



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



3. [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
4. [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a - b = 12$ , а значение выражения  $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$  равно  $19p^4$ , где  $p$  — некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
5. [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 6$ ,  $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$ .
6. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
- он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

7. [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наибольшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 12$ .
8. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
9. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4\sqrt{2}t \pm \sqrt{32t^2 - 4(9t^2 - 9)}}{2} = \frac{-4\sqrt{2}t \pm \sqrt{36 - 4t^2}}{2}$$

чтобы корни были различными и положительными.

$\sqrt{36 - 4t^2}$  ~ должно быть определено, не равно 0

$$\Rightarrow 36 - 4t^2 > 0 \Rightarrow t^2 - 9 < 0 \quad (t-3)(t+3) < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \in (-3; 3). \text{ Теперь проверим } x_1 \cdot x_2 > 0.$$

$$\text{По т. Виетта } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{9t^2 - 9}{1} = 9t^2 - 9$$

$$\text{Хотим } 9t^2 - 9 > 0 \Rightarrow t^2 - 1 > 0 \Rightarrow (t-1)(t+1) > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty). \text{ Объединим } t.$$

$$\text{Получим ОДЗ: } t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) =$$
$$= (a+b)(a+b+3), \text{ м.к. } a-b=12, \text{ то } a=b+12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (b+12+b)(b+12+b+3) = 19p^4$$

$$(2b+12)(2b+15) = 19p^4$$

$$\text{м.к. } 2b+12 : 2, \text{ а } 19 \not/ 2, \text{ то } p=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2b+12)(2b+15) = 19 \cdot 2^4.$$

Теперь заметим, что при  $b=2$

$$2b+12=16, \quad 2b+15=19, \quad 16=2^4 \Rightarrow$$

$\Rightarrow b=2$  подходит. Теперь заметим, что

$(2b+12)(2b+15)$  при увеличении  $b$

растет, а при уменьшении — уменьшается

$\Rightarrow$  ~~не более~~ ~~ровно~~ 1 значение  $b$  подходит (уменьшаем

и увеличиваем  $b$  в натуральных числах).

Тогда,  $b=2$ ,  $a = 12+b = 12+2 = 14$ . Ответ:  $a=14$   
 $b=2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Используем т. косинусов для  $\triangle BAC \Rightarrow$

$$\Rightarrow BC^2 = BA^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC$$

$$6^2 = (2x)^2 + x^2 - 2 \cos(2\alpha) \cdot x \cdot 2x$$

$$\text{но уже } \cos 2\alpha = -\frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6^2 = 4x^2 + x^2 + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot x \cdot 2x$$

$$36 = 5x^2 + 3x^2$$

$$36 = 8x^2$$

$$9 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{9}{2}}, \text{ но}$$

$$x \geq 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$AB = 2x = 2 \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}. \text{ Ответ: } 3\sqrt{2}$$

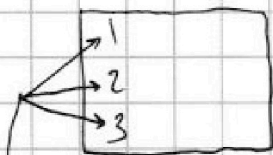


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что всего мест  $12 \Rightarrow$   
будет ровно  $12 - 11 = 1$  пустое место.

НО, это это место (одно у ~~трех~~). Тогда  
Если мы всех

посадим, то кол-во

взаимных пересадок ~~раздел~~ <sup>способов</sup>  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ .

(кол-во способов выбрать ~~раздел~~ <sup>способ</sup>, который станет  
первым, вторым и т.д.

] свободно место "1", тогда все, кроме

второго и первого ряда ~~раздел~~ <sup>2 столбца</sup> должны быть  
выше тех, кто сидит перед ними.

Посадим людей во 2 столбец - ~~раздел~~ <sup>зачем</sup>  $3$  и  $11$ ,

в 3-  $3$  и  $8$ , в 4  $3$  и  $5$ , в 5 останется 2 человека.

