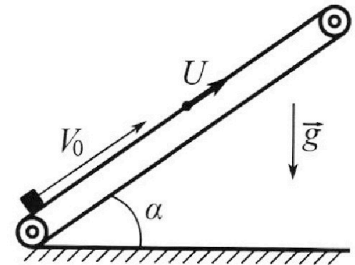
2) На каком расстоянии  $S$  от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 6$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = 0,5$ .

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь  $S$  пройдет коробка в первом опыте к моменту времени  $T = 1$  с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 1$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 6$  м/с (см. рис.).

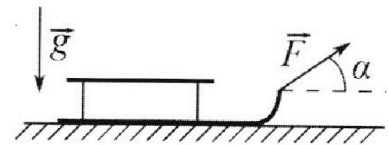
2) Через какое время  $T_1$  после старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 1$  м/с?

3) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии  $K$  на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии  $K$  действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение  $S$  санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения  $g$ . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

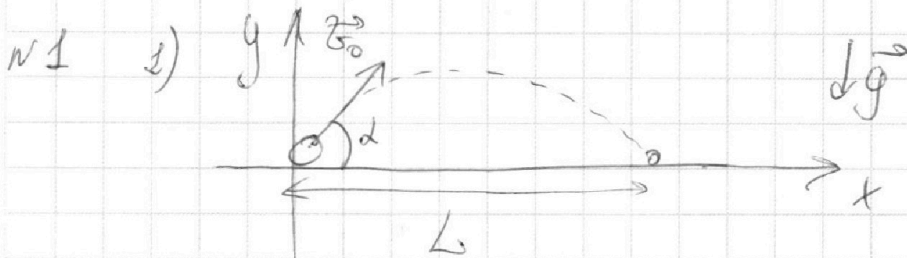
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



уравнения зависимости координат мяча от времени имеют вид

$$x(t) = z_0 \cos \alpha t$$

$$y(t) = z_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2}$$

В момент падения  $y=0$ ,  $x=L$   
Тогда:

$$\begin{cases} z_0 \cos \alpha t = L \\ z_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2} = 0 \end{cases}$$

из второго ур-ния имеем корни  $t=0$   
 $t = \frac{2 z_0 \sin \alpha}{g}$

подставляя второй корень в первое уравнение, получаем

$$\frac{z_0^2 \sin 2\alpha}{g} = L$$

$$z_0 = \sqrt{\frac{g L}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 20 \text{ м}}{\sin 90^\circ}} = \sqrt{200} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

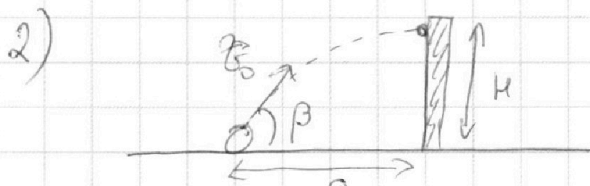
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



по условию наибольшая высота, на которой происходит касание, равна  $H$ , то есть  $H$  - наивысшая точка траектории

мгн. пройдёт эту точку в момент времени, равный половине времени пути

$$H = v_0 \sin \beta \cdot t$$

уравнение  $y$ -координаты

$$H = v_0 \sin \beta \cdot \frac{g \cdot v_0^2 \sin^2 \beta}{2g^2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g}$$

$$\sin \beta = \sqrt{\frac{2gH}{v_0^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3,6 \text{ м}}{200 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}} = 0,6$$

$\beta$  - острый

$$\cos \beta = 0,8; \quad \sin 2\beta = 2 \sin \beta \cos \beta = 0,96$$

уравнение  $x$ -координаты

$$S = v_0 \cos \beta \cdot \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{2g} = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{2g} = \frac{200 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot 0,96}{20 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 9,6 \text{ м}$$

Ответ: 1)  $v_0 = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2)  $S = 9,6 \text{ м}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

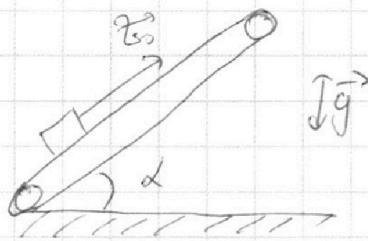
1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N2 1)



$$\sin \alpha = 0,6 \quad v_0 = 6 \text{ м/с}$$

$$\cos \alpha = 0,8 \quad \mu = 0,5$$

II з. Ньютона на  $O_x$  и  $O_y$

$$O_x: ma = \mu N + mg \sin \alpha$$

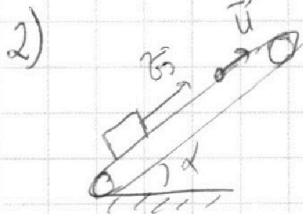
$$O_y: N = mg \cos \alpha$$

$$ma = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$S(t) = v_0 t - \frac{a t^2}{2} = v_0 t - \frac{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}{2} t^2$$

$$S(T) = 6 \text{ м/с} \cdot 1 \text{ с} - \frac{10 \text{ м/с}^2 (0,5 \cdot 0,8 + 0,6)}{2} \cdot 1 \text{ с}^2 = 1 \text{ м}$$



