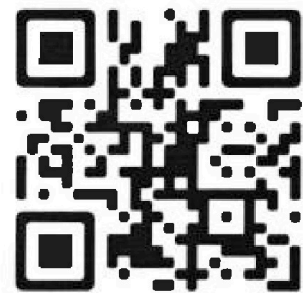




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

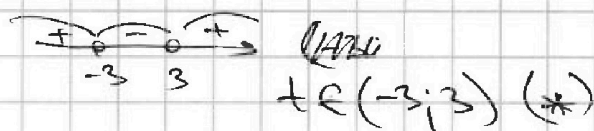
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + (9t^2 - 9) = 0$$

$$D = (4\sqrt{2}t)^2 - 4(9t^2 - 9) = 32t^2 - 36t^2 + 36 = -4t^2 + 36$$

т.к. ур-ние должно иметь 2 различных корня,
то $D > 0$, $-4t^2 + 36 > 0$; $36 > 4t^2$; $9 > t^2$; $t^2 - 9 < 0$;

$$(t-3)(t+3) < 0$$



по теор. Виета

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}, \text{ где } x_1 \text{ и } x_2 \text{ - корни квадратного уравнения,}$$

а и с - коэф. в ур-нии Виета $ax^2 + bx + c = 0$

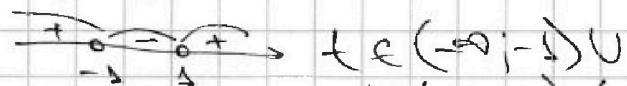
тогда

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{9t^2 - 9}{1} = 9t^2 - 9 > 0$$

$$9t^2 > 9$$

$$t^2 > 1$$

$$(t-1)(t+1) > 0$$



объединим условия на t (*) и (**): $U(1; +\infty)$ (**)

$t \in (-3; 3)$

$t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ тогда $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$.

Ответ: $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
12 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3)$$

т.к. по уаи. $a - b = 12$, то $a = 12 + b$

$$(a+b)(a+b+3) = (b+12+b)(b+12+b+3) =$$

$$= (2b+12)(2b+15) = 19p^4$$

$$12b+12 = 4$$

$$u(u+3) = 19p^4$$

разберём случаи (когда $19 \nmid 4$ -

1) $u = 19$

$u+3 = p^4$

$19 = p^4 - 3$

$22 = p^4$

$p = \sqrt[4]{22} - \text{не простое число.}$

10 шт.
иток.
5 шт.
т.к. степ. p
от 0 до 4
и макс. 19 b
u+3 - макс.
т.к. степ. p
от 0 до 4):

2) $u = 19p$

$u+3 = p^3$

$19p = p^3 - 3$

$2b+12 = 19p$, тогда $p \nmid 2$,

а знаем

$u \nmid p^3 \nmid 2$, то

$p=2$

$19p = 38 \neq p^3 - 3 = 5$

$p=3$

$19p = 57 \neq p^3 - 3 = 24$

$p=5$

$19p = 95 \neq p^3 - 3 = 122$

$19p+3$ - нек. число на ?!

т.к. $p^3 - 3$ монотонно возрастает, значит

и $19p$ тоже монотонно

возрастает, то

уменьш и увелич.

функции не и.д.

больше 2 точек

пересечения не происходит

3) $u = 19p^2$

$u+3 = p^2$

$19p^2 = p^2 - 3$

$18p^2 = -3$

$p^2 < 0$?! не подходит.

~~$u = 19p^3$~~

~~$u+3 = p^2$~~

~~$19p^3 = p^2 - 3$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) $u = 19p^3$ $u + 3 = p$

$2b + 12 = u = 19p^3 \Rightarrow p^3 : 8 \Rightarrow p : 2$

$$\begin{array}{r} u + 3 = p \\ \text{чет} + \text{неч.} = \text{чет} \\ \quad \quad \quad \parallel \\ \quad \quad \quad \text{неч.} \\ \quad \quad \quad ?! \end{array}$$

5) $u = 19p^4$ $u + 3 = b$

$u = -2$

?!. $a, b \in \mathbb{N}$

6) $u = 1$

$u + 3 = 19p^4$

$1 = 19p^4 - 3$

$4 = 19p^4$

$p^4 = \frac{4}{19}$

$p = \sqrt[4]{\frac{4}{19}}$

p не простое
?!