Заметим, что 3 человека саманы одноналично

$$\begin{aligned} (\text{по возрастанию их роста}) &\Rightarrow C_{11}^3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 = \\ &= \frac{11!}{3! \cdot 8!} \cdot \frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{11!}{3!(3!)^3 \cdot 2!} = \frac{11!}{(6)^3 \cdot 2} = \end{aligned}$$

$$= 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 11,$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 второе место свободно, тогда  
то же самое, но тех 2 может  
можно пометить местами  $\Rightarrow$   $\cdot 2$

2 третье свободно - это то же самое,  
что и первой ситуат

$\Rightarrow$  в сумме  $4 \cdot (4 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^3 - C_5^3)$

$3+2+1$   
первая  $\uparrow$  вторая  $\uparrow$  третья  $\leftarrow$

~~Случаи независимости~~

т.к. достаточно просто

выбрать столбец, в котором 2 человека (все варианты  
раскладки переберутся сами). Вар. независимы,

т.к. еще разное: столбец с 2 людьми  
или полон этих 2 людей  
или рассадка ост.

Отв:  $16 C_{11}^3 - C_8^3 \cdot C_5^3$

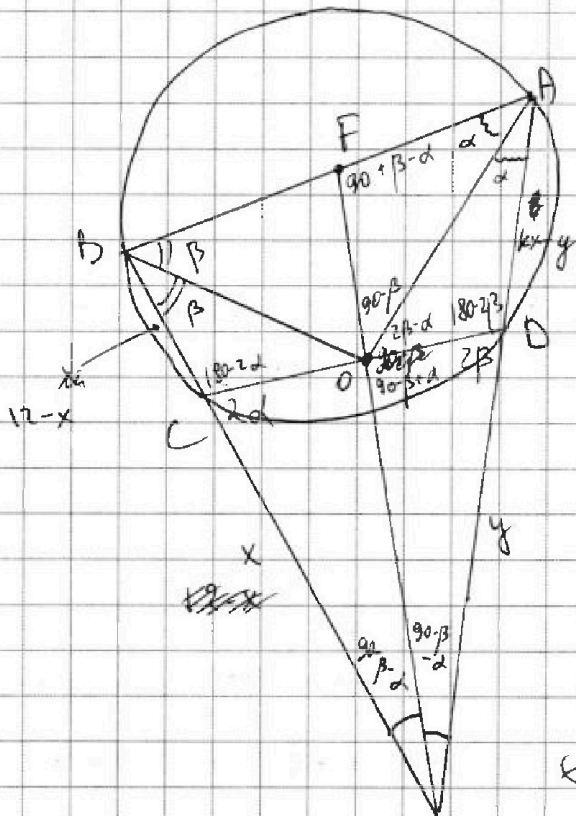


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle CDE \sim \triangle BEA$ , т.к.  
 $\angle BAD = 2\alpha \Rightarrow \angle DCE = 2\alpha$   
 $\angle ABC = 2\beta \Rightarrow \angle CDE = 2\beta$

Продлим EO до пересечения с BA (точка F)  
 $k$  - коэф. подобия.

$$BF = DO \cdot k, \quad BE = DE \cdot k$$

$$BE = 12 \Rightarrow DO + DE = \frac{BE + BF}{k}$$

$$\frac{BF}{BE} = \frac{FA}{AE} \Rightarrow BF = \frac{BE \cdot FA}{AE}$$

~~$$k = \frac{BF}{BE} = \frac{FA}{AE} = \frac{12 \cdot FA}{AE}$$~~

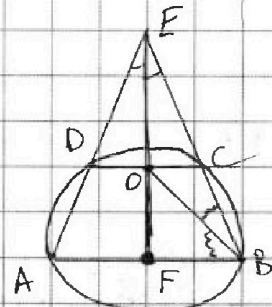
два пути А по DE - BF ~~будет~~ ~~как~~ ~~уменьшается~~  
 но коэф. подобия  $k \Rightarrow$  у метода ~~интерес~~

