



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

МОТОЦИКЛИСТА

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 3^{11} \cdot 7^{11}, \quad bc = 3^{18} \cdot 7^{16}, \quad ac = 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = (3^{11} \cdot 7^{11} \cdot 3^{18} \cdot 7^{16} \cdot 3^{21} \cdot 7^{38})$$

$$(abc)^2 = (3^{50} \cdot 7^{65}), \quad (abc)^2 \geq 3^{50} \cdot 7^{65}$$

П.к. $(abc)^2$ — квадрат натурального числа,

то максимальная степень 7-ки, на

которую делится $(abc)^2$ должна быть чет-

ной. Значит $(abc)^2 \geq 3^{50} \cdot 7^{66}$

$abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33}$, — на наименьшее

значение abc это $3^{25} \cdot 7^{33}$.

Ответ: $3^{25} \cdot 7^{33}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $a+b \text{ НОД}(a, b) = 1$,
иначе $\frac{a}{b}$ — сократима.

Из этого следует, что $(a+b) \nmid a$ и

$$(a+b) \nmid b \text{ НОД}(a+b, a) = 1 \text{ и } \text{НОД}(a+b, b) = 1$$

по алгоритму Евклида.

$$a^2 - 8ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 10ab = (a+b)^2 - 10ab$$

Если мы можем сократить дробь на
наибольшее m , то это m должно делить
НОД(числителя и знаменателя $(a+b; a^2 - 8ab + b^2)$),
иначе m не наибольшее.

$$\text{НОД}(a+b; a^2 - 8ab + b^2) = \text{НОД}(a+b; (a+b)^2 - 10ab) = m$$

$$(a+b) \div m, (a+b)^2 \div m, \text{зт. } m \mid 10ab \div m$$

Заметим, что $\text{НОД}(a; a+b) = 1$, $\text{НОД}(b; a+b) = 1$

$\Rightarrow \text{НОД}(ab; a+b) = 1$. И-по НОД

$$m = \text{НОД}(10ab; a+b) \leq 10. \text{ И-по наибольшее}$$

$$m = 10. \text{ Пример: } a=1, b=9, a+b=10, a^2 - 8ab + b^2 =$$

$$= -10 \cdot 10, \text{НОД}(10; -10) = 10.$$

Ответ: 10.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4|x| \quad \text{возведем в обе части в квадрат}$$

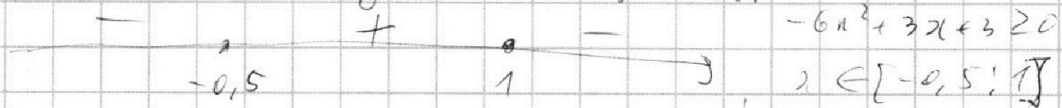
2x Попробим: $2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 4x^2 - 2x + 7$

$$-12x^2 + 6x + 6 = 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} \quad | : 2 \quad -6x^2 + 3x + 3 = \sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} \quad (1)$$

$$-6x^2 + 3x + 3 \geq 0, \text{ т.е. } \sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} \geq 0$$

$$-6x^2 + 3x + 3 \geq 0, \quad D = 9 + 18 \cdot 4 = 99, \quad D > 0 \quad \begin{cases} x = 1 \\ x = -0,5 \end{cases}$$

Решим методом интервалов:



~~Возведем в 2 степень в обе части, реш в квадрат~~

~~рам. попробим: $4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12 = 36x^4 - 18x^3 - 27x^2 +$~~

~~$+ 18x + 9, \quad 32x^4 - 14x^3 - 8x^2 + 23x - 3 = 0, \text{ подложим } x=1,$~~

~~$32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = (x-1)(32x^3 + 18x^2 - 20x + 3) = 0$~~

~~Рассмотрим уравнение: $32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 = 0$~~

~~Заметим, что при $x = -0,5$ это уравнение~~

~~уравнение заметим, что при $x < 0, \quad 18x^2 > |32x^3|,$~~

~~$-20x > 0, \quad 3 > 0, \quad \text{и значит } 32x^3 - 18x^2 - 20x + 3 > 0,$~~

~~при $x \geq 0$ при $x = 0, \quad 32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 = 3 > 0$~~

