

Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-01

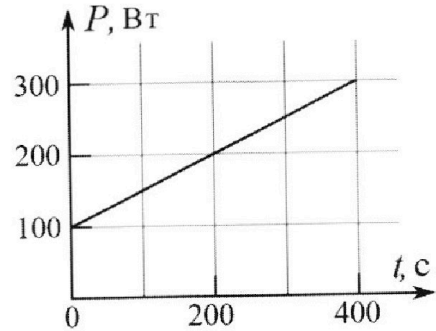
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.

4. Воду нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 14^\circ\text{C}$, объем воды $V = 2$ л. Сопротивление спирали электроплитки $R = 20$ Ом, сила тока в спирали $I = 5$ А.

Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

- 1) Найдите мощность P_H нагревателя.
- 2) Через какое время T после начала нагревания температура воды станет равной $\tilde{t}_1 = 25^\circ\text{C}$?

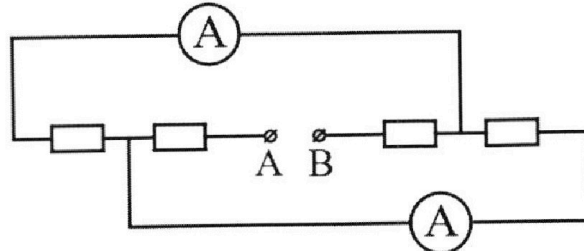
Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C).



5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 20 Ом, у двух других сопротивление по 40 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Меньшее показание $I_1 = 1$ А.

- 1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
- 2) Найдите напряжение U источника.





Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

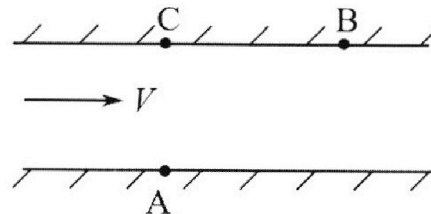
В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V – неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 70$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 240$ м.

Продолжительность первого заплыва $T_1 = 192$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 417$ с.

- 1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отчета в первом и втором заплывах.
- 2) Найдите скорость U пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос минимальный.

- 3) Найдите продолжительность T третьего заплыва.



2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой мяч падает на площадку. Наибольшая высота, на которой находится мяч в полете, $H = 16,2$ м.

Расстояние от точки старта до стенки в 5 раз больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

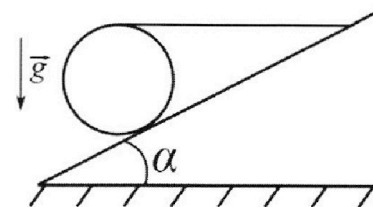
- 1) На какой высоте h происходит соударение мяча со стенкой?
- 2) Найдите продолжительность t_1 полета мяча от старта до соударения со стенкой.

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на той же высоте h , стенка движется навстречу мячу со скоростью $U = 2$ м/с.

3) Найдите расстояние d между точками падения мяча на площадку в случаях: стенка покоится, стенка движется.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный шар массой $m = 3$ кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к шару в его наивысшей точке. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$.



- 1) Найдите силу T натяжения нити.
- 2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на шар.
- 3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения шар будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

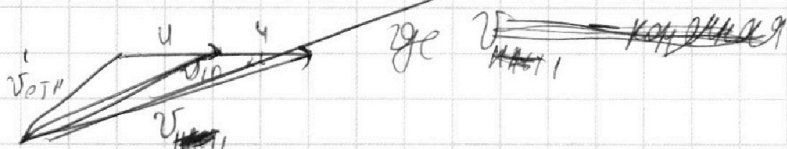
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



v_1

Изобразим векторы скорости в первом замке:

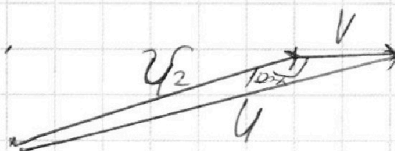
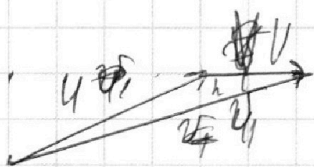


Поскольку трос все время движется прямолинейно,

$$\text{то } v_1 = \frac{\sqrt{L^2 + L^2}}{t} \quad v_2 = \frac{\sqrt{0^2 + L^2}}{t}$$

$$v_1 = \frac{250}{192} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{125}{96} \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad v_2 = \frac{250}{417} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Изобразим векторы скорости в первом ^{втором} замке:



Затем теорема косинусов для двух треугольников:

$$v_1^2 = u^2 + v_2^2 - 2uv_2 \cos \alpha$$

$$u^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos(180^\circ - \alpha)$$

Рассмотрим $\triangle ABC$; $\cos \angle ABC = \frac{BC}{\sqrt{BC^2 + AC^2}} = \frac{24}{25}$
 $\angle ABC = \alpha$

Решив эту систему получим ~~уравнения для~~
 u и v_1 .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