лучше ~~помощнее~~ при  $AE = BE = 12 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  ~~формула~~ для ~~люб~~ ~~улучш.~~

$$DE + DO = \min! \quad \frac{EB}{EO} = \frac{BF}{FO}$$

$$\frac{EO}{FO} = \frac{EB}{BF} \Rightarrow DE + DO = \max$$

при  $k=1$  ~~улучш.~~



$$\text{тогда } ED + DO = 12 \cdot \frac{2}{3} + \frac{12}{2} \cdot \frac{2}{3} = 12. \text{ Ответ: } 12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$P$ -ная деревню, у которой выходит  $\geq 1$  дорога. Заметим, что у нее дорога может выходить только в одну из четырех деревень, у которых выходит  $> 2$  дорог. (Будем называть их центральными). И это не так, тогда  $\longrightarrow$  ~ у деревни с 1 дорогой ~~возникла~~, дорога идет в деревню с 4 дорогой, тогда у этих 2 деревень больше чем дорог  $\rightarrow$  у центральных до них нельзя добраться! Получается, все не центральные деревни соединены с центральной. Заметим, что у центральной не более 3 дорог ведут в другие центральные, т.к. их всего 4.  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  все, кроме не более 3 ребер у центральных ведут в нецентральные  $\Rightarrow$  у  $1_{\text{ос}} \geq 2$ , у  $2_{\text{ос}} \geq 3$ , у  $3_{\text{ос}} \geq 4$ , у  $4_{\text{ос}} \geq 6 \Rightarrow 2+3+4+6=15$ .  
Возникли эти  $\overset{15}{\Sigma}$  в-ки (нецентральные).  
У каждой в-ки (центральной) останется



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

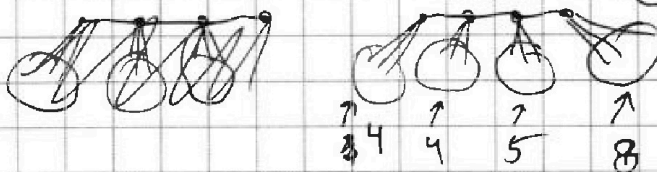
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ещё ровно 3 ребра, т.к. ни от какой в-нос  
невозь добраться до другой более, чем 3 способами,  
то граф дерево  $\Rightarrow$  т.к. из центральной  
можно добраться до центральной либо напрямую,  
либо чрез центральную, то между этими 4  
центральными ровно 3 ребра.  $\Rightarrow 3 \cdot 4 - 3 = 6$   
ребер суммарно осталось  $\Rightarrow$  это + 9 в-н. т.к.

Всего =  $15 + 4 + \frac{6}{2} = 25$

каждое  
ребро даёт  
2 в-н

Пример



ОТВ. 25



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2x + 2y - 2xy = |x-y-1|^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = \sqrt{-|x-y-1|^2 - 2xy + 1} + \sqrt{1-|x-y-1|}$$

Заменяем, что  $\sqrt{1-|x-y-1|} \leq 1 \Rightarrow \sqrt{2x-2y-x^2-y^2} \geq 1$ , т.к.

$$-|x-y-1|^2 \leq 0, \text{ но } -2xy \geq 0 \Rightarrow 2xy \leq 0 \Rightarrow xy \leq 0$$

] $x=0$ , тогда  $\sqrt{-y^2-2y} + \sqrt{1-|y-1|} = 2 \Rightarrow y \leq 0, y \neq 0$ ,

тогда  $\sqrt{y^2+2y} + \sqrt{-y-1} = 2$  кроме того, расстояние от  $-y$  до 1 не более 1, т.к.  $\sqrt{1-|y-1|}$  — остр. ~~отрезок~~

$\Rightarrow y = 0, -2$ . Проверим,  $\sqrt{-1+2} + \sqrt{1-0} = 2, \sqrt{-4+4} + \sqrt{1-1} = 0. x=0, y=-1$