Перейду в систему отсчёта ленты, тогда этот пункт аналогичен п. 1), только начальная скорость равна  $v_0 - v$

$$a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

Когда скорость коробки станет равна 0, относительно ленты она остановится

$$T_1 = \frac{v_0 - v}{a} = \frac{v_0 - v}{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = \frac{5 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2 (0,5 \cdot 0,8 + 0,6)} = 0,5 \text{ с}$$

3) за время движения  $T_1$  коробка пройдёт путь

$$\Delta S_1 = v_0 T_1 - \frac{a T_1^2}{2} = 1,75 \text{ м}$$

(лента движется равномерно, то есть ускорение  $a$  одинаково в лабораторной системе отсчёта и в системе отсчёта ленты)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

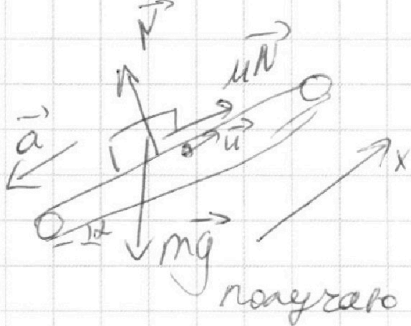
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

рассмотрю движение коробки после того, как она  
остало висит отко сительно лететь:



Лента тянет коробку вверх  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  сила трения тоже направлена  
вверх

рассмотрев проекции сил на  $Ox$ ,  
получаю:

$$ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 2 \frac{m}{c}$$

и это ускорение  
направлено вниз  
вдоль ленты

$$\Delta S_2 = v_0 \Delta t_2 - \frac{a \Delta t_2^2}{2} = \frac{v^2}{2a} =$$
$$= \frac{4 \frac{m^2}{c^2}}{4 \frac{m}{c}} = 0,25 \text{ м}$$

суммарный путь  $S$  вращающейся орбиты равен

$$S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 1,75 \text{ м} + 0,25 \text{ м} = 2 \text{ м}$$

Ответ: 1)  $S = 1 \text{ м}$

2)  $T_1 = 0,5 \text{ с}$

3)  $L = 2 \text{ м}$

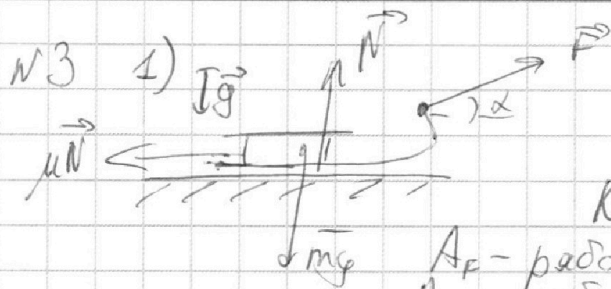
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



по закону сохранения энергии

$$K = A_F - |A_{\text{тр}}|, \text{ где}$$

$A_F$  - работа силы  $F$   
 $A_{\text{тр}}$  - работа силы трения  $\mu N$

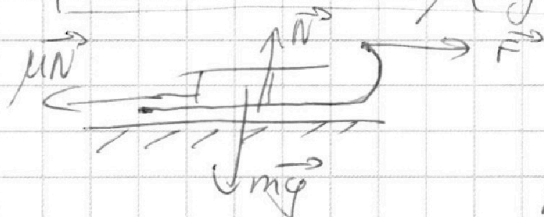
$$A_F = FS \cos \alpha, \text{ где } S - \text{пути, которой пройдут санки}$$

$$|A_{\text{тр}}| = \mu NS = \mu (mg - F \sin \alpha) S$$

из II з. Ньютона

$$N = mg - F \sin \alpha$$

$$(1) \quad K = FS \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) S = FS (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) - \mu mg S$$



закон сохранения энергии

$$K = A_F - |A_{\text{тр}}|$$

$$A_F = FS$$

$$|A_{\text{тр}}| = \mu NS = \mu mg S$$

из II з. Ньютона  $N = mg$

$$K = FS - \mu mg S$$

$$F = \frac{K}{S} + \mu mg$$

подставлю эту формулу в выражение (1)

$$K = \left( \frac{K}{S} + \mu mg \right) (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) S - \mu mg S$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{k}{S} = \frac{k}{S} (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) + \mu mg (\mu \sin \alpha + \cos \alpha - 1)$$

$$\mu^2 mg \sin \alpha + \mu mg (\cos \alpha - 1) + \mu \frac{k}{S} \sin \alpha + \frac{k}{S} (\cos \alpha - 1) = 0$$

$$\mu^2 mg \sin \alpha + \mu (mg (\cos \alpha - 1) + \frac{k}{S} \sin \alpha) + \frac{k}{S} (\cos \alpha - 1) = 0$$

$$D = mg^2 (\cos \alpha - 1)^2 + \frac{k^2}{S^2} \sin^2 \alpha + 2mg \frac{k}{S} \sin \alpha (\cos \alpha - 1) -$$
$$- 4mg \frac{k}{S} \sin \alpha (\cos \alpha - 1) = (mg (\cos \alpha - 1) - \frac{k}{S} \sin \alpha)^2$$

$$\mu = \frac{-mg (\cos \alpha - 1) - \frac{k}{S} \sin \alpha \pm mg (\cos \alpha - 1) \mp \frac{k}{S} \sin \alpha}{2mg \sin \alpha}$$

