



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



31

1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CAM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
- он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.



Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$x^2 + 2\sqrt{3} \cdot t \cdot x + (4t^2 - 4) = 0$$

т.к. имеем 2 различных корня, то $D > 0$.

$$D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4(4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 = -4t^2 + 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -4t^2 + 16 > 0 \Rightarrow 4t^2 < 16 \quad | :4$$

$$t^2 < 4$$

⇓

$$t > -2 \text{ и } t < 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \in (-2; 2)$$

Также по теореме Виета, если x_1 и x_2 - корни, то $x_1 \cdot x_2 = \frac{4t^2 - 4}{1} = 4t^2 - 4 \Rightarrow$ то же $x_1 \cdot x_2 > 0$ (дальше)

$$\text{дальше} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 > 0 \Rightarrow 4t^2 - 4 > 0 \Rightarrow 4(t^2 - 1) > 0 \quad | :4$$

$$t^2 - 1 > 0$$

$$\Rightarrow t^2 > 1$$

⇓

$$t < -1 \text{ или } t > 1 \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \Rightarrow$$

\Rightarrow



$$\Rightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

$$\text{Ответ: } t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$a+b=40 \text{ (по ум.)}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a \cdot 15b = 17p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$\text{Пусть } a-b=x \Rightarrow \begin{cases} a+b=40 \\ a-b=x \end{cases}$$

$$2a=40+x$$

$$a = \frac{40+x}{2}$$

$$; a - \text{нечетн.} \Rightarrow (40+x):2 = x:2$$

$$\Rightarrow (a-b):2$$

$$\text{Заметим, что н.к. } a-b:2 \text{ и } (a-b)(a-b+15) = 17p^5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17p^5:2; 17:2 \Rightarrow p^5:2, \text{ а н.к. у } p - \text{делитель } 17 \text{ и}$$

$$\text{всё то } p:2, \text{ а единств. тем. простое число } 2. \Rightarrow p=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(x+15) = 17 \cdot 2^5 = 17 \cdot 32 = 544$$

$$x^2 + 15x - 544 = 0 \quad D = 15^2 + 544 \cdot 4 = 2401 = 49^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-15 \pm \sqrt{49}}{2} \Rightarrow x = \frac{-15 \pm 7}{2} = -11 \text{ или } x = \frac{-15+7}{2} = -4$$

$$\downarrow$$

1. Если $a-b = x = -11$, то $x:2$ - нецелое. $\Rightarrow x = -4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a = \frac{40+x}{2} = \frac{40-4}{2} = \frac{36}{2} = 18, \text{ а } b = 40 - 18 = 22.$$