7) $u = p$

$u + 3 = 19p^3$

" $2b + 12$, тогда $p - \text{чет} = 4 - \text{чет}$, а также $19p^3 - \text{чет}$

$$\begin{array}{r} u + 3 = 19p^3 \\ \text{чет} + \text{неч.} = \text{чет} \\ \quad \quad \quad \parallel \\ \quad \quad \quad \text{неч.} \\ \quad \quad \quad ?! \end{array}$$

8) $u = p^2$

$u + 3 = 19p^2$

$p^2 = 19p^2 - 3$

$p^2 + 3 = 19p^2$

$3 = 18p^2$

$p^2 = \frac{3}{18}$

$p = \sqrt{\frac{3}{18}}$

p не простое
?!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9) \quad u = p^3 \quad u + 3 = 19p$$

$$2b + 12, \text{ тогда } p^3: 8 \Rightarrow p: 2, \quad u = 2^3 = 8.$$

$$u + 3 = 19p$$

$$\underbrace{2^3 + 3}_{\text{неч}} + \underbrace{19p}_{\text{неч}} = \underbrace{19p}_{\text{неч}}$$

неч. ?!

$$10) \quad u = p^4 \quad u + 3 = 19$$

$$p^4 = 19 - 3$$

$$p^4 = 16$$

$$p = 2 \text{ или } p = -2$$

логично! ?! не простое

$$u = p^4 = 16 = 2b + 12$$

$$2b = 4$$

$$b = 2$$

$$a = 12 + b = 12 + 2 = 14$$

Ответ: $a = 14, b = 2.$

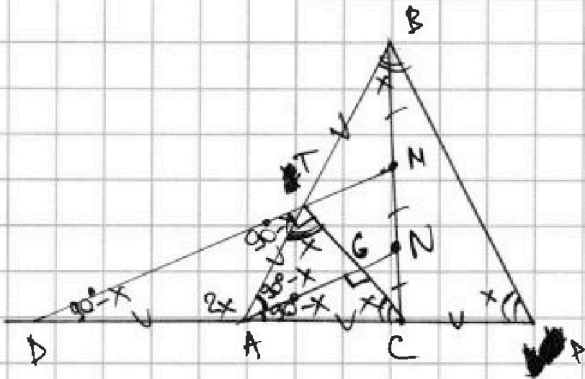


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) проведем DC за точку C на AD, т.е. $CP = AD$.

2) ~~т.к.~~ $\triangle ANC \sim \triangle DMC$ (т.к. $AN \parallel DM$) по 2 углам, тогда

$$\frac{AC}{CD} = \frac{CN}{CM} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$AD = AC = CP.$$

3) ~~т.к.~~ $\triangle TBM \sim \triangle ABN$ (т.к.

$TM \parallel AN$) по 2 углам, то

$$\frac{BT}{BA} = \frac{BM}{BN} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$BT = AT.$$

4) по уcu. $AB = CD$, тогда

т.к. $AD = CP$, то $AB = AP$,

а т.к. уcu. $\triangle AT = TB$,

то $AT = TB = AC = CP$.

~~тогда $AT = TB = AC = CP$~~

5) в $\triangle CDT$ медиана равна длине отрезков, на которые медиана разбивает сторону

CD , то есть $AT = AC$

$\triangle ATC$ — равнобедренный;

$\angle ATC = 90^\circ$.

6) $\angle ABD = x = \angle APB$, тогда

т.к. BT — ср. линия в $\triangle ABP$,

то $\angle ATC = x = \angle ACT$, $\angle DTA = 90^\circ$

$\angle TDA = \angle ATD = 90^\circ - x$ (п/о $\triangle DTA$)

$\angle DAT = 180^\circ - (180^\circ - 2x) =$

$= 2x$, $\angle CGA = \angle CTA = 90^\circ$

(т.к. $CG \parallel AT$)

$\angle GAC = 180^\circ - 90^\circ - x = 90^\circ - x$

используем то, что сумма смежных углов 180° и сумма углов в треугольнике 180°

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \angle TAG &= 180^\circ - 2x - (90^\circ - x) = 180^\circ - 2x - 90^\circ + x = \\ &= 90^\circ - x \end{aligned}$$

7) Заметим, что $\angle TAG = \angle GAC = \angle CAN$,
тогда по теор. кос $\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$,
тогда $2\angle CAN = \angle BAC$, то
 $\cos \angle BAC = -\frac{3}{4}$

8) Пусть $AC = y$, тогда $AB = 2y$
по теор. кос для $\triangle ABC$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle BAC$$

$$6^2 = y^2 + (2y)^2 - 2 \cdot y \cdot 2y \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$36 = 5y^2 + 3y^2$$

$$36 = 8y^2$$

$$y^2 = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$$

$$y = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}, \text{ тогда } AB = 2y = 2 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}.$$

~~Ответ: $3\sqrt{2}$~~

Ответ: $AB = 3\sqrt{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего 12 мест для детей, а их 11,
тогда останется 1 пустое место.

Посмотрим, где оно может находиться.