воспринимаю попо метрическое значение

$$\mu = \frac{-2mg (\cos \alpha - 1)}{2mg \sin \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

2) путь при торможении равен

$$S = \frac{v_0^2}{2a}$$

из условия

$$k = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$v_0^2 = \frac{2k}{m}$$

$$S = \frac{2k}{2m \cdot \mu g} = \frac{k(1 - \cos \alpha)}{mg \sin \alpha}$$
$$= \frac{k \sin \alpha}{mg(1 - \cos \alpha)}$$

Ответ: 1)  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

2)  $S = \frac{k \sin \alpha}{mg(1 - \cos \alpha)}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 для произвольного политропического процесса  
справедлива формула

$$pV^n = \text{const}, \text{ тогда}$$

$$dU = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} ((p+dp)(V+dV) - pV) = \\ = \frac{3}{2} (p dV + V dp + dp dV) = \frac{3}{2} (p dV + V dp)$$

малые  
приращения  
кон-ва темпа

Величина второго  
порядка малости  $\approx 0$

Также известно,  
что приращение работы газа

$$\delta A = p dV$$

$$dQ = \delta A + dU = \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp$$

$$pV^n = \text{const}$$

$$d(pV^n) = 0$$

$$V^n dp + p \cdot n V^{n-1} dV = 0$$

$$V dp + n p dV = 0$$

$$V dp = -n p dV \quad \text{- подставлю в формулу } dQ$$

$$dQ = \frac{5}{2} p dV - \frac{3}{2} n p dV = p dV \left( \frac{5}{2} - \frac{3}{2} n \right) \quad (1)$$

уравнение Клапейрона-Менделеева

$$pV = \nu R T$$

$$\nu R dT = p dV + V dp = (\text{применяю формулу так же как в уравнении}) \\ = p dV (1 - n)$$

$$p dV = \frac{\nu R dT}{1 - n} \quad \text{- подставлю в формулу (1)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} dQ &= \frac{DRdT}{1-n} \left( \frac{5}{2} - \frac{3}{2}n \right) = \frac{DRdT}{2} \cdot \frac{5-3n}{1-n} = \\ &= \frac{DRdT}{2} \left( 3 + \frac{2}{1-n} \right) = DRdT \left( \frac{3}{2} + \frac{1}{1-n} \right) \end{aligned}$$

формула теплоёмкости:

$$C = \frac{dQ}{dT} \quad \left( \text{при } \nu = 1 \text{ моль. Я здесь и далее не буду писать химическое вещество} \right)$$

$$C = \frac{DRdT \left( \frac{3}{2} + \frac{1}{1-n} \right)}{dT} = R \left( \frac{3}{2} + \frac{1}{1-n} \right)$$

$$\frac{C}{R} = \frac{3}{2} + \frac{1}{1-n}$$

3) пересмотрим график в  $(p, V)$  координатах

участок 1 → 2  $C = \frac{3}{2}R$

$$\frac{3}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{1-n} \quad \frac{1}{1-n} = 0$$

$n \rightarrow \infty$  - изокорный процесс

$$V_1 = V_2$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_2}{8T_1} \Rightarrow p_2 = 8p_1$$

участок 2 → 3  $C = \frac{1}{2}R$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{1-n} \quad \frac{1}{1-n} = -1 \quad ; \quad n = 2$$

$$pV^2 = \text{const} \quad ; \quad p \sim \frac{1}{V^2}$$

участок 3 → 1  $C = 2R$

$$2 = \frac{3}{2} + \frac{1}{1-n} \quad \frac{1}{1-n} = \frac{1}{2} \quad ; \quad n = -1$$

$$p \sim V$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4 продолжение, участок  $3 \rightarrow 1$  на диаграмме

$p = \alpha V$ , где  $\alpha$  - некоторый коэффициент

Зная точку 1, видно, что  $\alpha = \frac{p_1}{V_1}$

Найдем координаты точки 3;

$$\begin{cases} p_3 V_3^2 = p_2 V_2^2 \\ p_3 V_3^2 = 8 p_1 \cdot V_1^2 \end{cases}$$

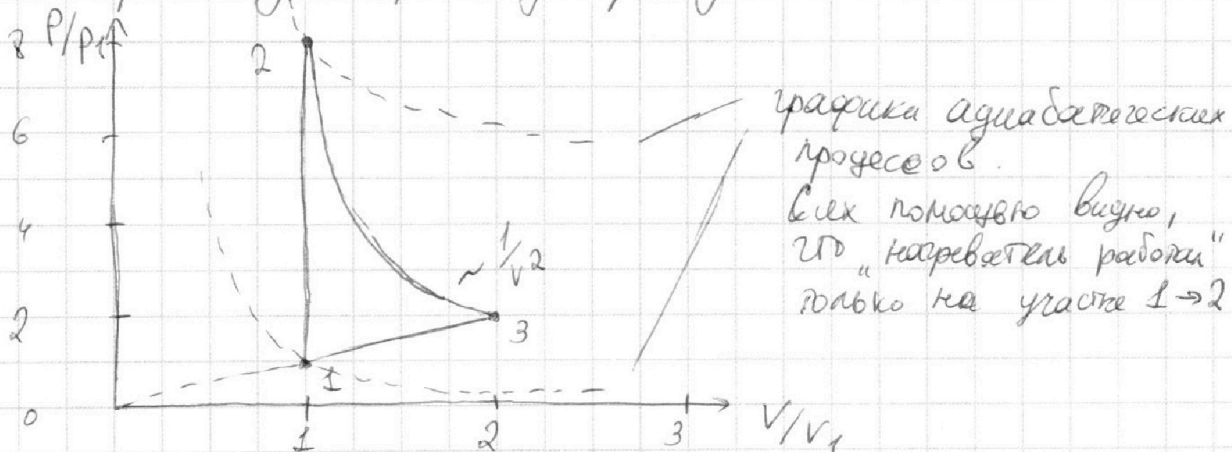
$$\begin{cases} \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \\ \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \end{cases}$$