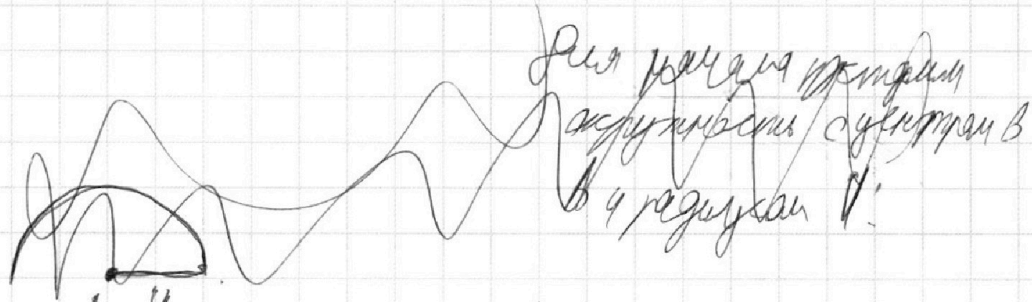
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

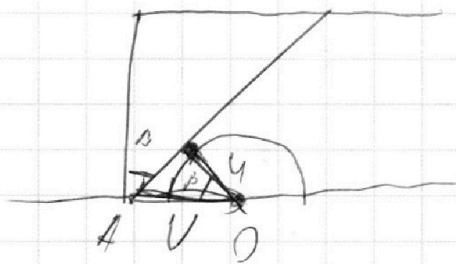
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Р.п. $V > 4$, то следует определить с параметром N_1 (предварком)



Для начала построим из A отрезок равный V,



Далее наши траектории
должны проходить через
A и точку на окружности

Известно, что минимальный спос будет достигнут
тогда, когда наша траектория — касательная к
окружности.

Погда $\angle \beta$ будет равен $\angle KAC$.

$$\text{Соответственно, } T = \frac{d}{v \sin \beta} = \frac{150 \cdot 40}{429} = \frac{25.70}{24.4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2

Восстановимся методом отражений: так как удар абсолютно упругий, то зеркально отображив траекторию удара относительно стены, мы получим траекторию удара такую же, как если бы тело двигалось без препятствия:



П.н. по отражению зеркально, но $OM = MM' = \frac{OM}{n}$

Введём оси Ox и Oy и запишем законы движения на этих осях:

$$x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Пусть время полёта до стены — t_1 ; после — t_2 .

П.н. $\frac{OM}{MM'} = n$; но $\frac{v_0 \cos \alpha \cdot t_1}{v_0 \cos \alpha \cdot t_2} = n \Rightarrow t_1 = n t_2$

Пусть общее время полёта $t = t_1 + t_2 = (n+1)t_2$. Высота точки траектории достигается $\frac{gt^2}{2} = \frac{gt}{2}$:

$$h = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = \frac{gt}{2} \Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$h = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0 \sin \alpha \cdot 2v_0 \sin \alpha}{n+1} - \frac{g \cdot \frac{4v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2}}{2(n+1)^2} = \frac{2v_0^2 \sin^2 \alpha}{2(n+1)} - \frac{2v_0^2 \sin^2 \alpha}{2(n+1)^2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2(n+1)} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



С другой стороны N_2 (уравнение 1)

$$M = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$h = \frac{v_0 \sin \alpha t}{n+1} - \frac{g t^2}{2(n+1)^2}$$

Умножив, что $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$:

$$h = \frac{2v_0^2 \sin^2 \alpha}{g(n+1)} - \frac{2v_0^2 \sin^2 \alpha}{g(n+1)^2} = \frac{2v_0^2 \sin^2 \alpha}{g(n+1)} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$$

Из этого уравнения:

$$\frac{M}{h} = \frac{n+1}{1 - \frac{1}{n+1}} = \frac{6}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{36}{5} = 7,2$$

$$h = \frac{M}{7,2} = \frac{16,2}{7,2} = \frac{5,27 \cdot 0,6}{3,6} = \frac{9 \cdot 9}{9 \cdot 4} = \frac{9}{4} = 2,25 \text{ м}$$

$$h = 2,25$$

Изобразим зависимость $y(t)$:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$
$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2} = x \tan \alpha - \frac{g x^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

Пусть $a = \tan \alpha$
 $b = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$

Тогда $y(x) = ax - bx^2$

Подставив наши значения уравнения

$$\frac{a - bx_1}{a - bx_2} = \frac{3h}{h}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N_2 (продать) решение 4

ИИ, к. n -направляющая волна, то:

$$2Mg = v_1^2 \sin^2 \alpha$$

$$v_1 \sin \alpha = \sqrt{2Mg}$$

Мы знаем, что $\frac{t_1}{t} = \frac{5}{6}$ (т-все время)

$$t = \frac{v_1 \sin \alpha}{g}$$

$$t_1 = t \cdot \frac{5}{6} = \frac{v_1 \sin \alpha \cdot 5}{3g} = \frac{5 \sqrt{2Mg}}{3g}$$

$$t_1 = \frac{5 \cdot 18}{3} = 5 \cdot 6 = 30 \text{ с}$$

Поскольку удар ^{массивной} о стержень абсолютно упругий,
то обратительная скорость остается неизмен-
ной, ИИ. у стержня ~~только~~ только горизонтальная
скорость, но вертикальная составляющая скорости
не изменится, а значит не изменится и время