Для всех 4 вариантов, если на нем 2 чел.
а не 3, пустое место может быть.

ⓐ

ⓐ

тогда взев 2 человек мы
единственным образом можем
их посадить на 2 и 3.

ⓑ

ⓑ

тогда взев 2 человек мы
можем посадить их в любом
порядке, т.к. на 1 месте всегда
хорошо видно, а на 3 коридор
никогда свободен.

ⓑ

ⓑ

ⓑ

тогда взев 2 человека мы
можем посадить их единств.
образом на 1 и 2,
либо человек на 2 был
раньше, чем на 1.

тогда сначала мы 4 человека выдвигаем 1 раз
для остальных 3 человек
мы можем для каждой колонки
выбирать 3 и сахар единствен.
ным образом на эту колонку

тогда если 1 свободно $C_4^1 (C_{11}^2 (C_3^1 C_9^1 + C_2^1 C_6^1 + C_1^1 C_3^1))$

если 2 свободно $C_4^1 (2 \cdot C_{11}^2 (C_3^1 C_9^1 + C_2^1 C_6^1 + C_1^1 C_3^1))$

если 3 свободно $C_4^1 (C_{11}^2 (C_3^1 C_9^1 + C_2^1 C_6^1 + C_1^1 C_3^1))$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда в сумме

$$C_4^1 \left(4 \cdot C_{11}^2 \left(C_3^1 \cdot C_3^3 + C_2^1 \cdot C_6^3 + 1 \right) \right) =$$

$$= 4 C_4^1 \cdot C_{11}^2 \left(C_3^1 \cdot C_3^3 + C_2^1 \cdot C_6^3 + 1 \right)$$

Ответ: $4 C_4^1 \cdot C_{11}^2 \left(C_3^1 \cdot C_3^3 + C_2^1 \cdot C_6^3 + 1 \right)$

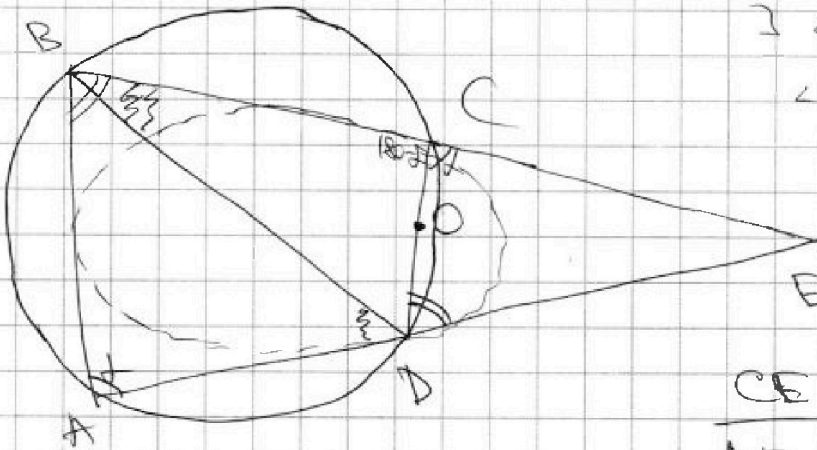


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
▲ ИЗ ▲

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle A = \alpha$, тогда
 $\angle C = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \angle ECD =$
 $= \alpha$, аналогично
 $\angle BEC = \alpha$
 тогда $\triangle CED \sim$
 $\triangle BEA$ по 2 углам
 тогда

$$\frac{CE}{AE} = \frac{DE}{BE}$$

$$\angle E = \frac{AB - CD}{2} = \angle ADB = \angle DBC$$

$$S_{ABE} = \frac{1}{2} BE \cdot AE \sin \angle E =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot AB \cdot \sin \angle E =$$

$$= 6AB \cdot \sin \angle E$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Самыми, что если от каждого дерева можно добраться до любого другого, то граф, который образуют деревья как вершины и дороги как рёбра, связны.

Т.к. ~~мы~~ из любого можно добраться в любую единственными способом, то, если в графе есть цикл, до одной вершины можно добраться как минимум 2 способами.

Тогда ^{учитая} связный граф без циклов, т.е. дерево.

В дереве с n вершинами $n-1$ рёбра, тогда \rightarrow всего x вершин.

$$\text{кол-во вершин} = \frac{\text{сумма ст. вершин}}{2} + 1$$

↑
кол-во рёбер

$$x = \frac{5+6+7+9+(x-4) \cdot 1}{2} + 1$$

$$2(x-1) = 27 + (x-4)$$

$$2x - 2 = 27 + x - 4$$

$$2x - 2 = 23 + x$$

$$x = 25$$

Значит всего деревьев 25.