$$\text{Ответ: } a=18; b=22.$$

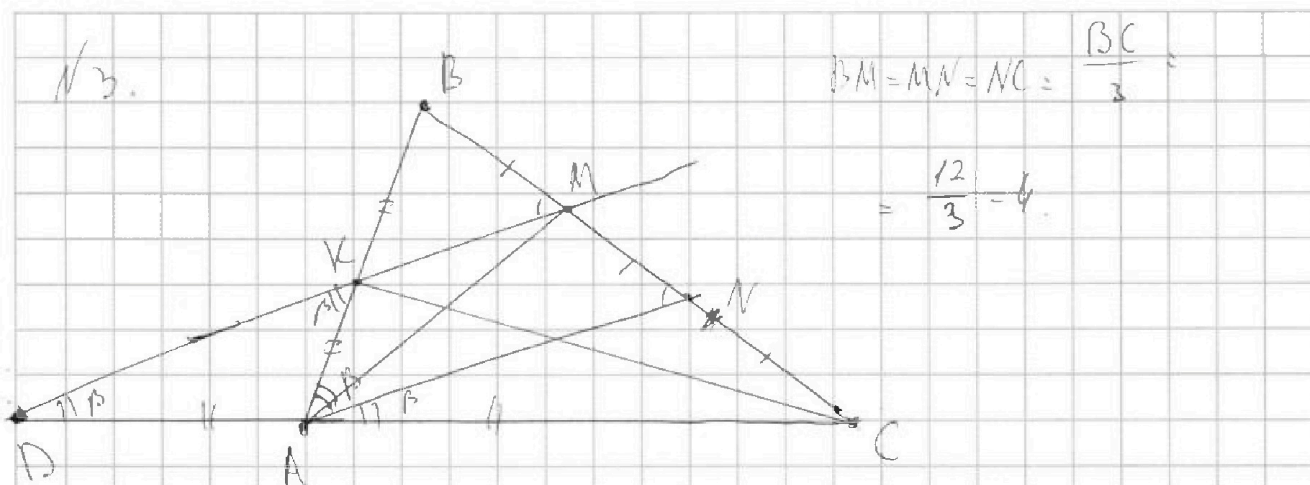


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть прямая MD пересек. AB в т. K.

Тогда т.к. DM || AN, то $\angle BMK = \angle BNA$

Тогда у $\triangle BKM$ и $\triangle BAN$ - $\angle ABE$ - общий и $\angle BMK = \angle BNA$

$\Rightarrow \triangle KBM \sim \triangle BAN$ (по 2 уг.) \Rightarrow т.к. $\frac{BM}{BN} = \frac{BK}{AB} \Rightarrow \frac{BK}{AB} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = 2BK \Rightarrow$ т.к. $AB = BK + KA \Rightarrow KA = BK$.

т.к. DM || AN $\Rightarrow \angle MDC = \angle NAC \Rightarrow \triangle DMC$ и $\triangle ANC$:

$\angle MDC = \angle NAC$ и $\angle DMC = 180^\circ - \angle BMK = 180^\circ - \angle BNA = \angle ANC \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle DMC \sim \triangle ANC$ (по 2 уг.) $\Rightarrow \frac{DM}{MC} = \frac{AN}{NC} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Нет $DC = 2AC = DA + AC \Rightarrow DA = AC$, а т.к.

по усл. $AB = CD \Rightarrow KA = BK = CA = DA = \frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow DA = AC \Rightarrow \triangle DAK - \text{рав.} \Rightarrow \angle ADK = \angle DKA = \angle NAC = \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DAK = 180^\circ - 2\beta \Rightarrow \angle BAN = 180^\circ - \angle DAK - \angle NAC = 180^\circ - 180^\circ + 2\beta - \beta =$

$= \beta \Rightarrow \angle BAC = 2\angle CAN = 2\beta \Rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Пусть $PK = AK = AC = a \Rightarrow$ по теореме косинусов для

$$\triangle BAC: BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$144 = (2a)^2 + a^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \cos 2\angle CAN$$

$$144 = 4a^2 + a^2 - 4a^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$144 = 5a^2 + a^2 = 6a^2$$

$$a^2 = \frac{144}{6} = \frac{42 \cdot 12}{6} = 24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \Rightarrow AB = AK + KB = 2a = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

Ответ: $AB = 4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

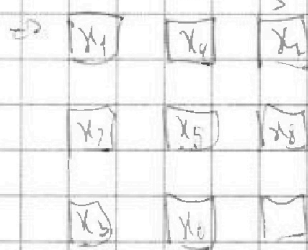
СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Заметим, что расклад 8 человек за 3 парт, раскл. как в ун-м, мы можем записать 2 ряда людей:

(море человек $n \times (2+2+3=7 - \text{человек} - e) \Rightarrow$



Тогда пусть росты людей x_1, x_2, \dots, x_8

и в 1-ом и 2-ом ряду $x_1 < x_2 < x_3$ и

$x_4 < x_5 < x_6$ соответственно.

Введем 3-ий ряд. Пусть $x_7 < x_8$ Тогда у нас 4 кар-ки расклад:



Теперь пронумеруем росты всех людей от меньшего к большему. Эти 1 до 8 в раскл. кар-ки раскладки

людей в 4-ом ряду. Если 1-ое место - 1 и 2-ое место 2,

то на 3-ем месте любой из оставш. - 6 кар.

Если 1-ое место - 1, и 2-ое место - 3, то на 3-ем месте любой от 4 до 8 - 5 кар. и т.д. Если на 1-ом месте сидит 1, то всего кар-ок - ~~6~~ $(6+5+4+3+2+1)$ (опецим).