двигателя после соударения ($m, n, h = \text{const}$)

заметим равенство относительных скоростей:

$$v_{1r} + u = v_{1l} - u; \text{ где } v_{1r} - \text{накальная горизонтальная скорость}$$

$v_{1l} - \text{накальная горизонтальная скорость}$

$$v_{2r} = v_{1r} + 2u$$

$$d = v_{2r} t_2 - v_{1r} t_2 = t_2 (v_{2r} - v_{1r}) = 2u t_2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 (продолжение 3)

$$\frac{t_2}{t_1} = n$$

~~Омметра Омметра~~ $d = 24$, $\frac{t_1}{n} = \frac{24 + t_1}{n}$

$$d = \frac{24t_1}{n} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 30}{5} = 24 \text{ м}$$

Омметр: 1. $h = 2,25 \text{ м}$
2. $t = 30 \text{ с}$
3. $d = 24 \text{ м}$

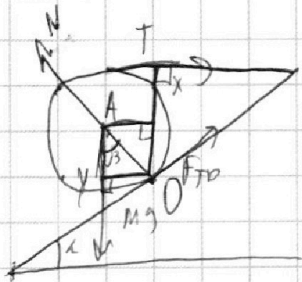
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3
Рассмотрим момент сил
действующих на тело относительно
оси, проходящей через точку O
перпендикулярно плоскости рисунка.

Пусть радиус шара — R :

(1) $M_T = OX \cdot T$; где M_T — момент силы натяжения нити

(2) $M_{mg} = OY \cdot mg$; M_{mg} — момент силы тяжести

Так как момент силы реакции опоры и ~~силы трения~~
проходят через O, то условие равновесия:

(3) $M_T = M_{mg} \Rightarrow OX \cdot T = OY \cdot mg$

Рассмотрим OX:

(4) $OX = R + R \cos \beta = R(1 + \cos \beta)$

Но OX и OY перпендикулярны поверхности
плоскости и ~~вдоль~~ поверхности земли $\Rightarrow \beta = \alpha$

Рассмотрим OY:

(5) $OY = R \cdot \sin \beta = R \sin \alpha$

Заменим (3) с учетом (4) и (5) и $\alpha = \beta$:

$$T \cdot (1 + \cos \alpha) R = mg \cdot \sin \alpha R$$

$$T = mg \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N_3 (проект.)

Используя основное тригонометрическое тождество:

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - 0,6^2} = \sqrt{0,8} = 0,8$$

$$T = mg \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{0,6}{1 + 0,8} = mg \frac{0,6}{1,8} = \frac{mg}{3} = 10 \text{ Н}$$

~~Значит~~ Так как тело покоится, то сумма сил действующих на тело равна нулю.

Заменим проекции сил на ось, ~~совпадающую~~ образующую угол α с горизонтальной проекцией, ~~св~~.

$$F_{TP} + T \cos \alpha = mg \sin \alpha$$

$$F_{TP} = mg \sin \alpha - T \cos \alpha = mg \cdot 0,6 - \frac{mg}{3} \cdot 0,8 = mg \left(\frac{1,8}{3} - \frac{0,8}{3} \right) = \frac{mg}{3}$$

$$F_{TP} = 10 \text{ Н}$$

равенство

Заменим проекции сил на ось, перпендикулярную к ней, что мы рассмотрим ранее:

$$N = T \sin \alpha + mg \cos \alpha = \frac{mg}{3} \cdot 0,6 + mg \cdot 0,8 = mg(0,2 + 0,8) = mg$$

$$N = 30 \text{ Н}$$

Так как предельное значение силы трения $= \mu N$,

$$\mu \geq \frac{F_{TP}}{N}$$

$$\mu \geq \frac{10}{30}$$

$$\mu \geq \frac{1}{3}$$

1. $T = \frac{mg}{3} = 10 \text{ Н}$

2. $N = \frac{mg}{3} = 10 \text{ Н}$

3. $\mu \geq \frac{1}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



M_4

Можно считать, выделяющаяся на проводнике
вычисляется по простой формуле; $P = I^2 R$

$$P_n = I^2 R = 20 \cdot 5 = 500 \text{ Вт}$$

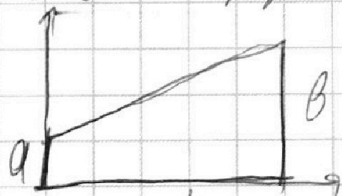
Чтобы рассчитать, за какое время вода нагреется,
надо получить зависимость потерь, отсюда в
окружающую среду от времени.