Ответ: 25.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

Решение:

Заметим, что $2x-2y-x^2-y^2 = -(x^2-2x) - (y^2+2y) =$

$$= -(x-1)^2 + 1 - (y+1)^2 + 1 =$$

$$= -(x-1)^2 - (y+1)^2 + 2$$

т.к. это выражение стоит под корнем, то

$$-(x-1)^2 - (y+1)^2 + 2 \geq 0$$

$$2 \geq (x-1)^2 + (y+1)^2 \quad (*)$$

также $1 - |x-y-1| \geq 0$

$$1 \geq |x-y-1|$$

① $x-y-1 \geq 0$

$$\begin{aligned} x &\geq y+1 \\ x-1 &\geq y \\ 2 &\geq x-1 \\ 2+1 &\geq x \\ 3 &\geq x \end{aligned}$$

② $x-y-1 < 0$

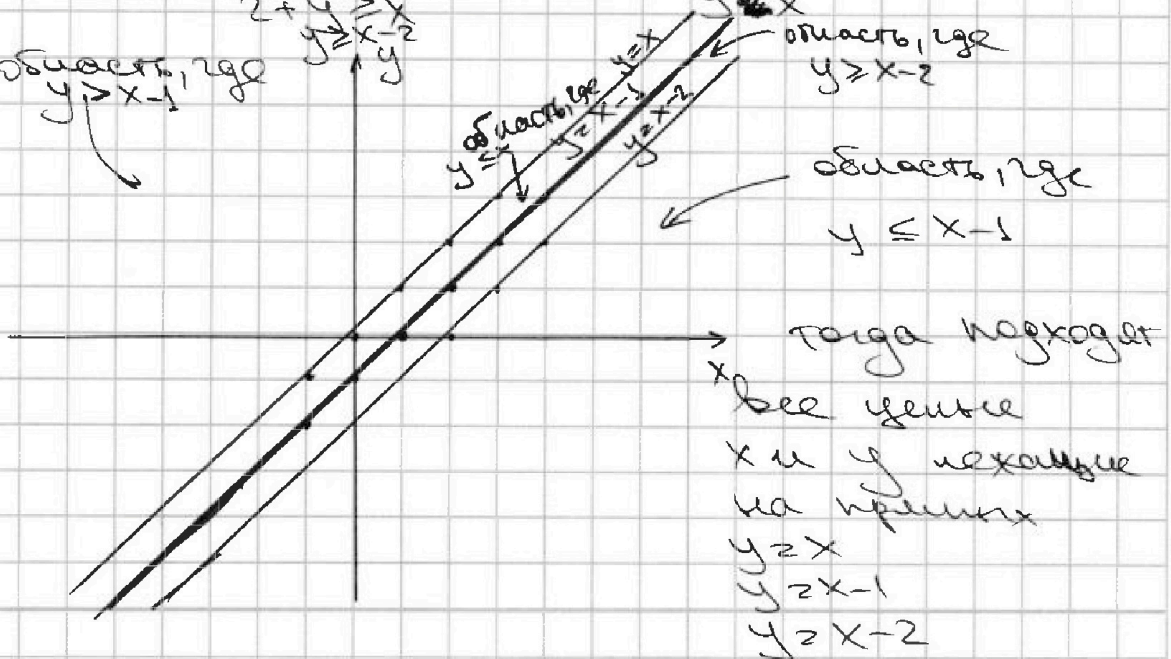
$$\begin{aligned} x &< y+1 \\ 1-x &< y \\ 1-x &< x+y-1 \\ 2 &< x+y \\ 2-x &< y \end{aligned}$$

область, где $y > x-1$

область, где $y \leq x$

область, где $y \geq x-2$

область, где $y \leq x-1$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

подставим все возможные варианты в (*)

① $y = x$

$$2 \geq (x-1)^2 + (x+1)^2$$

$$2 \geq x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1$$

$$0 \geq 2x^2$$

$$0 \geq x^2$$

Вспоминается факто при $x=0$, тогда $y=x=0$.

② $y = x-1$

$$2 \geq (x-1)^2 + (x-1+1)^2$$

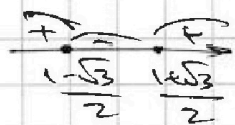
$$2 \geq x^2 - 2x + 1 + x^2$$

$$2 \geq 2x^2 - 2x + 1$$

$$2x^2 - 2x - 1 \leq 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 \cdot 1 = 12$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$



$$x \in \left[\frac{1-\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right]$$

+ и. $x \in \mathbb{Z}$ (целые числа), то

$x=0$, тогда $y=x-1=-1$

$x=1$, тогда $y=x-1=0$

③ $y = x-2$

$$2 \geq (x-1)^2 + (x-2+1)^2$$

$$2 \geq (x-1)^2 + (x-1)^2$$

$$2 \geq 2x^2 - 2x + 1 + x^2 - 2x + 1$$

$$x \geq 2x^2 - 4x + 2$$

$$x^2 - 2x \leq 0$$

$$x(x-2) \leq 0$$

$$x \in [0; 2]$$

$x=0$, то $y=x-2=-2$

$x=1$, то $y=x-2=-1$

$x=2$, то $y=x-2=0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим все возможные пары.