$$V_3^3 = 8 V_1^3$$

$$V_3 = 2 V_1$$

$$p_3 = 2 p_1$$

Теперь могу построить диаграмму:



1) Работа газа на участке  $3 \rightarrow 1$  есть площадь под графиком со знака "-"

Работа внешних сил есть площадь под графиком

$$A_{31} = \frac{p_1 + p_3}{2} \cdot V_1 = \frac{3}{2} p_1 V_1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2)  $\eta = \frac{A_y}{Q_1}$ , где  $A_y$  - работа газом за цикл  
 $Q_1$  - кол-во теплоты, полученное газом

$$Q_2 = Q_{12} \text{ (из п. 3)}$$

$$Q_1 = Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2} (8p_1 V_1 - p_1 V_1) = \frac{21}{2} p_1 V_1$$

$$A_y = |A_{23}|_{v_3} - |A_{31}| \text{ (работа по диаграмме)}$$

$$A_{23} = \int_{v_2}^{v_3} p(V) dV$$

$$p(V) = \frac{c}{V^2}, \text{ где } c - \text{коэффициент}$$

$$c = \frac{pV^2}{2V_1} = 8p_1 V_1^2$$

$$A_{23} = \int_{V_1}^{2V_1} \frac{8p_1 V_1^2}{V^2} dV = 8p_1 V_1^2 \int_{V_1}^{2V_1} \frac{dV}{V^2} = 8p_1 V_1^2 \left( -\frac{1}{V} \right) \Big|_{V_1}^{2V_1} =$$
$$= 8p_1 V_1^2 \left( \frac{1}{V_1} - \frac{1}{2V_1} \right) = 4p_1 V_1$$

$$|A_{31}| = \frac{3}{2} p_1 V_1 \text{ (из п. 2)}$$

$$A_y = 4p_1 V_1 - \frac{3}{2} p_1 V_1 = \frac{5}{2} p_1 V_1$$

$$\eta = \frac{\frac{5}{2} p_1 V_1}{\frac{21}{2} p_1 V_1} = \frac{5}{21}$$

Ответ: 1)  $A_{31} = \frac{3}{2} p_1 V_1$

2)  $\eta = \frac{5}{21}$

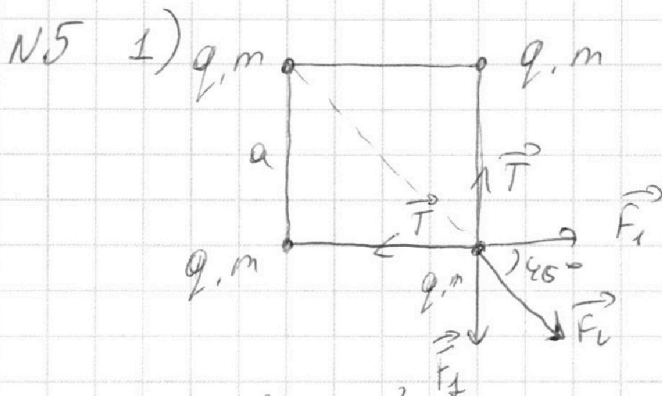
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$F_1$  - сила взаимодействия  
двух соседних шариков

$F_2$  - сила взаимодействия  
шариков, находящихся на  
концах диагонали

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{2a^2}$$

по II з. Ньютона

$$F_2 = T\sqrt{2}$$

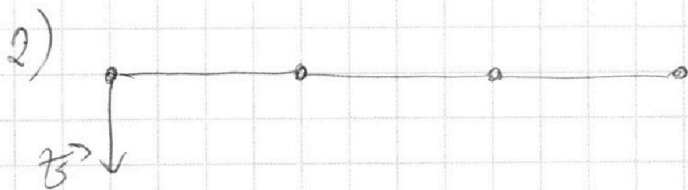
$$T = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left( 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{q^2 (2\sqrt{2} + 1)}{8\sqrt{2} \pi \epsilon_0 a^2}$$

$$|q| = \sqrt{\frac{8\sqrt{2} \pi \epsilon_0 T a^2}{2\sqrt{2} + 1}}$$

суммарная сила равна

$$F_{\Sigma} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left( \sqrt{2} + \frac{1}{2} \right)$$