Она рассчитывается как площадь под графиком
 $P(t)$. Это как ~~на~~ функция линейная, по формуле
под графиком - трапеция.

$$S_{\text{тр}} = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Заметим, что а в формуле площади это $P(0)$ а $b - P(t)$

$$h = t;$$



$$\text{Выразим } S(t); S(t) = \frac{100 \text{ Вт} + \left(500 \text{ Вт} + \frac{200 \text{ Вт}}{4000} \right) \cdot t}{2} =$$

$$= \left(100 + \frac{t}{4} \right) t$$

Заменим равенство потерь:

$$Q_{\text{нагр}} = \cancel{S_{\text{тр}}} + Q_{\text{пот}}; \text{ где } Q_{\text{нагр}} - \text{теплота, отданная нагревателю}$$

$$Q_{\text{пот}} - \text{теплота, отданная в окр. среду}$$

$$m - \text{масса воды}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $P_{\text{нагр}} = P_{\text{ч}} T$ (крат.)

$$P_{\text{нагр}} = S(T)$$

$$m = V \rho$$

И.е.

$$P_{\text{ч}} T = c V \rho (\tilde{T}_1 - \tilde{T}_2) + S(T)$$

$$500 T = 11.4200 \cdot 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 100 T + \frac{T^2}{4}$$

$$T^2 - 1600 T + 22.4200 = 0$$

~~Сначала возьмем мкА~~

$$T = \frac{1600 \pm \sqrt{1600^2 - 22.4200 \cdot 4}}{2}$$

Стоит брать меньший корень, так зависимость $(T) \rightarrow$ выглядит $(T) \rightarrow$, где начальная часть графика является параболой, то есть в определенной момент она начнет уменьшаться, но в реальности этого не произойдет.

$$T = \frac{1600}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{22.42}{1600^2}} \right) = 800 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{22.42}{6400}} \right) = 800 \left(1 - \frac{\sqrt{6400 - 22.42}}{80} \right)$$

$$T = 800 - 260 = 540 \text{ (K)}$$

Ответ: 1. $P_{\text{ч}} = 500 \text{ Вт}$
2. $T = 540 \text{ К}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

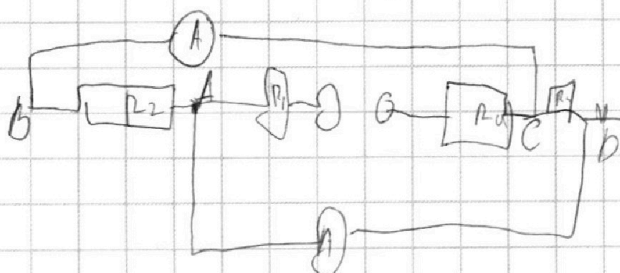
1 2 3 4 5 6 7



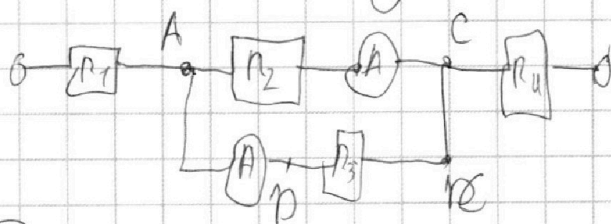
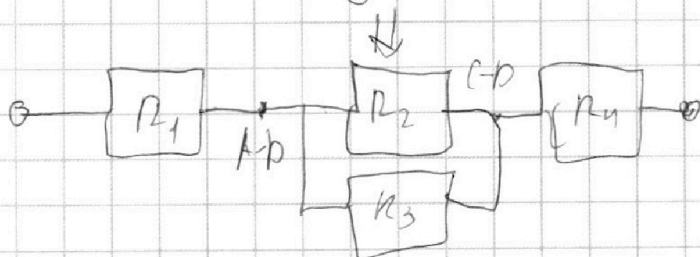
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5



Преобразуем
схему и линейную
вниз:



Поскольку показания амперметров равны, то $R_2 \neq R_3$, пусть $R_2 > R_3$. Так как они соединены параллельно, то $R_2 I_x = R_3 I_y$ (I_x и I_y — ток через R_2 и R_3 соответственно). Следовательно $I_y > I_x$. Но мы знаем, что $I_x = I_1 = 1 \text{ A}$.

Если $R_2 > R_3$, то $R_2 = 40 \text{ Ом}$, а $R_3 = 20 \text{ Ом} \Rightarrow \frac{R_2}{R_3} = 2$

Так $\frac{R_2}{R_1} = 2$ и $\frac{R_2}{R_3} = \frac{I_y}{I_x} \Rightarrow I_y = 2I_x = 2I_1 = 2 \text{ A}$

Итак, ток, который покажет второй амперметр —

$I_2 = I_y = 2 \text{ A}$

П.ч. R_1 и R_4 соединены последовательно, а у одного сопротивления 40 Ом, а у второго — 20 Ом, то их общее сопротивление неизменно и равно $R_1 + R_4 = 20 \text{ Ом} + 40 \text{ Ом} = 60 \text{ Ом}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5 (продолж.)