1) $x=0; y=0$

$$\sqrt{2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 0^2 - 0^2} + \sqrt{1 - |0 - 0 - 1|} = 0 + 0 = 0 \neq 2$$

не подходит.

2) $x=0; y=-1$

$$\sqrt{2 \cdot 0 - 2(-1) - 0^2 - (-1)^2} + \sqrt{1 - |0 - (-1) - 1|} = 1 + 1 = 2$$

подходит

3) $x=1; y=0$

$$\sqrt{2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 1^2 - 0^2} + \sqrt{1 - |1 - 0 - 1|} = 1 + 1 = 2$$

подходит

4) $x=0; y=2$

$$\sqrt{2 \cdot 0 - 2(-2) - 0^2 - (-2)^2} + \sqrt{1 - |0 - (-2) - 1|} = 0 + 0 = 0 \neq 2$$

не подходит

5) $x=1; y=1$

$$\sqrt{2 \cdot 1 - 2(-1) - 1^2 - (-1)^2} + \sqrt{1 - |1 - (-1) - 1|} = \sqrt{2} + 0 = \sqrt{2} \neq 2$$

не подходит

6) $x=2; y=0$

$$\sqrt{2 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 2^2 - 0^2} + \sqrt{1 - |2 - 0 - 1|} = 0 + 0 = 0 \neq 2$$

не подходит

Ответ: $(0; -1); (1; 0)$.