] $y=0$ , тогда  $\sqrt{2x-x^2} + \sqrt{1-|x-1|} = 2$ . Очень легко от  $x$  до 1  $\leq 1 \Rightarrow x = 0, 1, 2$ , но 0 ~~уже не~~  $\log x$ .  $x=2 \Rightarrow$

$$\sqrt{2-1} + \sqrt{1-|1-1|} = 2; \quad x=2 \Rightarrow \sqrt{4-4} + \sqrt{1-|2-1|} = 0 \Rightarrow x=1; y=0$$

Пока что отв:  $x=0, y=-1; x=1, y=0$

] $y < 0, z = -y$   $\sqrt{-|x+z-1|^2 + 2xz+1} + \sqrt{1-|x+z-1|} = 2$ ,  
 $x$  и  $z \geq 1 \Rightarrow x+z \geq 2$ , но  $x+z-1 \leq 1 \Rightarrow x+z=1$ , проверим  
 $\sqrt{-1+2+1} + \sqrt{1-1} = 2$ !

] $x < 0$ , тогда  $z = -x$   $\sqrt{-|z+y-1|^2 + 2zy+1} + \sqrt{1-|z+y-1|} = 2$   
 $1-z-y-1 = z+y+1 \Rightarrow \sqrt{-(z+y+1)^2 + 2zy+1} + \sqrt{1-z-y-1} = 2$   
 но  $\sqrt{-z-y}$  неопр, если  $x$  и  $y \geq 1$ !

Отв:  $x=1, y=0$  и  $x=0, y=-1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \quad \text{сумма} - \frac{b}{a}; \quad \text{произв} \frac{c}{a}$$

$$a - b = 12; \quad a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4$$

$a, b - ?$

$$a = 12 + b \quad \text{~~+(12+b)^2 + 2b(12+b) +~~}$$

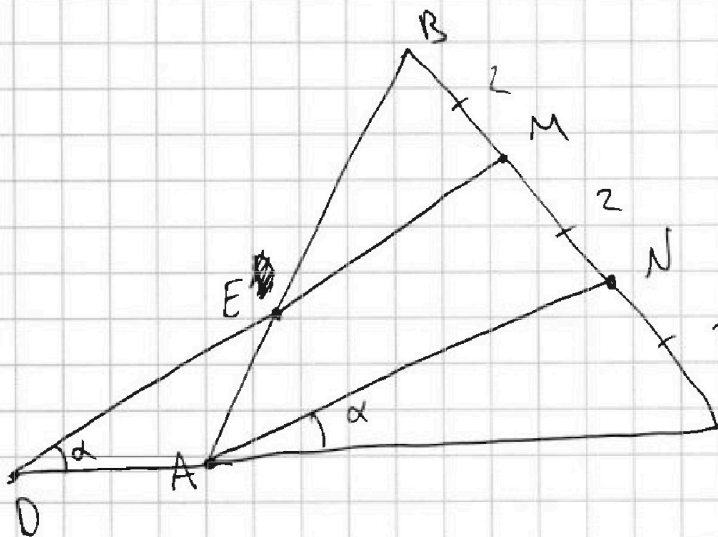
$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \Rightarrow (a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^4$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

$$a = 12 + b \Rightarrow \text{~~12+2b~~} \quad (12+2b)(15+2b) = 19p^4$$

$$p = 2 \Rightarrow 19 \cdot 16 = (12+2b)(15+2b)$$

$b = 2$  корень, осм - нет



$$AB = CD$$

$$\cos(2\alpha) = -\frac{3}{4}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$$

$$\cos(60) = \cos^2(30) - \sin^2(30)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