Так как через R_1 и R_2 протекает одинаковый ток $- I_x + I_y = 3A$, то напряжение на них:

$$U_{1-4} = (I_x + I_y)(R_1 + R_2) = 3A \cdot 60 \Omega = 180V$$

Напряжение на резисторе равно ~~на~~ между собой

и составляем $U = R_2 \cdot I_x = 1A \cdot 90 \Omega = 90V$

$$U = U_{1-4} + U = 180V + 40V = 220V$$

$$U = 220V$$

Ответ: 1. $I_2 = 2A$
2. $U = 220V$

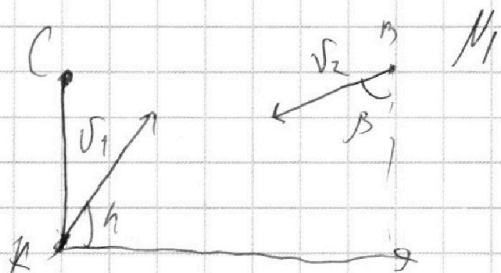
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим первый закон:

(1) $V_1 \cos \alpha + V = \frac{L}{T_1}$; где V — скорость течения
 α — угол с берегом

(2) $V_1 \sin \alpha = \frac{d}{T_1}$

Рассмотрим второй закон:

(3) $V_2 \cos \beta = \frac{d}{T_2}$; где β — угол между направлением скорости и прямой перпендикулярной берегу

(4) $V_2 \sin \beta - V = \frac{L}{T_2}$

Далее запишем равенство относительных скоростей:

(5) $(V_1 \sin \alpha)^2 + (V_1 \cos \alpha - V)^2 = (V_2 \cos \beta)^2 + (V_2 \sin \beta + V)^2$

Пусть
 $V_1 \sin \alpha = A$
 $V_1 \cos \alpha = B$
 $V_2 \sin \beta = C$
 $V_2 \cos \beta = D$

Получим: $\begin{cases} A = \frac{d}{T_1} \\ B = \frac{L}{T_1} - V \\ C = \frac{L}{T_2} + V \\ D = \frac{d}{T_2} \end{cases}$ и $A^2 + B^2 - C^2 - D^2 = 2V(B+C)$

Подставим в полученное уравнение в (5):

$(\frac{d}{T_1})^2 + (\frac{L}{T_1})^2 + V^2 - 2V \frac{L}{T_1} - (\frac{L}{T_2})^2 - V^2 - 2V \frac{L}{T_2} - \frac{d^2}{T_2^2} = 2V(\frac{L}{T_1} + \frac{L}{T_2})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\left(\frac{L}{T_1}\right)^2 - \left(\frac{L}{T_2}\right)^2 + \left(\frac{d}{T_1}\right)^2 - \left(\frac{d}{T_2}\right)^2 = 4V \left(\frac{L}{T_1} + \frac{L}{T_2}\right)$$

$$4V = \frac{L^2 \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2}\right) + d^2 \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2}\right)}{\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right)} = (L^2 + d^2) \frac{T_2^2 - T_1^2}{T_1 T_2 (T_1 + T_2)}$$

$$= (L^2 + d^2) \cdot \frac{T_2 - T_1}{(T_2 + T_1) T_2 T_1}$$

$$V = \frac{5^4 \cdot 192}{31 \cdot 139 \cdot 192}$$

Далее решим систему:

$$A = \frac{40}{192}$$

$$B = \frac{40}{417}$$

$$B + V = \frac{240}{192}$$

$$C - V = \frac{240}{417}$$

~~$$A^2 + B^2 + V^2$$~~

$$A^2 + B^2 = V^2$$

$$B^2 = \left(\frac{240}{192} - V\right)^2$$

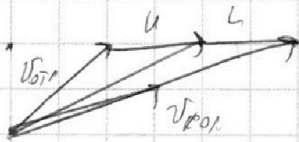
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

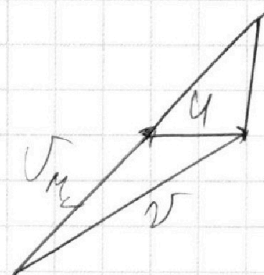
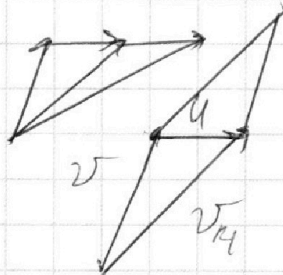


вс

чч

$$v_{\text{нор}1}^2 - 4 \cos \alpha v_{\text{нор}1} = v_{\text{нор}2}^2 + 4 \cos \alpha v_{\text{нор}2}$$

$$\frac{v_{\text{нор}1} - v_{\text{нор}2}}{4(v_{\text{нор}1} + v_{\text{нор}2})} = \frac{v_{\text{нор}1} + v_{\text{нор}2}}{4}$$



$$v_1^2 = v_2^2 + 2V^2 - 2Vv_2 \cos \alpha \cos \alpha$$

$$(v_1^2 - v_2^2 - 2V^2) = 4V^2 / (v_2^2 + V^2 + 2Vv_2 \cos \alpha) \cos^2 \alpha$$