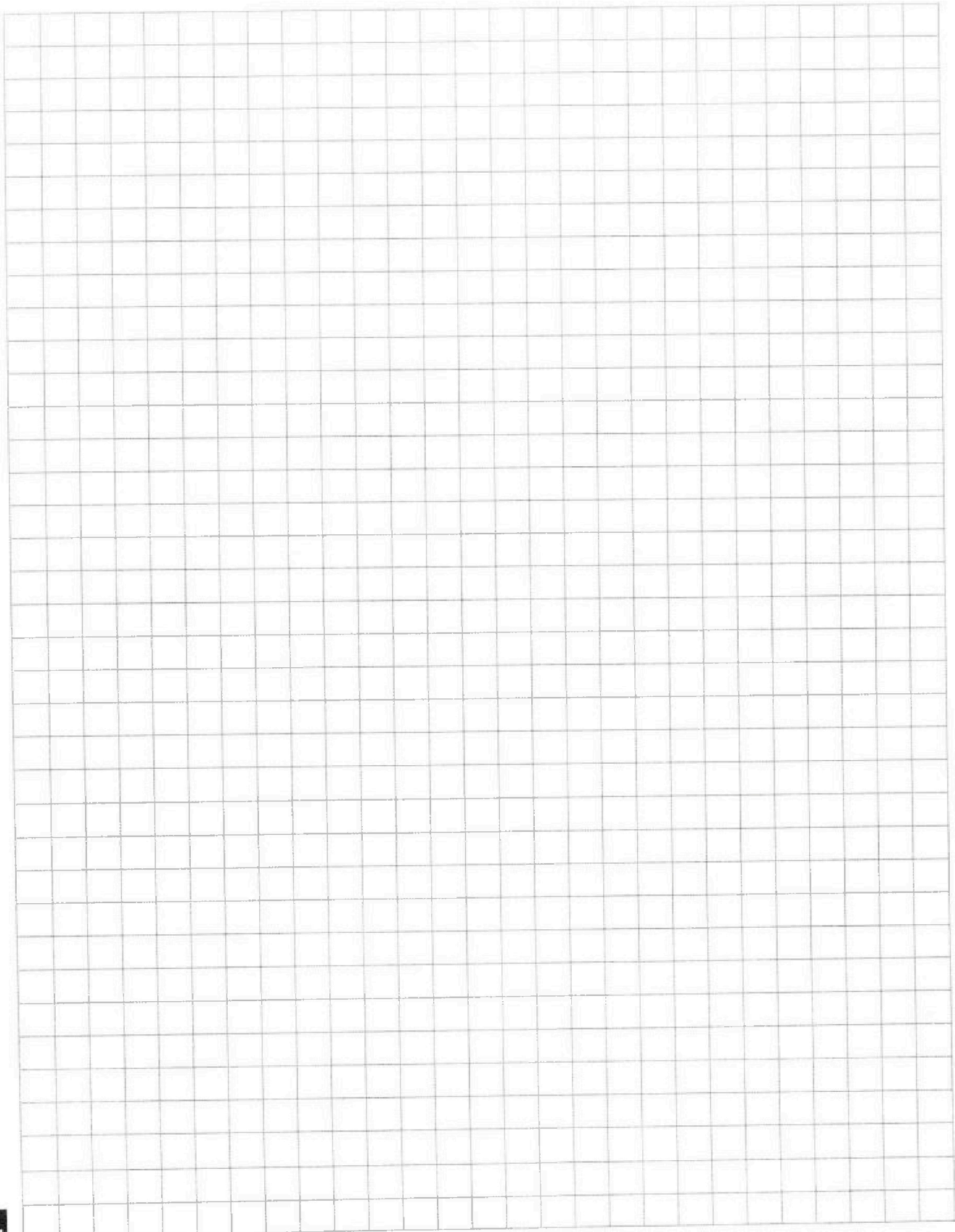


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



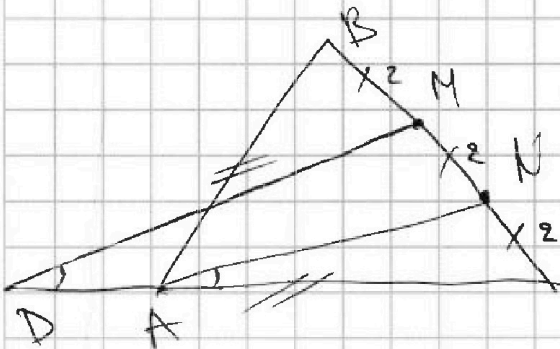
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$= (x^2 - 2x)$$

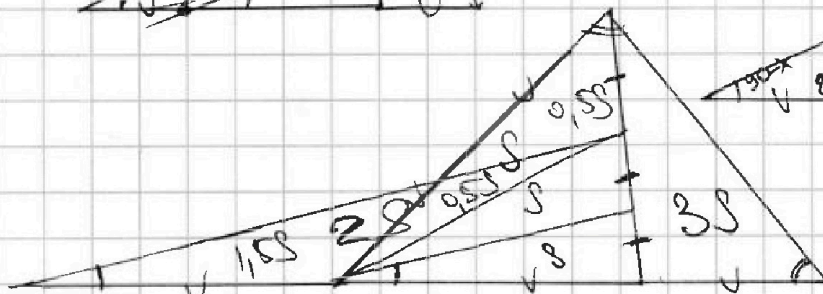
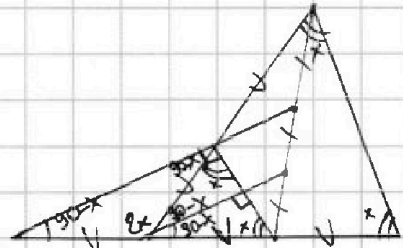
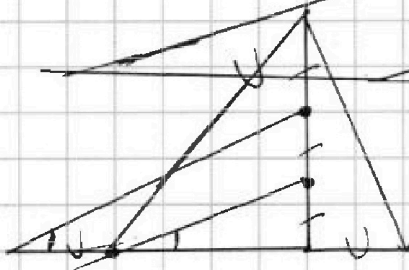
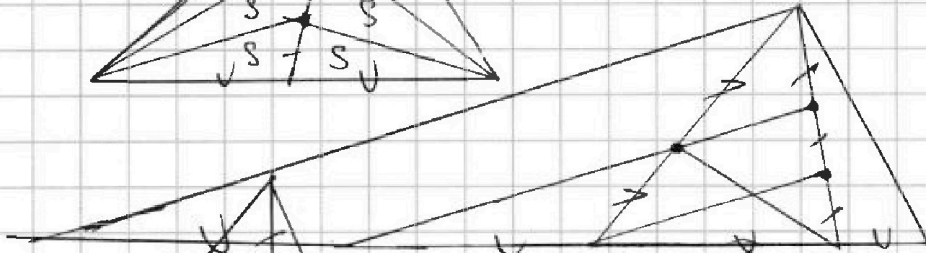
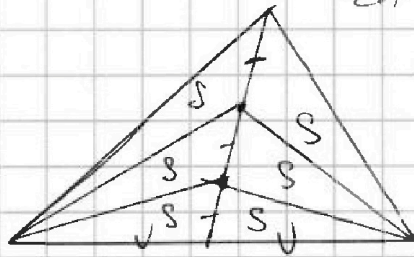
$$5 + 6 + 7 + 9 + 1 \cdot x = 2$$