Теперь пусть на 1-ом месте 2-ой. Тогда аналогичным

образом будем делать перебор случаев, что на 2-ом

и 3-ем месте, только теперь кол-во кар-ок на каждом

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 (меди-е)
= 6720 способов

Заметим, что не надо уметь, что 1-ый и 2-ой
ряд можно поменять местами, ведь мы
уже это ушли, т.к. среди ~~способов~~ не нужно ни
рассуд. ~~Может так, что они все выданы на 1 ряду и
2-ом ряду, тогда они не поменяются. 1-ый и 2-ой~~
рассудим все способы рассад людей на 1-ый и 2-ой
ряды правильно \Rightarrow если на 1-ом ряду люди посажены
както и все выданы - значит это порядок №1, а на 2-ом
неме все все выданы это порядок №2 \Rightarrow во всех
способах рассад на 1 ряду есть порядок №1, а
т.к. немы мы поменяем все способы рассад составов
людей \Rightarrow среди них есть способ рассад - порядок №1 \Rightarrow
 \Rightarrow мы ушли, что 1-ый и 2-ой можно поменять местами,
Ответ: 6720 способов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

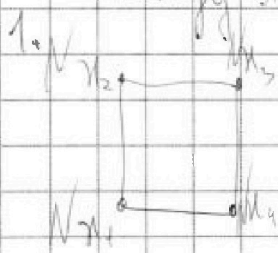
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

Пусть деревья с 3, 4, 5 и 7 вершинами - деревья N_3, N_4, N_5 и N_7 соответственно. Тогда рассмотрим минимальное дерево между этими деревьями:



Если всего вершин 9, а N_3, N_4, N_5, N_7 - числа 3, 4, 5 и 7. В миним. дереве между деревьями N_3 и N_4 минимум 2 вершины - крайние.

2. Если между ними > 6 верш., то можно иметь 2 дерева между которыми 2 вершины иначе верш. между ними $\max(4 - \text{крайние})$, но если есть 2 дерева - есть 2 вершины между деревьями - крайние.

3. Если между N_3, N_4, N_5, N_7 всего 2 дерева, то есть 2 верш.:



Здесь N_3 и N_4 не соед. с N_5, N_7 и N_7 и из них если есть верш. в др. дереве, то из этой деревки вынес. миним. количество вершин. 1 верш. из этой деревки не соединяется с N_3, N_4, N_5 .
 $\rightarrow N_4$ и все деревья с ним соед. не соединяется с N_3, N_4, N_5 - крайние.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На 2-ом рисунке N_{x_1} и N_{x_2} соединим с деревнями, из которых макс (деревя) \Rightarrow из этих деревень и деревень N_{x_1} и N_{x_2} нельзя попасть в деревни N_{x_3} и N_{x_4} - противоречие.

4. Если же между $N_{x_1}, N_{x_2}, N_{x_3}, N_{x_4}$ только 1 деревня, то есть какой-то город N_{x_1} не соедин. с деревнями N_{x_2}, N_{x_3} и N_{x_4} \Rightarrow из него деревни будут только в городе с деревней \Rightarrow из N_{x_1} нельзя попасть в города $N_{x_2}, N_{x_3}, N_{x_4}$ - противоречие.

5. Аналогичный город N_{x_1} , как в п. 4 найдем, если между ними с деревней - противоречие. \Rightarrow Остаются 1 вар-нт между N_{x_1}, \dots, N_{x_4} - 3 деревни

Заметим, что из 1 гор. в другой не может быть 2 деревень - противоречие возникает 2 пути из 1 гор. в другой - противоречие (разницу в верхних пунктах я не решил).