~~Также заметим, что при $x > 0,$ левые уробы~~

~~нее также больше 0. Следовательно уравнение~~

~~$32x^3 + 18x^2 - 20x + 3$ не имеет корней на промежутке $[-0,5; 1]$~~

~~и при $x = 1$ Проверка: $\sqrt{2 - 3 + 4} = 1$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Возведем в 4 в кубе: все части равны в кубе.

$$36x^4 - 36x^3 - 27x^2 + 18x + 9 = 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0, \quad x = -1 \text{ подходит}$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = (x+1)(32x^3 - 64x^2 + 26x - 3)$$

Рассмотрим ^{у-ние} $32x^3 - 64x^2 + 26x - 3 = 0$, при

$$x > 0, \quad 32x^3 > 0, \quad -64x^2 < 0, \quad 26x > 0, \quad -3 < 0$$

Сигмома у-ние меньше 0.

$$\text{При } x = 0, \quad 32x^3 - 64x^2 + 26x - 3 = -3$$

~~Рассмотрим у-ние: $32x^2 - 64x + 26 = 0$,
 $D = 64^2 - 4 \cdot 32 \cdot 26$~~

Также заметим, что при $x > 0$,
мощно у-ние меньше 0.

Сигмома корни только $x = -1$, Проверка!

$$\sqrt{2+3+4} - \sqrt{2-1+3} = 1+4,$$

$$3 - 2 = 5, \quad \text{это не правда, Сигмома}$$

Корней нет.

Ответ: Корней нет.

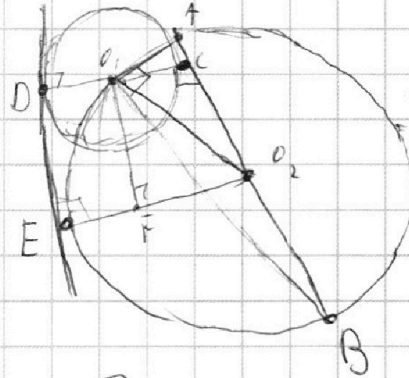
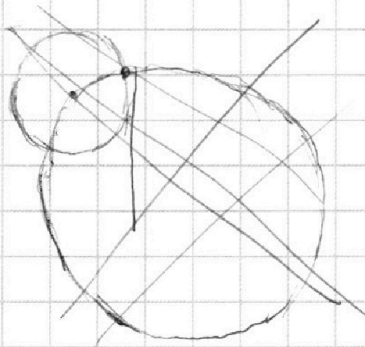
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O_1, O_2 - центры ω и Ω соответственно.
 Проведем отрезки $O_1C, O_1A, O_1B, O_1C \perp AB$, т.к.
 O_1C - радиус, провед. в точку касания. $\angle AO_1B = 90^\circ$, т.к. этот угол опирается на диам.

$O_1C = \sqrt{AC \cdot BC}$ - по св-ву высоты упр. опущенной из прямого угла на гипотенузу

$O_1C = \sqrt{1 \cdot 16} = 4$ - радиус окружности ω

$AB = 2R$, где R - рад. окружности Ω

$R = 8,5$. Проведем $O_1O_2, O_1O_2 = \frac{1}{2} + 16 = \frac{17}{2}$ - по т.к. это радиус окр. Ω .

Проведем общую касательную: Пусть она касается ω в точ. D, Ω - в E . Проведем

$O_1D, O_2E, O_1D \perp DE, O_2E \perp DE$ - радиусы в точки кас.

Проведем DE через O_1 , Пусть она пересек. O_2E в точке F, DO_1EF - прямоугольник, $DE = O_1F, O_1D = EF = 4$ - радиусы ω , $O_2F = O_2E - EF = 4,5, O_1F^2 + O_2F^2 = O_1O_2^2$ - по теореме

Пифагора для $\triangle O_1FO_2, \angle O_1FO_2 = 90^\circ, O_1F^2 = \frac{289}{4} - \frac{81}{4} = \frac{208}{4} = DE^2, DE = 2\sqrt{13}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x+2y=z, \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}, \quad \frac{3y+z}{xy} = \frac{2}{z} \Rightarrow \frac{2}{3x+2y}, \text{ Перемножим}$$