$$C = 27 + x$$

$$\frac{10}{+9} \geq 4$$

$$27 + x$$

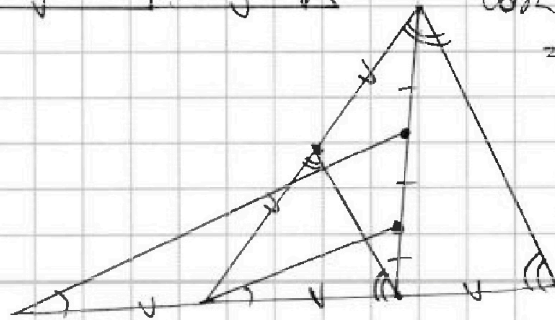
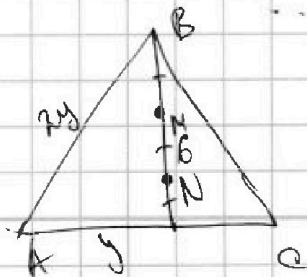
| | | |
|---|---|-----|
| 5 | x | 90° |
| 5 | 1 | 28 |



$$90 - x + 2x = 90 + x$$

$$180 - 90 - x$$

$$\cos \angle CAB = \frac{3}{4}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$x=2 \quad x=3$$

$$-\frac{b}{a} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\frac{c}{a} = \frac{6}{1} = 6$$

$$a - b = 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)(a+b+3)$$

$$a = 12 + b$$

$$(12 + 2b)(12 + 2b + 3) =$$

$$= (12 + 2b)(15 + 2b) = 194$$

$$b = a - 12$$

$$(a + a - 12)(a + a - 12 + 3) =$$

$$= (2a - 12)(2a - 9)$$

$$b = 1$$

$$4 \cdot 17$$

$$b = 2$$

$$16 \cdot 19 = 19 \cdot 2^4$$

$$b = 3$$

$$18 \cdot 21 = 3^3 \cdot 2 \cdot 7$$

$$b = 4$$

$$20 \cdot 23$$

$$12 + 2b = 19 \quad b = 3,5$$

$$38 \quad b = 13$$

$$15 + 2 \cdot 13 = 15 + 26 = 41$$

$$57 \quad ?!$$

| | |
|----|-----|
| 19 | -2 |
| 38 | 5 |
| 57 | 24 |
| 76 | 61 |
| 95 | 122 |

| | |
|----|-----|
| 2 | 19 |
| 4 | 38 |
| 6 | 57 |
| 8 | 76 |
| 10 | 95 |
| 12 | 114 |
| 14 | 133 |
| 16 | 152 |
| 18 | 171 |
| 20 | 190 |

Hand-drawn boxes and circles containing numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, and mathematical symbols like a plus sign and a fraction.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
5 ИЗ 4

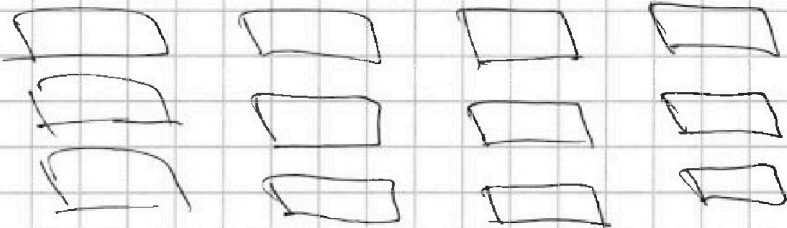
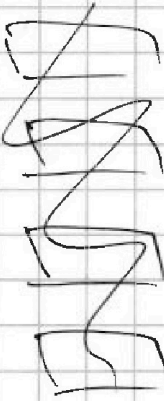
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-y-1)^2 + 1 - 2(x-y-1) =$$

$$= x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y + 1 - 2(x-y-1) =$$

$$= x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y + 1 + 2x - 2y - 2 =$$

$$x - y - 1 \leq 0$$



$$x - y - 1 \geq 0$$

$$x^2 + 8\sqrt{2}x + 24$$

$$= 128 - 108 = 20$$

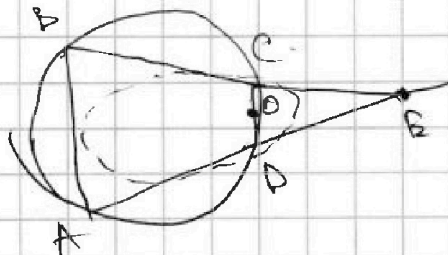
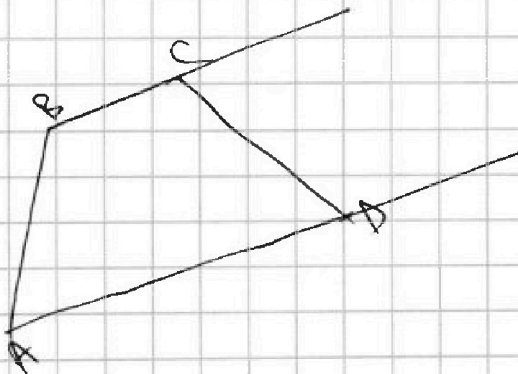
$$-8\sqrt{2} \pm 2\sqrt{2} = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{11 \cdot 10}{2} : 2$$