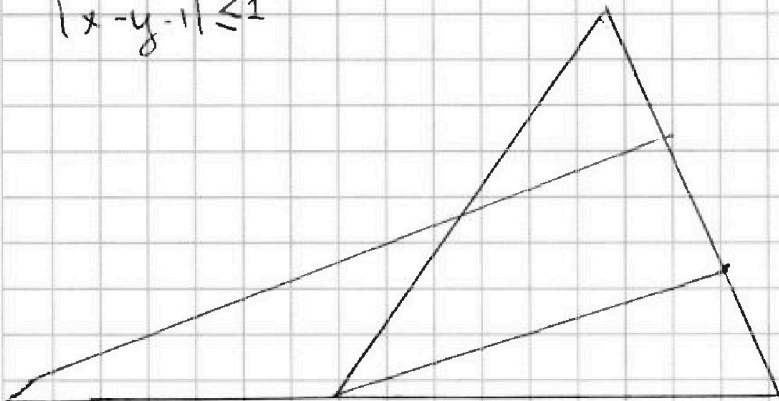
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

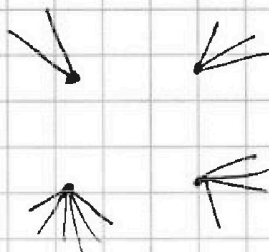
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x - 2y - x^2 - y^2 \geq 0$$

$$|x - y - 1| \leq 1$$



5, 6, 7, 9, осм - 1



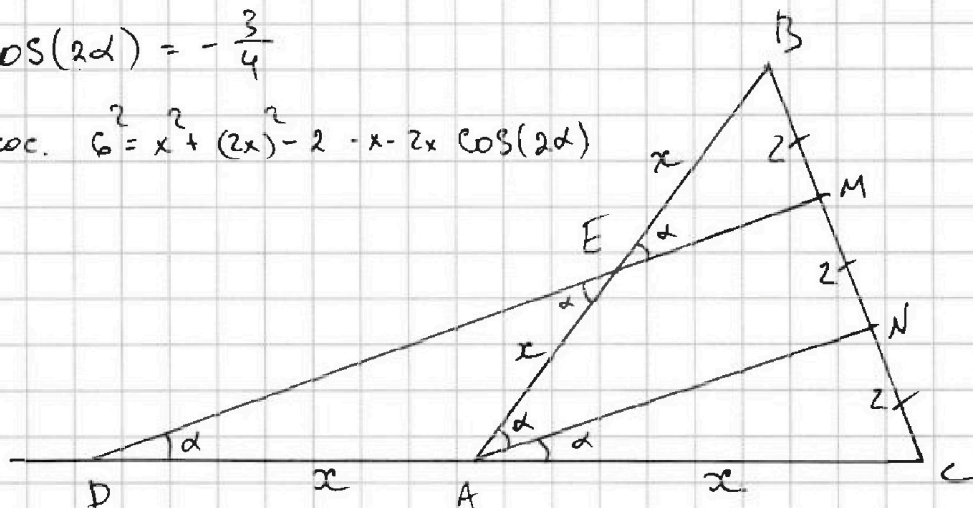
$$2 + 3 + 4 + 6 = 15$$



$2x = ?$

$$\cos(2\alpha) = -\frac{3}{4}$$

по т. кос.  $6^2 = x^2 + (2x)^2 - 2 \cdot x \cdot 2x \cdot \cos(2\alpha)$



$$36 = 5x^2 - 4x^2 \cdot -\frac{3}{4}$$

$$36 = 8x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2x = \sqrt{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