вар-нт, когда между 2-мя городами ≥ 2 деревень. Тогда

в нашей схеме суммарный вар-нт - центре города

соединим пешед.о: $N_{x_1} \rightarrow N_{x_2} \rightarrow N_{x_3} \rightarrow N_{x_4}$ или

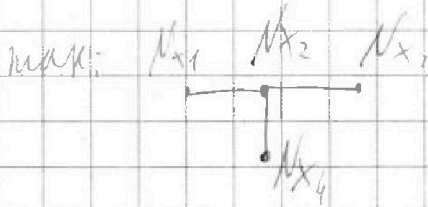


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

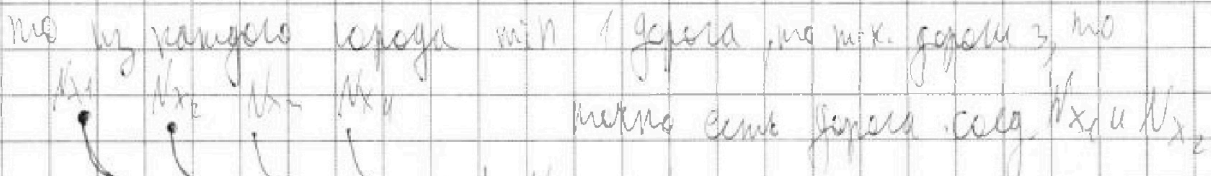
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



В других вар-ах, если нет середи, из которого 3 дерева в 3 семьи и нет середи из которого 0 дерев (или просто, тогда из этого середи можно не ^{нужно} брать. 3 дерева или в п.в)



и N_{x3} и N_{x4} либо соединить и

тогда, чтобы из N_{x3} и N_{x4} можно было попасть

в N_{x1} и N_{x2} , то N_{x3} или N_{x4} след. 1 деревом с N_{x2} или N_{x3} и образ 4 послед-е след. середи или N_{x3} след. с N_{x2} ,

но тогда N_{x4} след. след. с N_{x1} , иначе N_{x3} и N_{x4} не след.

в этом сл. N_{x3} и N_{x4} не след. а из N_{x2} уже 2 деревом и снова образ 4 послед-е след. середи. Тогда если

чер. соединить послед-е, то все семейств. деревом из N_{x1} , N_{x2} , N_{x3} и N_{x4} будут в деревом с 1 деревом, и из этих

деревом только 3 дерев. потому не можем тогда в этом

случае деревом макс ~~$N_{x1} + N_{x2} + N_{x3} + N_{x4}$~~ $3 + 3 + 3 + 3 = 12$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



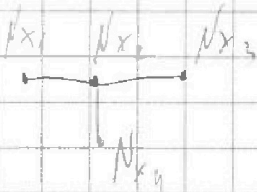
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

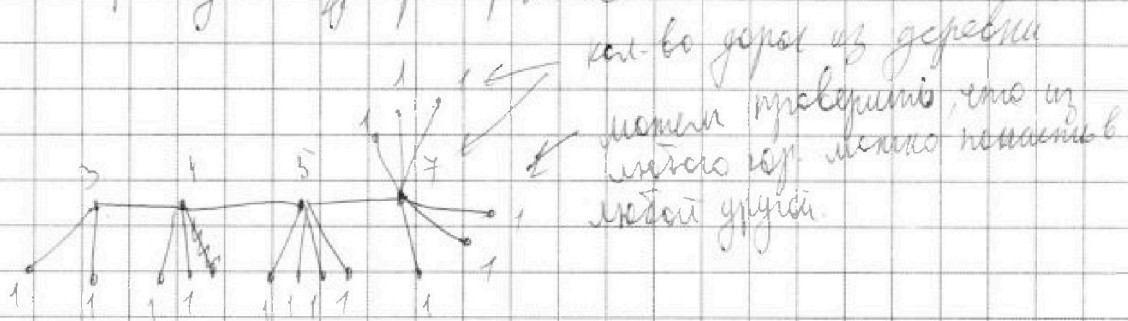
$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 4 - 5 = 3 + 4 + 5 + 7 + 4 - 5 = 18$

Теперь заметим, что в окруж.