$$x =$$

$$-(x-y-1)^2 + 1 - 2xy$$

$$x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y + 1 - 2x + 2y =$$

$$= x^2 + y^2 - 2xy - 4x + 4y + 2$$



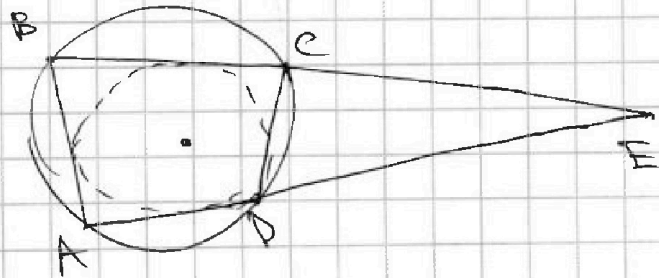
$$-(x-1)^2 + 1 - (y+1)^2 + 1$$

$$2 - (x-1)^2 - (y+1)^2 \geq 0$$

$$2 \geq (x-1)^2 + (y+1)^2$$

$$1 - |x-y-1| \geq 0$$

$$1 \geq |x-y-1|$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

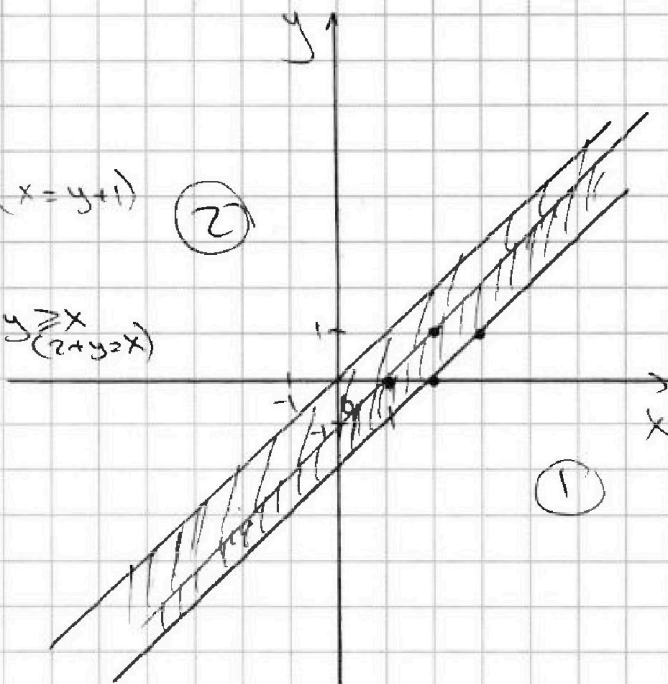
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} z \geq (x-1)^2 + (y+1)^2 \\ z \geq |x-y-1| \end{cases}$$

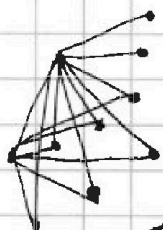
① $x \geq y+1$ ($x=y+1$) ②

$z \geq x-y-1$
 $z \geq x-y$ $z+y \geq x$ ($z+y=x$)

③ $x < y+1$
 $x \geq -x+y+1$
 $x \geq y$



11 800



$5+6+7+9 =$

$= 27$

$10+6+4+5 =$

$= 25$

$x = y+1$

$z \geq (y+1-1)^2 + (y+1)^2$

$z \geq y^2 + (y+1)^2$

$z \geq y^2 + y^2 + 2y + 1$

$z \geq 2y^2 + 2y + 1$

$2y^2 + 2y - 1 \leq 0$

$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$

$y = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

$\left[\frac{-1-\sqrt{3}}{2}; \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \right]$

$4+x = \frac{27 + (x+4)}{2} + 1$

$6+2x = 27 + x + 4$

$x = 22 + 4 = 28$

$\sqrt{2 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) - 0^2 - (-1)^2} = 1$

$\sqrt{1 - |0+1-1|} = y$

$\sqrt{2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 1^2 - 0} = 1$

$\sqrt{1 - |1-0-1|} = 1$

$\left. \begin{matrix} y \in [-1; 0] \\ y \in [0; 1] \end{matrix} \right\}$