и направлена по биссектрисе  
угла куба



Буду рассматривать  
крайний (верхний)  
шарик

в начальном состоянии:

$$W^n = 2W_1^n + W_2^n \quad \left( W^n - \text{потенциальная энергия системы шариков, индексы 1 и 2 аксиоматичны - такие же в п.4} \right)$$

$$W^n = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a\sqrt{2}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left( 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Во 2 случае суммарная энергия будет равна

$$E_{\Sigma} = \frac{mv^2}{2} + W_a^n + W_{2a}^n + W_{3a}^n, \text{ где } W_a^n, W_{2a}^n, W_{3a}^n \text{ обозначают расстояния между шариками}$$

$$E_{\Sigma} = \frac{mv^2}{2} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$$

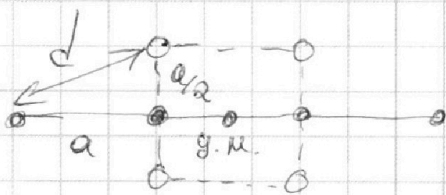
По закону сохранения энергии  $E_{\Sigma} = W^n$

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \cdot \frac{11}{6} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$v = q \sqrt{\frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{\sqrt{2}}}{2\pi\epsilon_0 a m}}$$

3) система зарядов изоморфна, поэтому общий центр масс не изменит свои координаты



$$d = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} \sqrt{5}$$

Ответ: 1)  $|q| = \sqrt{\frac{8\sqrt{2} \pi \epsilon_0 a \Gamma}{2\sqrt{2} + 1}}$

2)  $v = q \sqrt{\frac{4/6 + 4/\sqrt{2}}{2\pi\epsilon_0 a m}}$

3)  $d = \frac{a}{2} \sqrt{5}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

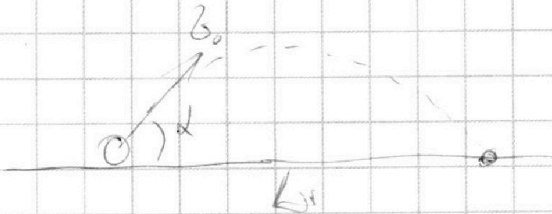
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

11



$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$x = L$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$y = 0$$

$$v_0 \sin \alpha t = \frac{gt^2}{2} \quad t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{\sin 90^\circ}} = \sqrt{200}$$



$$t = \frac{2v_0 \sin \beta}{g}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g}$$

$$\sin^2 \beta = \frac{2gH}{v_0^2}$$

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{2gH}}{v_0} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 36}{200}} =$$

$$= \sqrt{0,36} = 0,6$$

$$\cos \beta = 0,8$$

$$\sin 2\beta = 2 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 0,96$$

$$S = x(t = \frac{2v_0 \sin \beta}{g}) = v_0 \cos \beta \cdot \frac{2v_0 \sin \beta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g} =$$

$$= \frac{200 \cdot 0,96}{20} = 9,6 \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

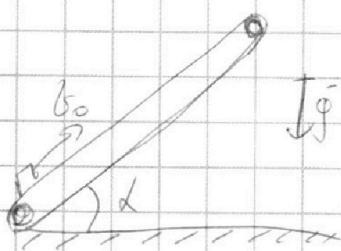
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N2

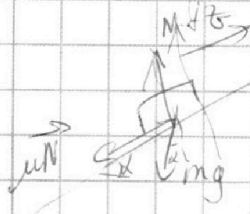
1)



$$\sin \alpha = 0,6 \quad \beta_0 = 60^\circ$$

$$\mu = 0,5$$

$$\cos \alpha = 0,8$$



$$Ox: ma = \mu N + mg \sin \alpha$$

$$Oy: N = mg \cos \alpha$$

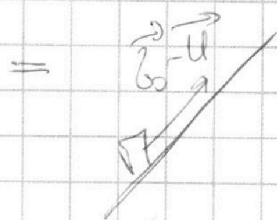
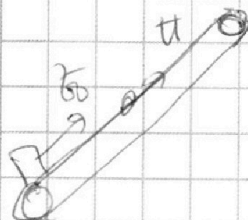
$$ma = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$S = \beta_0 t - \frac{at^2}{2} = \beta_0 t - \frac{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)t^2}{2}$$

$$= 6 \cdot 1 - \frac{10(0,5 \cdot 0,8 + 0,6) \cdot 1}{2} = 6 - 5 = \underline{1 \text{ м}}$$

2)



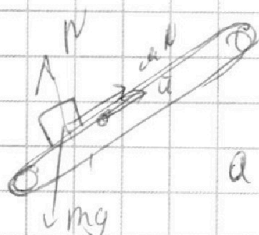
$$\Delta S = \beta_0 T_1 - \frac{a T_1^2}{2} = 3 - \frac{10 \cdot 0,25}{2} = 1,75 \text{ м}$$

$$a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = g$$

$$T_2 = \frac{\beta_0 - a}{a} = \frac{\beta_0 - a}{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = \frac{6 - 1}{10(0,5 \cdot 0,8 + 0,6)} = 0,5 \text{ с}$$

$$= 0,5 \text{ с}$$

3)



$$mg \sin \alpha = 6 \text{ м}$$

препятствия  $\mu N = \mu mg \cos \alpha = 4 \text{ м} \Rightarrow$  телоскочивает  
откосом. Петяша