Здесь всё аналогично предыд. случаю и деревьев max 18. =>

=> Приведем к примеру 18:



(в этой формуле +4 - города x_1, x_2, \dots, x_4 , $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ - деревья из этих городов -5 - деревья между городами x_1, x_2, \dots, x_4 , но есть $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) - 5$ - количество городов с той деревней

Также заметим, что можно считать меньше деревьев, если узор на той деревне с той горкой, о чем это obviously не нарушится, но max. деревьев деревьев

min $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 5 + 4 = 18$

↑ столько городов можно с горкой =>

=> Ответ: 18

Примечание: город и деревня одно и то же

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

МТ

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1.$$

ОДЗ: $1 - |x+y-2| \geq 0$ (и.к. под корнем)

$$|x+y-2| \leq 1.$$

$$-1 \leq x+y-2 \leq 1$$

$$x+y-2 \in (-1; 1)$$

$$(x+y) \in (1; 3).$$

и $2x+2y-x^2-y^2 \geq 0$ (и.к. под корнем)

$$x^2+y^2 \leq 2(x+y)$$

$$\Leftrightarrow 2(x+y) \geq 0$$

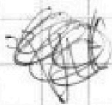
$$x^2 \leq 2|x| \quad y^2 \leq 2|y|$$

Заметим, что x и y можно менять местами, но значения

уравн-я не изменит. \Rightarrow пусть $x \leq y \Rightarrow x^2 \leq 2|x| \Rightarrow$

$$\Rightarrow |x|^2 \leq |x| \cdot 2 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow x \in [-2; 2] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^2 \geq 2|y| \Rightarrow |y| \geq 2, \text{ и.к. } |y| \in (1; 3)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение)
иначе уменьш. на 1 \Rightarrow всего 30 вар-ов, когда на 1-ой
месте 2-ой - $(5+4+3+2+1)$.

Далее, если на 1-ом месте 6-ий: $(4+3+2+1)$.

5-ий: $(3+2+1)$; 6-ий: $(2+1)$; 7-ий: 1; 8-ий: 0 \Rightarrow

\Rightarrow всего вар-ов различных людей на 1-ом ряду:

$$(8+...+1) + (7+...+1) + (6+...+1) + \dots + (2+1) + 1 + 0 =$$

$$= 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 + 0 = 56.$$

Теперь оставшиеся людей пронумеруем по ряду от

1 до 5, от меньшего к большему. И, чтобы избежать,

сложно способов раскладки их, делаем явный переход,

как для 1-ого ряда (Нужно на 1-ом месте 1. Тогда если

на 2-ом месте 2-ой - 3 вар, если 3-ий - 2 вар, если 4-ий - 1 вар

Если на 1-ом месте 2-ой то ...)

$$\text{И всего вар-ов: } (3+2+1) + (2+1) + 1 + 0 = 6+3+1 = 10.$$

И как мы видим, вар-ов расклад оставш. на 3-ем ряду - 6

~~Также можно заменить метками - это 3-й ряд - 6 способов~~

~~Также заменим что 3-ий ряд можем иметь~~

$$\text{и 1-ый и 2-ый и 3-ий} \Rightarrow 3 \text{ вар-ов} \Rightarrow \text{всего способов: } 56 \cdot 10 \cdot 6 = 3360$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

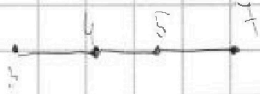
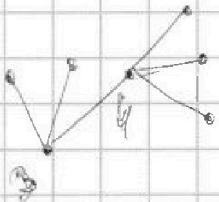
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}t \cdot x + 4t^2 - 4 = 0$$

$$1 \cdot x^2 + 2\sqrt{3}t \cdot x + (4t^2 - 4) = 0$$

$$x_1, x_2 = \frac{4t^2 - 4}{1} = 4t^2 - 4 + 6(t^2 - 4)$$



$$4 + 2 + 2 + 3 + 6 = 17$$

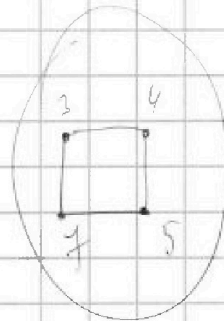
$$x_1 \cdot x_2 \geq 0$$

$$4(t^2 - 1) \geq 0$$

$$t^2 - 1 \geq 0$$

$$t^2 \geq 1$$

$$t \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$$



$$x^2 + 15x + 4 = 0$$

$$x^2 + 15x + 4 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$x = \frac{-15 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = -1, x_2 = -1$$