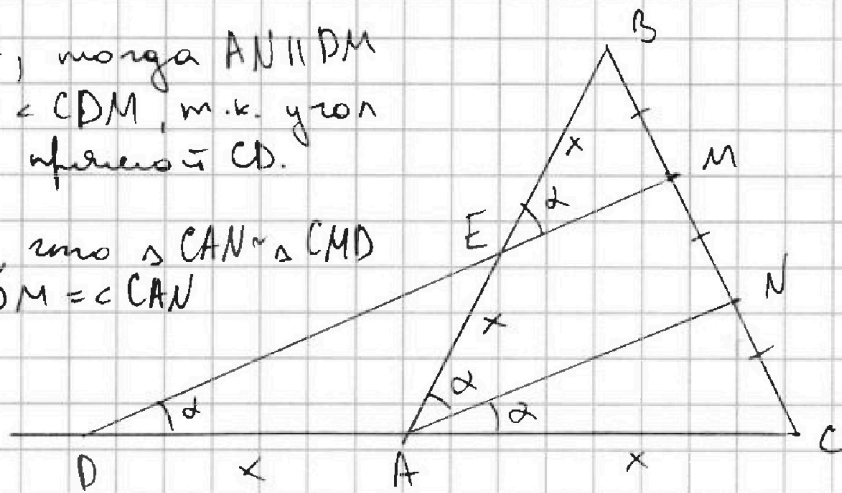
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle CAN = \alpha$ , тогда  $AN \parallel DM$   
 $\Rightarrow \angle CAN = \angle CDM$ , т.к. угол  
 к одной прямой  $CD$ .

Заметим, что  $\triangle CAN \sim \triangle CMD$   
 т.к.  $\angle CBM = \angle CAN$



$\angle ACN$  и  $\angle DEM$  острые, т.к.  $NC = \frac{1}{2} ME$ , то они подобны  
 с коэф  $2 \Rightarrow AC = \frac{1}{2} DC \Rightarrow DA = AC = 2AC = x$ ,

тогда  $DA = x$ . Р-шим  $\triangle BAN$ . В нем  $DM \parallel AN$ ,  $BM = MN \Rightarrow$

$\Rightarrow DM$  - медиана, содержащая среднюю линию

$\triangle ABN \Rightarrow AE = EB$ , где  $E$  - точка пересечения

$DM$  и  $AB \Rightarrow$  т.к.  $AB = CD$ , то  $AB = 2x \Rightarrow AE = EB = x$ .

$\triangle DAE$  - равносторонний ( $DA = AE = x$ )  $\Rightarrow \angle AED = \angle ADE = \alpha =$

$= \angle MEB$  (вертикаль). т.к.  $EM \parallel AN$ , то  $\angle BEM =$

$= \angle BAN$ , т.к.  $BA$  - общая прямая,  $EM \parallel AN \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAN = \alpha \Rightarrow \angle BAC = 2\alpha$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

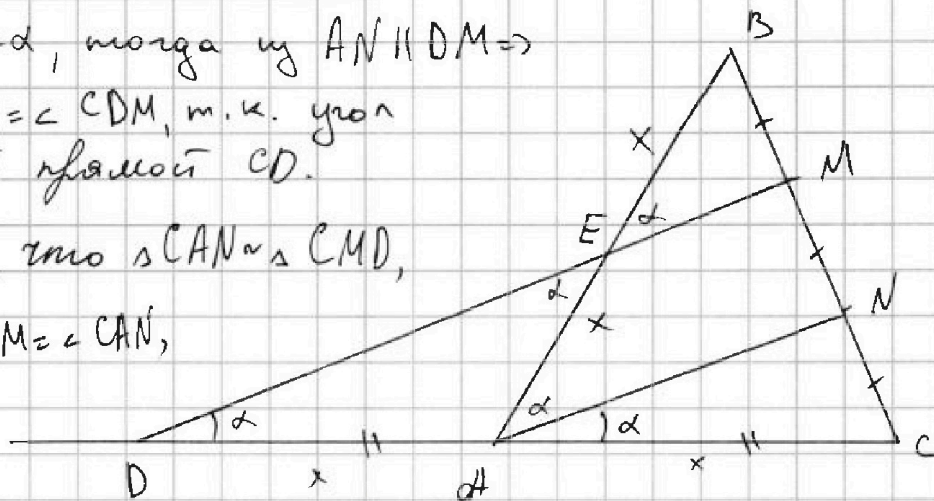
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\exists \angle CAN = \alpha$ , тогда из  $AN \parallel DM \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAN = \angle CDM$ , т.к. угол к одной прямой  $CD$ .