по пропорции:

$$2xy = 3x^2 - 9xy + 6y^2 + 2xy,$$

$$3x^2 + 9xy + 6y^2 = 0 \quad | : 3$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0,$$

$$(x+y)(x+2y) = 0$$

Рассмотрим 2 варианта: ① $x+y=0, x=-y, z=-3y+2y=-y$

Тогда:

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-2y^2}{-5y^2} = 0,4$$

② $x+2y=0, x=-2y, z=-6y+2y=-4y$

Тогда:

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$

Получим:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 0,4 \\ \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 4 \end{array} \right.$$

Следовательно значение выражения

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \text{ равно } 4$$

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

ЛМФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



км/ч

Пусть x - скорость велосипедиста, y - мотоциклиста

$x, y > 0, y > x$ S - путь от А до В.

Из условия следует:

$$2 + \frac{S}{y} = \frac{S}{x} \quad ① \quad 96 + x \cdot \frac{S}{y} = \frac{S}{x} \cdot y \quad ② \quad \frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4} \quad ③$$

$$① \quad 2 + \frac{S}{y} = \frac{S}{x}, \quad S \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = 2, \quad S \cdot \left(\frac{y-x}{xy} \right) = 2$$

$$② \quad 96 + x \cdot \frac{S}{y} = \frac{S}{x} \cdot y, \quad 96 = S \cdot \left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y} \right) = S \cdot \frac{y^2 - x^2}{xy}$$

$$\frac{96}{2} = S \cdot \frac{y^2 - x^2}{xy} = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy} \right) = 48 = x+y$$

$$③ \quad \frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}, \quad S \cdot \left(\frac{y+6-x-6}{xy+6x+6y+36} \right) = \frac{5}{4}$$

$$S \cdot \left(\frac{y-x}{xy+6x+6y+36} \right) = \frac{5}{4} = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy+324} \right)$$

$$2 = \frac{5}{4} = \frac{8}{5} = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy} \right) = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy+324} \right) = \frac{8(xy+324)}{xy}$$

$$8xy = 5xy + 1620, \quad 3xy = 1620, \quad xy = 540, \quad x+y = 48$$

$$x^2 + x = 48y - y, \quad (48-y)y = 540, \quad -y^2 + 48y = 540$$

$$y^2 - 48y + 540 = 0, \quad D = 48^2 - 4 \cdot 540 = 2304 - 2160 = 144, \quad \sqrt{D} = 12$$

$$y = \frac{48 \pm 12}{2}$$

$$\begin{cases} y = 30 \\ y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} y = 30 \\ x = 18 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 18 \\ x = 30 \end{cases} \\ y > x \end{cases}$$

61-100 y=30 км/ч
x=18 км/ч

$$2 + \frac{S}{30} = \frac{S}{18}$$

$$2 = \frac{S}{18} - \frac{S}{30} = \frac{2S}{90}$$

$$2S = 180, \quad S = 90 \text{ км.}$$

Ответ: 90 км.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

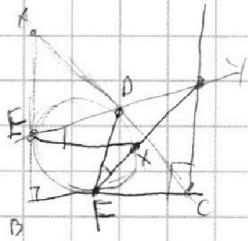
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Продлим DE и FX , $\angle DFX = \angle DEX$, м.к.
 для этих двух вписаны. и отщипываются
 на одну и ту же дугу

$\triangle YXE \sim \triangle YDE$ - по $\angle O$ 2 углам ($\angle DFX =$
 $= \angle DEX = \angle DEY$ - из вышесказан., $\angle EYX$ - общий)

$$\text{Следовательно } \frac{EX}{XY} = \frac{DE}{DY} = 2\sqrt{2}$$

$DC = FC$ - отрезки касательных $AB \parallel CY$, м.к.

$AB \perp BC$, $CY \perp BC$, следовательно $\angle FED = \angle YC$ - по

св-ву впис. четырех. углов. $\angle AOE = \angle YOC$ - по св-ву верш.

углов. $AE = AD$ - по св-ву отрез. касательных, м.к.