$$D = 12t^2 - 6(4t^2 - 4) = 12t^2 - 24t^2 + 24 = -12t^2 + 24$$

$$2 \text{ корня} \Rightarrow D \geq 0$$

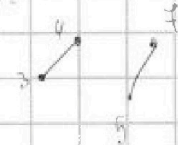
$$-12t^2 + 24 \geq 0$$

$$16 \geq 4t^2 \quad | :4$$

$$t^2 < 4 \Rightarrow t \in (-2; 2)$$

$$t \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$$

$$t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$





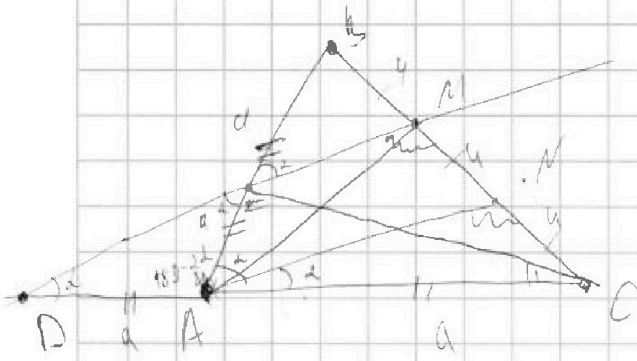
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a + b = 40$



$$AB = CD$$

$$BM = MN = NC$$

$$BC = 12$$

$$\cos(\angle CAN) = -\frac{1}{4}$$

$$AB = ?$$

$$AB = 2a$$

~~$$4a^2 + a^2 + AN^2 = 2a \cdot AN$$~~

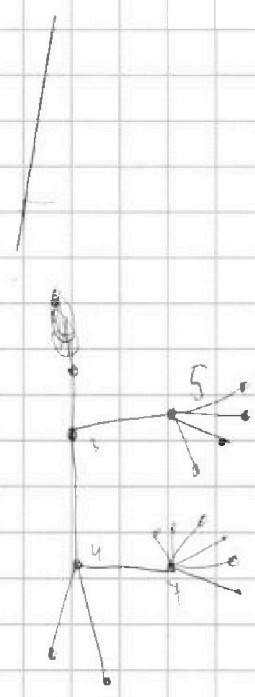
$$12^2 = a^2 + (2a)^2 - 2 \cdot a \cdot 2a \cdot \cos(2\angle A)$$

$$144 = a^2 + 4a^2 - 4a^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$144 = 5a^2 + a^2 - 6a^2$$

$$a^2 = \frac{144}{6} = \frac{12 \cdot 12}{6} = 24$$

$$a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представляло на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Лоры QR-кода недопустимы!

Handwritten mathematical work on grid paper, including:

- Diagrams of triangles and quadrilaterals with vertices labeled A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z.
- Geometric constructions and proofs involving lines, angles, and areas.
- Algebraic equations and formulas, such as $x^2 + y^2 = r^2$, $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$, and $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.
- Tables of numbers and symbols, including a grid of squares and a sequence of numbers.
- Various annotations and calculations, including $2x + y = r$, $x^2 + y^2 = r^2$, and $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$.

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 560 \\ \hline 2240 \\ \times 223 \\ \hline 6720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26001 \\ \times 1007 \\ \hline 180007 \\ 260010 \\ 2600100 \\ \hline 2626107 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3 & 6 10 15 21 \\ 1+2+3+4+5+6 &= 21 \\ 1+...+5 &= 15 \\ 1+...+4 &= 10 \\ 1+2+3+4 &= 10 \\ 1+2 &= 3 \end{aligned}$$

$$21+15+10+6+3+0$$

$$\begin{array}{r} 24001 \\ \times 1007 \\ \hline 168007 \\ 240010 \\ 2400100 \\ \hline 2424107 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2184 \\ \times 1007 \\ \hline 15288 \\ 21840 \\ 218400 \\ \hline 2195884 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2184 \\ \times 1007 \\ \hline 15288 \\ 21840 \\ 218400 \\ \hline 2195884 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 15 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^1 \cdot p^0 = p^2 \\ & \dots \cdot p^0 = p^1 \\ & \dots = p^0 \end{aligned}$$