$$a = 2 \frac{4}{6} \Rightarrow \Delta t = 0,6 \text{ с}$$

$$\Delta S = ut - \frac{at^2}{2} = 0,5 - 0,18 = 0,25 \text{ м}$$

$$2L = S = 1,75 + 0,25 = 2 \text{ м}$$



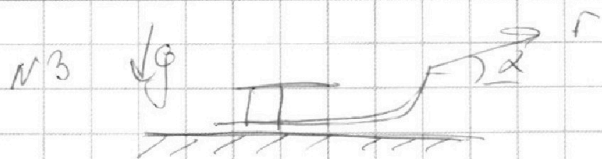
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$K = A_F - |A_{\text{тр}}|$$

$$A_F = F \cdot S_1 \cdot \cos \alpha$$

Из уравнения

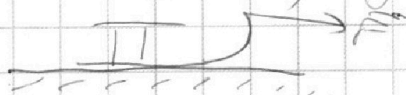
$$|A_{\text{тр}}| = \mu N S_2 =$$

$$mg = F \sin \alpha + N$$

$$= \mu (mg - F \sin \alpha) S_2$$

$$N = mg - F \sin \alpha$$

$$K = F S_1 \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) S_2 = F S_1 (\sin \alpha + \cos \alpha) - \mu mg S_2$$



$$K = A_F - |A_{\text{тр}}|$$

$$A_F = F S_1$$

Из уравнения

$$|A_{\text{тр}}| = \mu N S_2 = \mu mg S_2$$

$$mg = N$$

$$K = F S_1 - \mu mg S_2$$

$$S_1 = S_2$$

$$F S (\sin \alpha + \cos \alpha) - \mu mg S = F S - \mu mg S$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$F \cos \alpha = \mu (mg - F \sin \alpha)$$

$$F = \mu mg$$

$$S = \frac{2k}{2a}$$

$$S = \frac{2k}{2ma} = \frac{k}{ma} = \frac{k}{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg} = \frac{k}{F - \mu mg}$$

$$a_1 = \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg}{m}$$

$$a_2 = \frac{F - \mu mg}{m}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$F = \frac{k}{S} + \mu mg$$

$$\left(\frac{k}{S} + \mu mg\right) (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) S - \mu mg S = k$$

$$\frac{k}{S} (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) + \mu mg (\mu \sin \alpha + \cos \alpha - 1) = \frac{k}{S}$$

$$\mu mg (\mu \sin \alpha + \cos \alpha - 1) = \frac{k}{S} (1 - \mu \sin \alpha - \cos \alpha)$$

~~$$\mu mg = -\frac{k}{S}$$~~

~~$$k = -\mu mg S$$~~

$$\mu^2 mg \sin \alpha + \mu mg (\cos \alpha - 1) + \mu \frac{k}{S} \sin \alpha = \frac{k}{S} (1 - \cos \alpha)$$

$$\mu^2 mg \sin \alpha + \mu \left( mg (\cos \alpha - 1) + \frac{k}{S} \sin \alpha \right) - \frac{k}{S} (1 - \cos \alpha) = 0$$

$$D = m^2 g^2 (1 - \cos \alpha)^2 + \frac{k^2}{S^2} \sin^2 \alpha + 2 mg \frac{k}{S} \sin \alpha (\cos \alpha - 1) + 4 mg \frac{k}{S} \sin \alpha (1 - \cos \alpha) =$$

$$= \left( mg (\cos \alpha - 1) - \frac{k}{S} \sin \alpha \right)^2$$

$$\mu = \frac{-mg (\cos \alpha - 1) - \frac{k}{S} \sin \alpha \pm mg (\cos \alpha - 1) \pm \frac{k}{S} \sin \alpha}{2mg \sin \alpha}$$

$$\mu = \frac{-2mg (\cos \alpha - 1)}{2mg \sin \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{k}{mg} \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{k^2}{2\mu g} = \frac{2k}{2\mu g} = \frac{k}{\mu g} = \frac{k}{mg \frac{1}{2}} = \frac{k \sin \alpha}{mg (1 - \cos \alpha)}$$

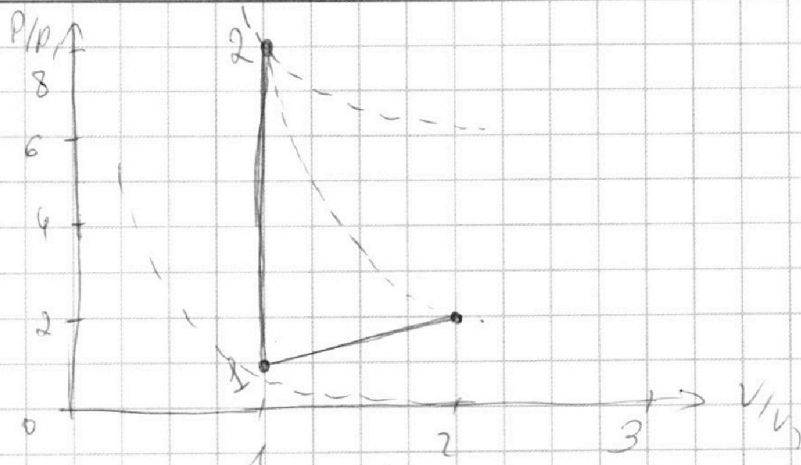
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~$\rho = \frac{m}{V}$~~      $\rho = \frac{A}{Q_1}$