$\triangle AED$ - равност. ($AE = AD$), следовательно $\angle AED = \angle AOE$, следовательно

$\angle DYC = \angle AED = \angle AOE = \angle YOC$, следовательно по признаку
 равно-сег. хорд $CF = DC = YC$, следовательно $YC = DC = FC$.

Пусть $\angle DCF = \alpha$, тогда $\angle DCY = 90^\circ - \alpha$, $\angle FDC = \angle DFC$

(м.к. $\triangle FDC$ - рав.-сег.), $\angle FDC = 90^\circ - 0,5\alpha$, $\angle YDC = \angle DYC$

$= 45^\circ + 0,5\alpha$ (при этом мы использовали то, что сумма
 углов тре-ка равна 180°). Обозначим искомые для

$\triangle DFC$ и $\triangle DYC$:

$$\textcircled{1} \frac{DF}{\sin(90^\circ - 0,5\alpha)} = \frac{DC}{\cos 0,5\alpha} = \frac{DC}{2 \cos 0,5\alpha \cdot \sin 0,5\alpha}$$

$$2 \cdot DC \cdot \sin 0,5\alpha = DF$$

$$= DY$$

$$2 \cdot DC \cdot \sin(45^\circ - 0,5\alpha) \cdot \sin(45^\circ - 0,5\alpha)$$

$$\textcircled{2} \frac{DY}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{DC}{\sin(45^\circ + 0,5\alpha)} = \frac{DC}{\cos(45^\circ - 0,5\alpha)}$$

$$2 \cdot DC \cdot \sin(45^\circ - 0,5\alpha) = DY$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin(45^\circ - 0,5\alpha) = \sin 45^\circ \cdot \cos 0,5\alpha - \cos 45^\circ \cdot \sin 0,5\alpha =$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha)$$

$$DY = 2DC \cdot \sin(45^\circ - 0,5\alpha) = DC \cdot \sqrt{2} (\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha)$$

$$DF = 2DC \cdot \sin 0,5\alpha$$

$$\frac{DF}{DY} = 2\sqrt{2} = \frac{2 \sin 0,5\alpha}{\sqrt{2} (\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha)} = \frac{\sin 0,5\alpha \cdot \sqrt{2}}{\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha}$$

$$2 = \frac{\sin 0,5\alpha}{\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha}, \quad 2 \cos 0,5\alpha = 3 \sin 0,5\alpha$$
$$\cos 0,5\alpha = \frac{3}{2} \sin 0,5\alpha$$

$$\cos^2 0,5\alpha + \sin^2 0,5\alpha = 1,$$

$$\frac{9}{4} \sin^2 0,5\alpha + \sin^2 0,5\alpha = 1, \quad \frac{13}{4} \sin^2 0,5\alpha = 1,$$

$$\sin 0,5\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}, \quad \cos 0,5\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}} \quad \sin \alpha = 2 \cos 0,5\alpha \cdot \sin 0,5\alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{12}{13}, \quad \cos \alpha = 2 \cos^2 0,5\alpha - 1 = \frac{5}{13}$$

III. ΔABC - прямоугольный ($\angle ABC = 90^\circ$), тогда $\sin \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$,

$$\cos \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13}, \quad AB = \frac{12}{13} \cdot AC, \quad BC = \frac{5}{13} \cdot AC$$

$$AD = \frac{AB + AC - BC}{2}, \quad DC = \frac{AB - BC - AC}{2} \text{ — по св-ву}$$

треугольников касательных, образованных касательными к окружности со сторонами.

$$AD = \frac{\frac{12}{13} AC + AC - \frac{5}{13} AC}{2} = \frac{\frac{20}{13} AC}{2} = \frac{10}{13} AC$$

$$DC = \frac{\frac{5}{13} AC + AC - \frac{12}{13} AC}{2} = \frac{3}{13} AC$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

ответ: $3\frac{1}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4)} = 16x^2 - 8x + 1$$

$$-12x^2 + 6x + 6 = 2\sqrt{(2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4)}$$

32-6,668
6,128

$$(-6x^2 + 3x + 3)^2 = 36x^4 + 9x^2 + 9 - 36x^2 - 18x^3 + 18x$$

0,4

-8+3

$$(2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4) = 4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 2x^3 - 3x^2$$

$$+ 6x - 6x^2 - 9x + 12 = 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12$$