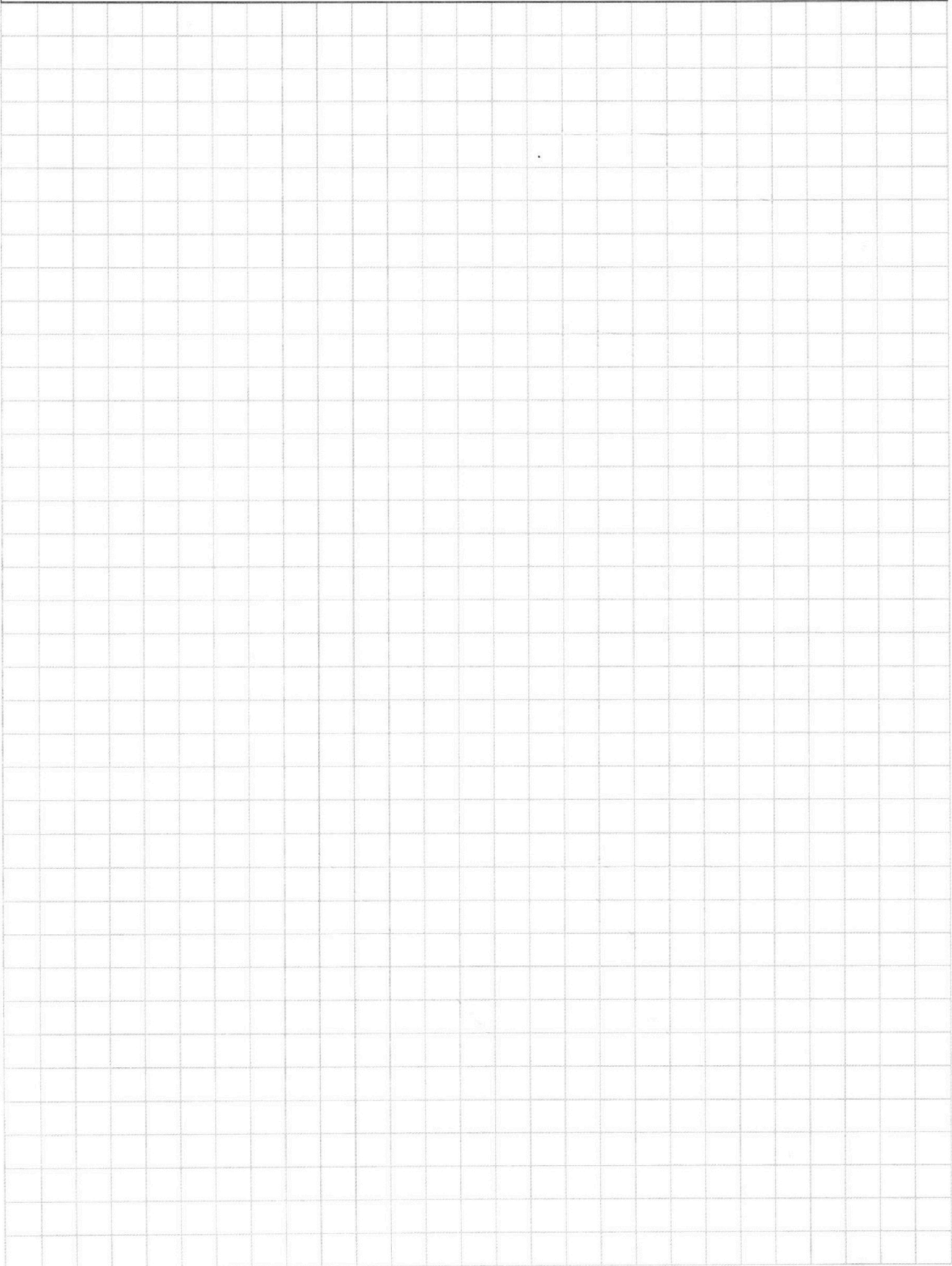
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 25 \\ \hline 96 \end{array}$$

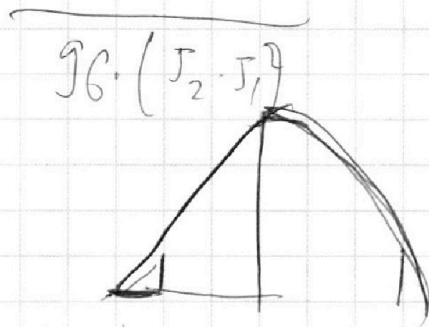
$$\begin{array}{r} 192 \\ 417 \\ \hline 609 \end{array}$$

$$3/203$$

$$\begin{array}{r} 25.45675 \\ \hline 96/203 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 137015 \mid 3 \\ -12 \\ \hline 17025 \\ -15 \\ \hline 2025 \\ -18 \\ \hline 225 \\ -20 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$2^6 \cdot 5^2 \cdot 19^2$$



$$\begin{array}{r} 192 \mid 2 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$78$$

$$\begin{array}{r} 417 \\ \hline 417 \\ \hline 2919 \\ 417 \\ \hline 1668 \\ \hline 13789 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ \hline 192 \\ \hline 2919 \\ 417 \\ \hline 1668 \\ \hline 179889 \\ 192 \\ \hline 35864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 173899 \\ -367864 \\ \hline 137025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45675 \mid 203 \\ \hline 908 \\ \hline 41475 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45675 \mid 203 \\ \hline 408 \\ \hline 5075 \\ -408 \\ \hline 1085 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 417 \mid 3 \\ \hline 139 \end{array}$$

$$214$$

$$324$$

$$324$$

$$\begin{array}{r} 324 \mid 3 \\ \hline 108 \\ \hline 54 \mid 2 \\ \hline 27 \mid 3 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