$$a - \frac{z}{40+z} = 0$$

$$\begin{aligned} & a - b = x \\ & a - b = 40 \end{aligned}$$

$$p^2 x - 17p - 15 = 0$$

$$\begin{aligned} & a + b = 40 \\ & a - b = 17p \\ & a - b + 15 = p \end{aligned}$$

$$a - b + 14 = 17p \quad a - b + 15 = 32 = p^2$$

$$\begin{aligned} & (a-b)(a-b+15) = 17p^2 \\ & (a-b)(a-b) + 15(a-b) = 17p^2 \\ & a-b = 40 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ \times 1007 \\ \hline 3808 \\ 5440 \\ 54400 \\ \hline 547444 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & a - b = 17 \\ & a - b = 40 \\ & 2a = 57 \\ & a = 28.5 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновой и не проверяется. Страницы по каждой из задач помечаются отдельно. Почта QR-кода неоплачиваема.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40 \quad b=40-a$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$a-b < a-b+15$$

$$x^2+y^2=2x+2y$$

$$x^2+y^2=2 \cdot 2(x+y)$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ +55 \\ \hline 90 \\ 2200 \end{array}$$

$$a-b=17$$

$$a-b+15=p^5$$

$$17+15=p^5$$

$$32=p^5$$

$$(40+15)(40+15+15) = 17p^5$$

$$22p^5 + 80p^5 + 110p^5 + 40^2 = 17p^5$$

$$40^2 + 190p^5 + 2200 = 17p^5$$

$$a-b=17 \cdot p \quad a-b+15=p^4$$

$$17p+15=p^4$$

$$p^4 - 17p - 15 = 0$$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$\sqrt{2(x+y)} \cdot \sqrt{(x+y-2)(x+y-2)} = x^2+y^2+2x+2y+2y-2x-2y-4 = x^2+y^2+2y-4$$

$$\begin{aligned} (x+y-2)(x+y-2) &= x^2+xy-2x+xy+y^2-2y-2x-2y+4 = \\ &= x^2+2xy+y^2-4x-4y+4 \end{aligned}$$

$$x+y \geq 2$$

$$1-x-y+2 = -x-y+3$$

$$-(x-1)^2 - (y-1)^2$$

$$x-1=0$$

$$y-1=0$$

$$x^2 < 2|x|$$

$$y^2 < 2|y|$$

$$|x| < 2$$

$$|y| < 2$$

$$\sqrt{-(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$\sqrt{-a^2 - b^2 + 2} + \sqrt{1-|a+b|} = 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40$$

$$a=9 \quad b=?$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 150 - 15b = 17p^2$$

p - перел. расстояние

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^2$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^2 = 17 \cdot p \cdot p$$

$$a-b=17 \Rightarrow a-b+15=p^2$$

$$\frac{CE}{CO} = \frac{EP}{PO}$$

$$17+15=p^2$$

$$32=p^2$$

$$BE^2 = AB^2 + AE^2 - 2AB \cdot AE \cdot \cos A$$

$$2 \quad a-b=17 \cdot p \Rightarrow a-b+15=p^2$$

$$EP+PO = 180 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}$$

$$PE^2 = CP^2 + CE^2 - 2CP \cdot CE \cdot \cos P$$

$$17p+15=p^2$$

$$16p=-15$$

$$BE=10$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180$$

$$3 \quad a-b=p^2 \Rightarrow a-b+15=17$$

$$p^2+15=17$$

$$p^2=2$$

$$p=\sqrt{2} \quad \text{или} \quad p=-\sqrt{2}$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{2} = \beta$$

$$180 - \beta - \frac{\beta}{2} = \beta$$

$$= \frac{\beta}{2} + \beta$$

$$4 \quad a-b=17p^2 \Rightarrow a-b+15=1$$

$$5 \quad a-b=1 \Rightarrow a-b+15=17p^2$$

$$16=17p^2$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \beta - \frac{\beta}{2} - \beta =$$

$$= \beta - \frac{\beta}{2}$$