11

3 > 20x

$$36x^4 + 48x^3 - 27x^2 + 18x + 9$$

x < 3/20

$$32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ - 23 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 74 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 \mid x - 1$$

$$\begin{array}{r} 32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 \\ - 32x^4 - 32x^3 \\ \hline 18x^3 - 38x^2 \\ - 18x^3 - 18x^2 \\ \hline -20x^2 + 23x \\ - 20x^2 - 20x \\ \hline 3x - 3 \end{array}$$

$$32x^3 + 8x^2 - 20x + 3$$

-3

$$50x^3 > 20x$$

$$5x^2 > 2$$

$$x > \frac{2}{5} \Rightarrow$$

3

$$32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 = 0$$

$$-4 + 4,5 + 3 = 10$$

$$-4 + 4,5 + 10 + 3 > 0$$

$$18x^2 > 32x^3$$

$$18 > -32x$$

$$\frac{3}{16} > x$$

$$-\frac{3}{16} < x$$

$$18x^2 - 20x + 3$$

$$-18x^2 - 20x > 0$$

$$18x > 20$$

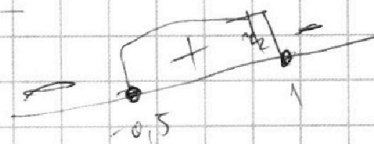
$$x >$$

$$2x^2 - x + 1$$

$$D = 1 - 8$$

$$D < 0$$

$$x = \frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r}
 32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 \quad | \quad x+1 \\
 \underline{32x^4 + 32x^3} \\
 -64x^3 - 38x^2 \\
 \underline{-64x^3 - 64x^2} \\
 26x^2 + 23x - 3
 \end{array}$$

$\frac{32}{26}$

$$\begin{array}{r}
 32x^3 - 64x^2 + 26x - 3
 \end{array}$$

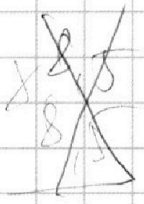
$$\begin{array}{r}
 26x^2 + 23x \\
 \underline{-26x^2 + 26x} \\
 -3x - 3
 \end{array}$$

$$32x \approx 64x + 26 = 0$$

$$\omega = 64^2 = 64 \cdot 26$$

$$= 64 - 12$$

$$x = \frac{64 + 16 \cdot 13}{64}$$



$$\begin{array}{r}
 27 \\
 \times 32 \\
 \hline
 54 \\
 81 \\
 \hline
 864
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 64 \\
 \times 64 \\
 \hline
 576
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 + 26 \\
 \hline
 3
 \end{array}$$

$$\frac{5^{13}}{24} = \frac{5^{12}}{36} \cdot \frac{5}{4} = \frac{264}{576}$$

$$S\left(\frac{42}{72}\right) = \frac{5}{4} \cdot 288$$

$x > 0$

$$S\left(\frac{1}{18}\right) = \frac{5}{4} \cdot 13 = 3 \quad \text{C} \text{ 6}$$