Заметим, что  $\triangle CAN \sim \triangle CMD$ ,

т.к.  $\angle CDM = \angle CAN$ ,



$\angle ACN$  и  $\angle DCM$  общие. т.к.  $NC = \frac{1}{2} MC$ , то они подобны с коэф. 2  $\Rightarrow AC = \frac{1}{2} DC \Rightarrow$

$\Rightarrow DA = AC$ .  $\exists AC = x$ , тогда  $DA = x$ .

Р-фами  $\triangle BAN$ . В нем  $DM \parallel AN$ ,  $BM = MN \Rightarrow$

$\Rightarrow DM$  - медиана, содержащая среднюю линию  $\triangle ABN \Rightarrow AE = EB$ , где  $E$  - точка пересек

$DM$  и  $AB$ .  $\Rightarrow$  т.к.  $AB = CD$ , то  $AB = 2x \Rightarrow$

$\Rightarrow AE = EB = x$ .  $\triangle DAE$  -  $\triangle$  ( $DA = AE = x$ )  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AED = \angle ADE = \alpha = \angle MEB$  (вертикал)

т.к.  $EM \parallel AN$ , то  $\angle BEM = \angle BAN$ , т.к.

$BA$  - общ. прямая,  $EM \parallel AN \Rightarrow \angle BEM = \angle BAN = \alpha$

$\Rightarrow \angle BAC = 2\alpha$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

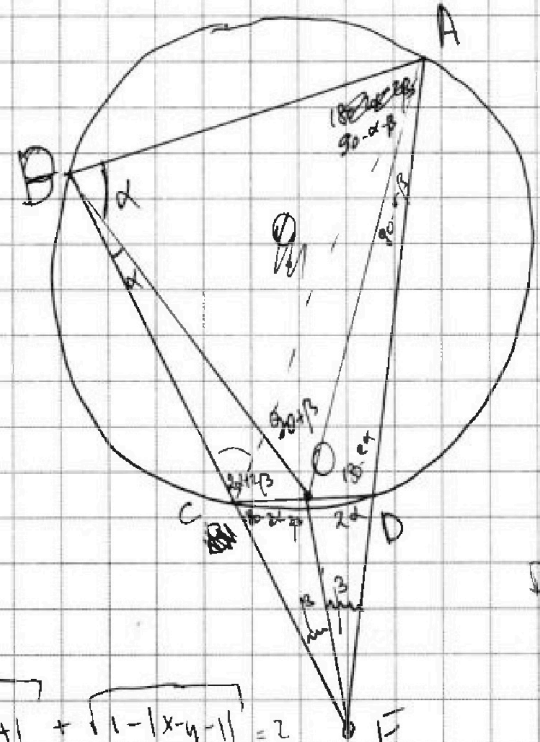
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x - 2y - x^2 - y^2 \geq 1$$

$$x^2 + y^2 + 1 - 2x + 2y - 2xy$$

$$x^2 - 2x + (y^2 + 2y + 1) \leq 0$$

$$2 \pm \sqrt{4 - 4(y^2 + 2y + 1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4y^2 + 8y}}{2} = 1 \pm \sqrt{y^2 + 2y}$$



$$BE = 12$$

$$EC \cdot EB = ED \cdot EA$$

$$\frac{ED}{DO} = \frac{EC}{CO}$$

$$ED \cdot CO = EC \cdot DO$$

$$\Rightarrow EB = DO \cdot k$$

$$EA = CO \cdot k$$

$$DO \cdot k = 12$$

$$x < 0, y > 0$$

$$z = -x \sqrt{(z+y+1)^2 + 2zy + 1}$$

$$\sqrt{|x-y-1|^2 - 2xy + 1} + \sqrt{1 - |x-y-1|} = 2$$

~~$x^2 + y^2 + 1 - 2x + 2y - 2xy \leq 0$~~   $|x-y-1| \leq 1$   $x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y \leq 1$