поперечная

$\rho V^n = const$      $\rho = \frac{c}{V}$      $V^n = \frac{c}{\rho}$

$dU = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} ((p+dp)(V+dV) - pV) =$   
 $= \frac{3}{2} (p dV + V dp) = \frac{3}{2} p dV (1-n)$

$V^n dp + p n V^{n-1} dV = 0$

$\partial A = p dV$

$V dp + n p dV = 0$

~~$dQ = p dV$~~

$V dp = -n p dV$

$dQ = p dV \left( \frac{5}{2} - \frac{3}{2} n \right) =$

$\partial RT = pV$

$\partial RT = p dV + V dp =$

$= \frac{\partial R dT}{2} \frac{5-3n}{1-n} =$

$= p dV (1-n)$

$= \frac{\partial R dT}{2} \left( 3 + \frac{2}{1-n} \right) =$

$p dV = \frac{\partial R dT}{1-n}$

$= \partial R dT \left( \frac{3}{2} + \frac{1}{1-n} \right)$

1) изобара

$pV^0 = const$

$C = \frac{5}{2}$

$C = \frac{3}{2} + \frac{1}{1-n}$

2) изохора

$p = \frac{c}{V^0} \quad C = \frac{3}{2}$

4) адиабата

3) изотерма

$p = \frac{c}{V} \quad C \rightarrow \infty$

$pV^{\infty} = const \quad C = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$c = \frac{3}{2} + \frac{1}{1-n}$$

2 → 3

$$c = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{1-n} = -1 \quad n = 2 \quad \rho \sim \frac{1}{v^2}$$

3 → 1

$$c = 2 \Rightarrow \frac{1}{1-n} = \frac{1}{2} \quad n = -1 \quad \rho v^2 = \text{const}$$

$$\frac{\rho}{v} = \text{const} \Rightarrow \rho = A v$$
$$A = -\frac{3}{2} \rho_1 v_1 = \frac{\rho_1 + \rho_3}{2} \cdot (v_3 - v_1) =$$
$$= \frac{A(v_3 + v_1)}{2} \cdot (v_3 - v_1) = \frac{3}{2} A v_1^2$$
$$v_3^2 - v_1^2 = +3v_1^2$$
$$v_3^2 = 4v_1^2$$
$$v_3 = 2v_1$$
$$\rho_3 = 2\rho_1$$

~~$$8\rho_1 \cdot v_1^2 = 2\rho_1$$~~

$$c = 8\rho_1 v_1^2$$

$$\rho = \frac{8\rho_1 v_1^2}{v^2}$$

$$A_{23} = \int_{v_1}^{2v_1} \frac{8\rho_1 v_1^2}{v^2} \cdot dv = 8\rho_1 v_1^2 \int_{v_1}^{2v_1} \frac{dv}{v^2} =$$

$$= 8\rho_1 v_1^2 \int_{v_1}^{2v_1} v^{-2} dv =$$

$$\int x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$= 8\rho_1 v_1^2 \left( -\frac{1}{v} \right) \Big|_{v_1}^{2v_1} = 8\rho_1 v_1^2 \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{2v_1} \right) = 4\rho_1 v_1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2 → 3

$$U_2 = \frac{3}{2} \cdot RT \quad (V = 1 \text{ моль})$$

$$U_3 = \frac{3}{2} RT$$

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} R \cdot 4T_1 = 6RT_1$$

$$\frac{A_{23} + 6RT_1}{RT_1} = 0,5$$

$$\frac{A_{23}}{RT_1} + 6 = 0,5$$

$$A_{23} = -5,5 RT_1$$

$$A_{23} = -5,5 p_1 V_1$$

3 → 1

$$T_3 = 4T_1$$

$$T_1 = T_2$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} 2R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} R \cdot (-3T_1) = -\frac{9}{2} RT_1$$

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{Q_{31}}{\Delta T_{31}} = \frac{Q_{31}}{-3T_1} = 2R$$

$$Q_{31} = -6RT_1 = A_{31} \neq -\frac{9}{2} RT_1 \neq$$

$$\cancel{A_{31} = 10,5 RT_1} \quad A_{31} = -1,5 RT_1$$

$$A_{31} \text{ в кельвинах} = 1,5 RT_1 = 1,5 \cdot 100 \text{ К} \cdot 8,31 =$$

$$= 1,5 \cdot 831 = 1246,5 \text{ Дж}$$

$$2RT_1 = p_1 V_1 = RT_1$$

$$A_{31} = -1,5 p_1 V_1$$

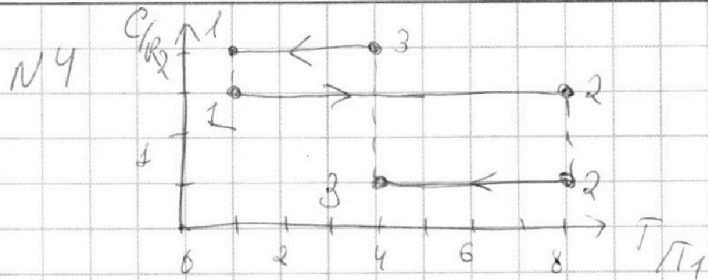
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$R = 8,31$   
 $T_1 = 200K$