$$\frac{5}{3} - \frac{3}{5} = \frac{16}{15} \cdot 90 = 96$$



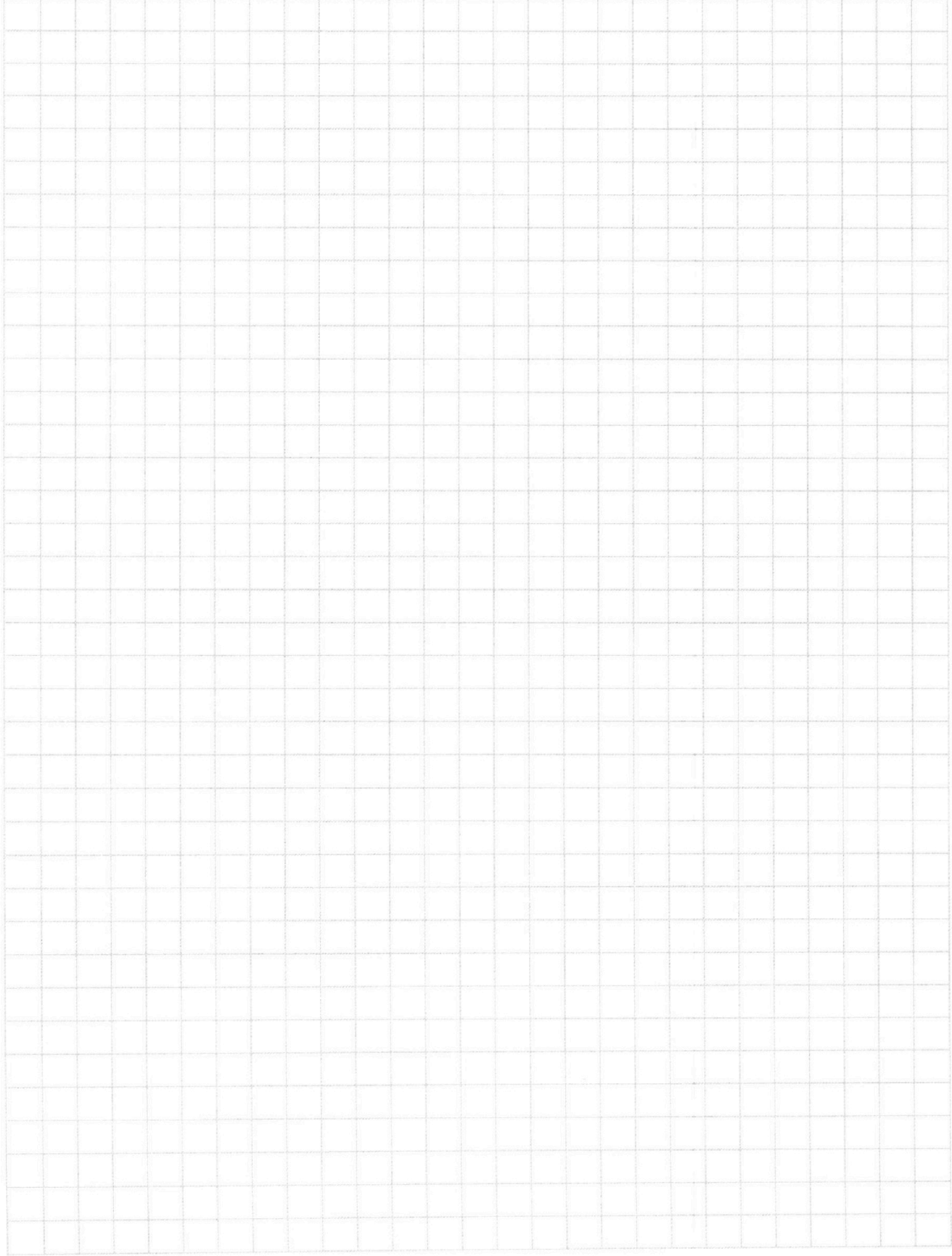
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



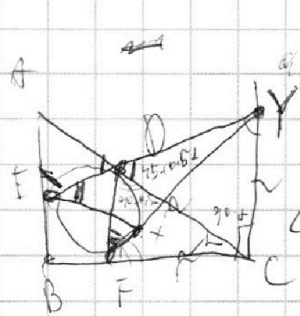
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

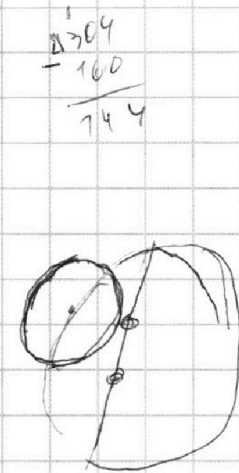
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