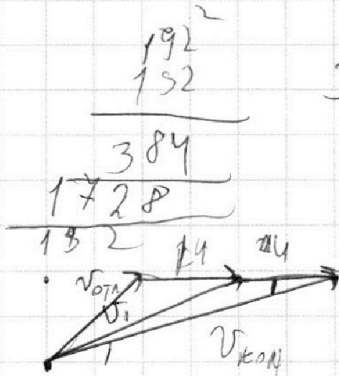
- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 417^2 \\ \times 417 \\ \hline 2919 \\ 417 \\ \hline 1688 \\ \hline 173889 \end{array}$$



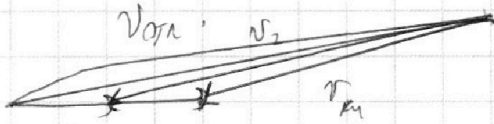
$$\begin{array}{r} 192^2 \\ 192 \\ \hline 384 \\ 1728 \\ \hline 192 \cdot 24 = 4608 \\ 36864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ 8 \\ \hline 1536 \\ 192 \\ \hline 3888 \\ 1344 \\ \hline 134025 \\ -1344 \\ \hline 2625 \end{array}$$

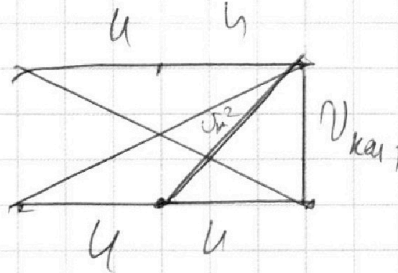
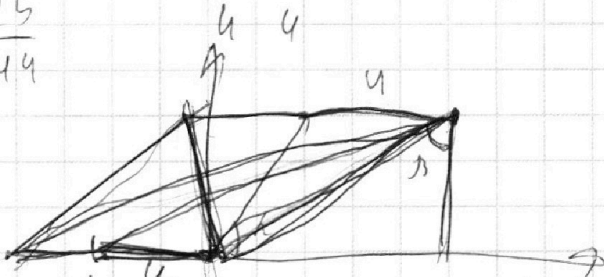
$$99 + 516$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ 417 \\ \hline 809 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 240 \end{array}$$



$$\frac{25}{44}$$



$$29M = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$M_{gr} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$t_1 = \frac{d}{v \sin \alpha}$$

$$t_2 = \frac{d}{v_2 \cos \beta}$$

$$t_1 = \frac{L}{v_1 \cos \alpha + 4}$$

$$t_2 = \frac{L}{v_2 \sin \beta - 4}$$

$$\left(\frac{v_2 \cos \beta}{v_1 \sin \alpha} \right)^2 + \left(\frac{v_2 \sin \beta + 4}{v_1 \cos \alpha + 4} \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{v_1 \sin \alpha}{v_2 \cos \beta} \right)^2 + \left(\frac{v_1 \cos \alpha + 4}{v_2 \sin \beta - 4} \right)^2$$

$$d \sqrt{v_1 \cos \alpha + 4} = L \sqrt{v_1 \sin \alpha}$$

$$A = \frac{d}{v_1 \sin \alpha}$$

$$B = \frac{L}{v_1 \cos \alpha + 4}$$

$$C = \frac{d}{v_2 \cos \beta}$$

$$E = \frac{L}{v_2 \sin \beta - 4}$$

$$A^2 + (B+4)^2 = C^2 + (E-4)^2$$

$$A^2 + B^2 - C^2 - E^2 = -2d4 - 2B4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

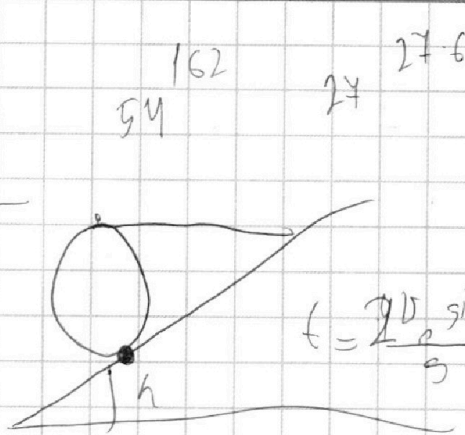
- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r}
 225 \\
 + 72 \\
 \hline
 440 \\
 1575 \\
 \hline
 1599 \\
 159
 \end{array}$$



$$N = \frac{v_0 \sin \alpha}{2g}$$

$$v_0^2 \sin^2 \alpha = 2gh$$

$$H = \frac{v_0 \sin \alpha}{2} - \frac{gt^2}{8}$$

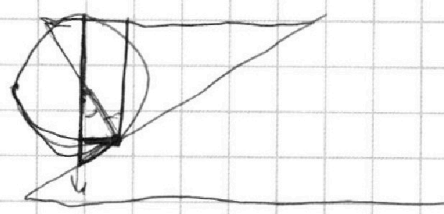
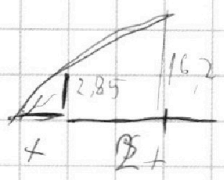
$$h = \frac{v_0 \sin \alpha}{(n+1)} - \frac{gt^2}{2(n+1)^2}$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