$l \rightarrow 2 \quad c = \frac{3}{2}R \rightarrow$  изохорный процесс

$v = \text{const } l$   
 $T_2 = 8 T_1$   
 $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

$c = \frac{dQ}{dT}$  (при  $D = 1 \text{ mole}$ )

$Q = A + \Delta U$

$\Delta U = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) =$   
 $= \frac{3}{2}(p_1 V_1 (8 - 1)) =$   
 $= \frac{3}{2} p_1 V_1 (8 - 1) = \frac{3}{2} p_1 V_1 (7)$

$p_2 = 8 p_1$

$= \frac{3}{2} p_1 V_1 (8 - 1) = \frac{3}{2} p_1 V_1 (7)$

$dQ = \partial A + dU$

$dU = \frac{3}{2} p_1 V_1 dT$

1) изобара  $Q = p_1 V_1 + \frac{3}{2} p_1 V_1 = \frac{5}{2} p_1 V_1 = \frac{5}{2} p_1 V_1$   
 $c = \frac{5}{2} R$

2) изохора  $c = \frac{3}{2} R$

3) изотерма  $\Delta U = 0 \quad p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad c = \infty$

4) адiabата  $pV^\gamma = \text{const}$   
 $\frac{d(pV^\gamma)}{dV} + \frac{d(pV^\gamma)}{dp} = 0$   
 $\frac{d(pV^\gamma)}{dV} = -\gamma pV^{\gamma-1}$   
 $\frac{d(pV^\gamma)}{dp} = V^\gamma$   
 $V^{\gamma-1}/(V + \gamma p) = 0$   
 $c = 0$

5) политропа  $pV^n = \text{const} \quad V^n = \frac{c}{p}$   
 $\frac{d(pV^n)}{dV} + \frac{d(pV^n)}{dp} = 0$   
 $\frac{d(pV^n)}{dV} = -n pV^{n-1}$   
 $\frac{d(pV^n)}{dp} = V^n$   
 $\frac{dU = p dV + V dp}{pV^n} = 0$   
 $dU = p dV + V dp$

$A_{12} = \int_{V_2}^{V_1} p(V) dV = -5,5 p_1 V_1$   
 $p(V) dV = (-5,5 p_1 V_1)'$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

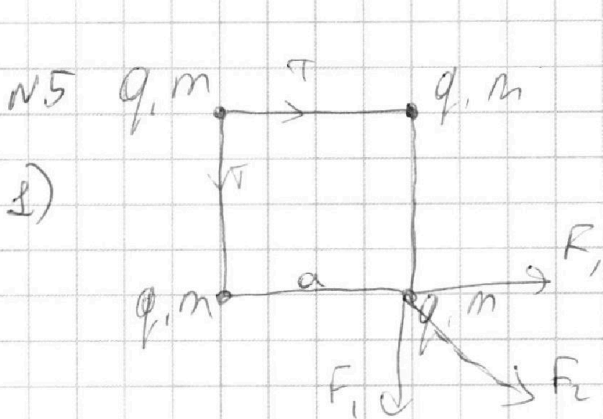


$$Q_1 = Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2} (8\rho, V_1 - \rho, V_1) = \frac{21}{2} \rho, V_1$$

$$A_y = (A_{23} - |A_{12}|) = 4\rho, V_1 - 1,5\rho, V_1 = 2,5\rho, V_1$$

$$A_{12} = \frac{3}{2} \rho, V_1$$

$$D = \frac{A_y}{Q_1} = \frac{2,5 \rho, V_1}{21/2 \rho, V_1} = \frac{5}{21}$$



$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{2a^2}$$

$$F_{\Sigma} = 2F_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} F_2 =$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left( \sqrt{2} + \frac{1}{2} \right) = \sqrt{2}$$

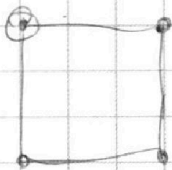
$$T = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left( 2 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \approx =$$

$$q = \frac{q^2}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a^2 (2\sqrt{2} + 1)}$$

$$q = a \sqrt{\frac{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 T}{2\sqrt{2} + 1}}$$

2)

излучающая:



$$W^n = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left( 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.


Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Когда выключено:



$$C_{\Sigma} = \frac{mg^2}{2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{2a} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{3a} =$$

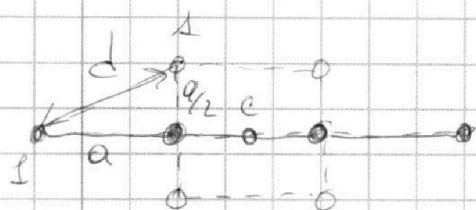
$$= \frac{mg^2}{2} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = W^n$$

$$\frac{mg^2}{2} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \cdot \frac{11}{6} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left( 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\frac{mg^2}{2} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a} \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$g = q \sqrt{\frac{1/6 + 1/\sqrt{2}}{2\pi\epsilon_0 ma}}$$

3) Т.к. система изолирована, то центр масс останется на месте



$$d = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} \sqrt{5}$$