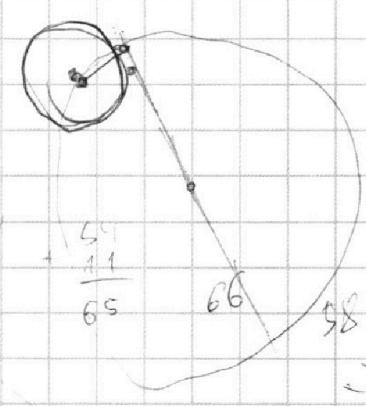
$$\begin{aligned}
 a_1 &= 3 & a_2 &= 7 & a_3 &= 3 & a_4 &= 7 & a_5 &= 14 & a_6 &= 4 \\
 a_1 + a_3 &= 11 & a_2 + a_4 &= 14 & a_3 + a_5 &= 18 & a_4 + a_6 &= 11 \\
 a_1 + a_5 &= 21 & a_2 + a_6 &= 11 & a_3 + a_4 &= 10 & a_5 + a_6 &= 18 \\
 a_1 + a_2 &= 10 & a_3 + a_4 &= 10 & a_5 + a_6 &= 18 & a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 &= 58
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &25 \\
 &21 \\
 &21 \\
 &30
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &48 \\
 &48 \\
 &384 \\
 &192 \\
 &2304
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (a+b)^2 &= 356 \\
 a_2 + a_4 &= 14 \\
 a_2 + a_6 &= 11 \\
 a_4 + a_6 &= 11
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 FC &= m \\
 (a+b)^2 &= m \\
 10ab &= m \\
 12-5 &= x + 13
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &25 \\
 &3 \\
 &7 \\
 &33
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &24 \\
 &8 \\
 &108
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &1 \\
 &27 \\
 &38 \\
 &65
 \end{aligned}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 7 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 7 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 49 - 28x + 16x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

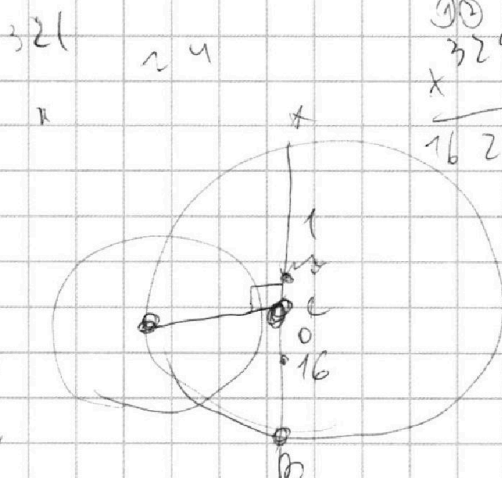
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



S
 x y
 1 век. 1 мет.

$$\frac{S}{x} + 2 = \frac{S}{y}$$

$$96 + \frac{S}{y} \cdot x = \frac{5x}{x}$$



$$\begin{array}{r} 324 \\ \times \quad 5 \\ \hline 1620 \end{array}$$

(2) $x = -y$
 $z = 2y - 3y = -y$

$$3y^2 - 4y^2 - y^2 =$$

$$\frac{y^2 - 6y^2}{-5} = 0$$

15
 $3x + 2y = z$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{2}{z}$$

$$3yz + xz = 2xy$$

$$z(3x + 2y) = 2xy$$

$$yxy + 3x^2 - 6y^2 + 2xy = 2xy$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x + 2y)(x + y) = 0$$

(1) $x + 2y = 0$

$$x = -2y \quad z = -6y + 2y = -4y$$

$$3 - 4y^2 - 4y^2 - 16y^2 =$$

$$4y^2 - 6y^2 =$$

$$\frac{-8}{-2} = 4$$

$$\frac{S}{x=6} = \frac{S}{y=6} + \frac{S}{z=4}$$

$$S \left(\frac{y-x}{xy+6x+6y+x} \right) = \frac{5}{4}$$

$$S \left(\frac{y-x}{xy+324} \right) = \frac{5}{4}$$

$$S \left(\frac{y-x}{y^2} \right) = 2$$

$$S \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = 2$$

$$S \left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y} \right) = 96$$

$$S \left(\frac{(y-x)(y+x)}{xy} \right) = 96$$

$$\frac{96}{2} = 48 = y+x$$

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = 2$$

$$\frac{288}{4} = 81$$

$$4 + 2^2 = 8$$

$$= 52 = x^2$$

$$x = 2\sqrt{13}$$

$$24$$

$$z = -4$$

$$z = -4$$

$$z = -4$$

$$z = -4$$

$$z = -4$$

$$z = -4$$

$$z = -4$$

$$z = -4$$

$$z = -4$$