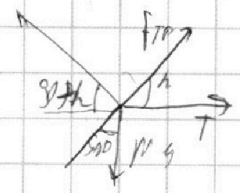
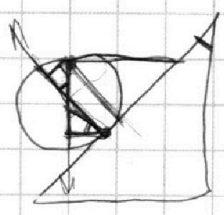
$$F_{TP} + T \cos \alpha = mg \sin \alpha$$

$$F_{TP} = mg \cdot 0.6 - \frac{mg}{3} \cdot 0.8$$

$$F_{TP} = mg \left(\frac{6}{10} - \frac{8}{30} \right) = mg \left(\frac{18-8}{30} \right) = \frac{mg}{3}$$



$$\mu = \frac{a^2}{2b} - \frac{b^2}{4a^2}$$



$$R \cos \alpha + mg = T (R + R \sin \alpha)$$

$$T = mg \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = mg \frac{0.6}{1 + 0.8} = mg \frac{6}{18} = \frac{mg}{3}$$

$$\cos \alpha = 0.6$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - 0.36} = 0.8$$

$$T \sin \alpha + mg \cos \alpha = N$$

$$\frac{mg}{3} \cdot 0.6 + mg \cdot 0.6 = N$$

$$N = mg \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{5} \right) = mg$$

$$R \sin \alpha + N = \frac{F_{TP}}{\mu \cos \alpha}$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{R \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1.8}{0.6} = 3$$

$$\mu = \frac{1}{3}$$

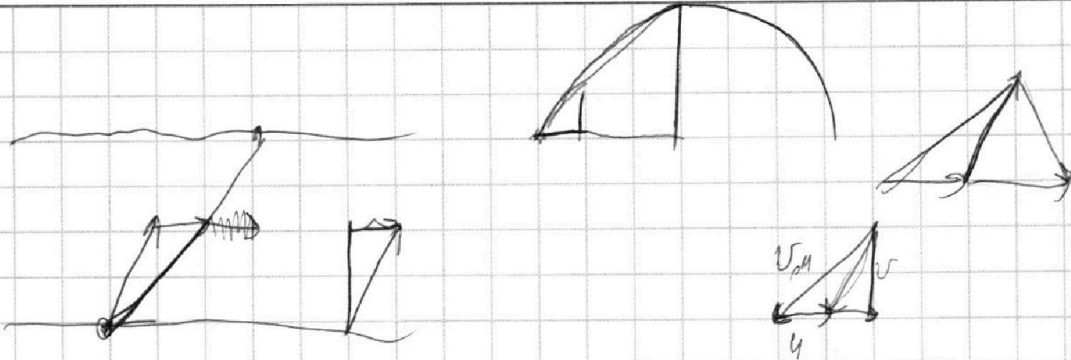
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

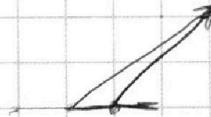
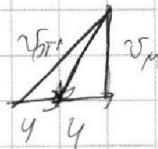
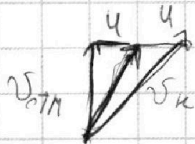
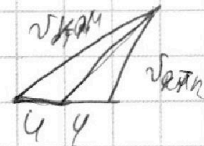
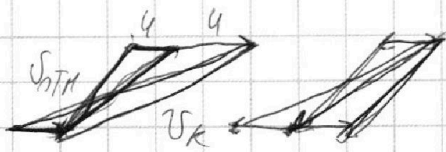
- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

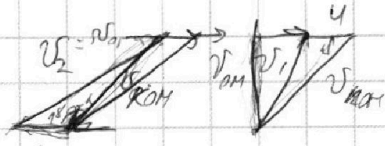
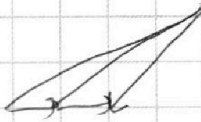
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$800 - 260 = 540$$



$$\left(1 - \frac{26}{80}\right) \cdot 800$$



$$1600$$

$$800 \neq \sqrt{160000 - 22 \cdot 4200}$$

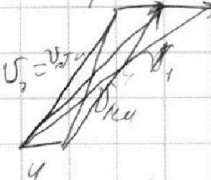
$$100(8 - \sqrt{6400 - 22 \cdot 4200})$$

$$800(1 - \sqrt{1 - \frac{840 + 84}{100}})$$

$$800(1 - \sqrt{1 - \frac{224}{8400}})$$

$$800(1 - \sqrt{\frac{8176}{80}})$$

$$5476$$



$$5476$$

$$2738$$

$$1369$$

$$13$$