$$x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 2y \leq 0$$

$$(x-y)^2 + 2(y-x) \leq 0$$

$$(y-x)(y+x-2) \leq 0 \Rightarrow \text{Если } x < y, \text{ то}$$

$$2x - 2y - x^2 - y^2 + 1 - |x-y-1| - 2\sqrt{\dots} = 4$$

$$\sqrt{(z+y+1)^2 + 2zy + 1} + \sqrt{|x-y-1|} = 2$$

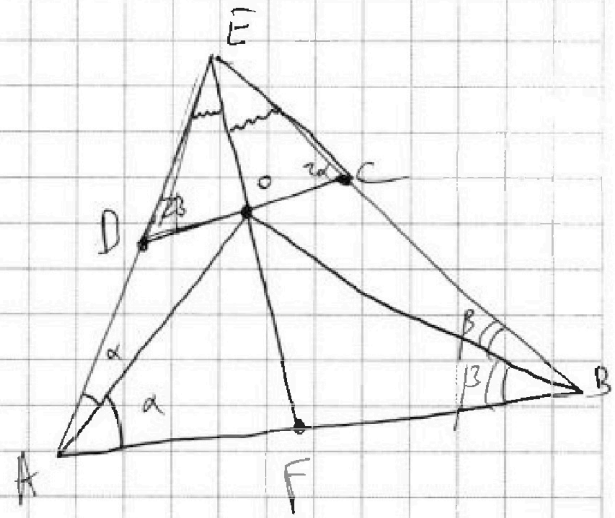
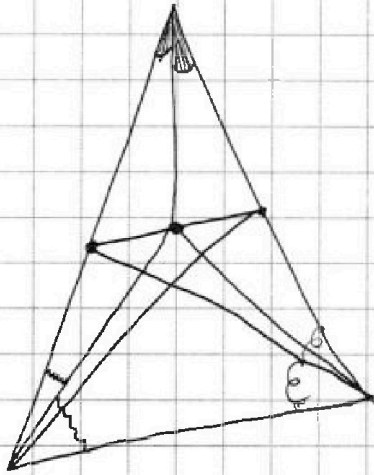


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



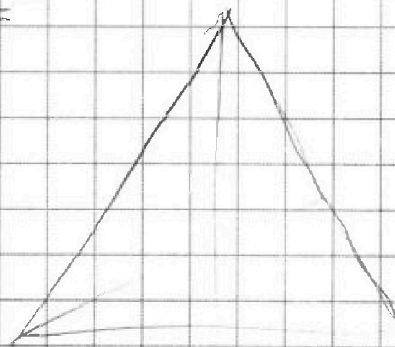
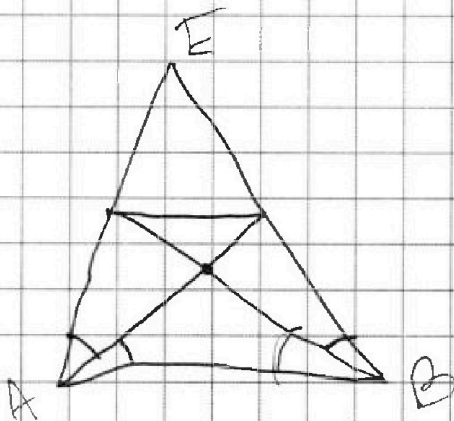
$$\frac{EO}{OF} = \frac{EA}{AF} = \frac{BE}{BF}$$

$$\frac{EA}{AF} = \frac{EB}{BF}; \quad \frac{ED}{DO} = \frac{EC}{CO}$$

$$ED = \frac{EC \cdot DO}{CO}$$

покажем из этого

$$\frac{EA}{BA} = \frac{CO}{BO} = \frac{EF}{BF}$$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

