



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Первый член арифметической прогрессии равен a_1 ; разность арифметической прогрессии равна d . n -ый член прогрессии

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18$$

$$a_7 = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = -3x^2$$

$$a_7 - a_5 = a_1 + 6d - a_1 - 4d = 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = a_1 + 6d + 4d = a_7 + 2 \cdot 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36 = -3x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 48x^2 - 12x - 36 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$* x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 * \end{cases}$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 3 = 7$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=2+\sqrt{7} \\ x=2-\sqrt{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2+\sqrt{7} \\ x=2-\sqrt{7} \end{cases}$$

Ответ: $2; 2+\sqrt{7}; 2-\sqrt{7}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

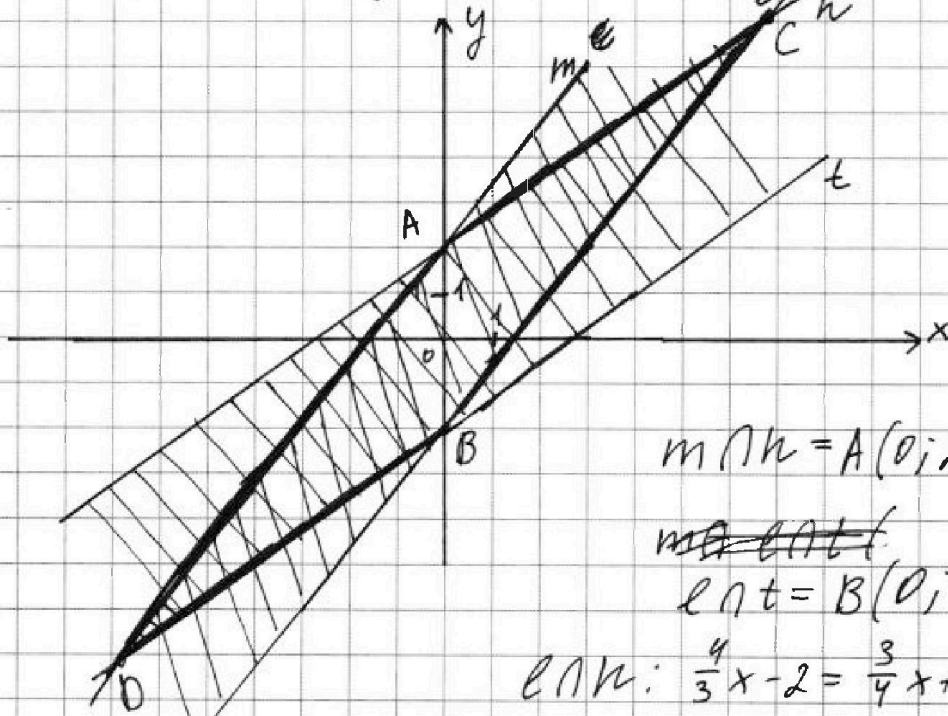
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 & (1) \\ |3x - 4y| \leq 8 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \geq -6 \end{cases}; \begin{cases} y \geq \frac{4}{3}x - 2 \\ y \leq \frac{4}{3}x + 2 \end{cases} \quad \begin{aligned} y &= \frac{4}{3}x - 2 - \text{кр. } e \\ y &= \frac{4}{3}x + 2 - \text{кр. } m \end{aligned}$$

$$(2) \begin{cases} 3x - 4y \leq 8 \\ 3x - 4y \geq -8 \end{cases}; \begin{cases} y \geq \frac{3}{4}x - 2 \\ y \leq \frac{3}{4}x + 2 \end{cases} \quad \begin{aligned} y &= \frac{3}{4}x - 2 - \text{кр. } t \\ y &= \frac{3}{4}x + 2 - \text{кр. } n \end{aligned}$$



$$m \cap e = A(0; 2)$$

~~$$m \cap t = A(0; 2)$$~~

$$e \cap t = B(0; -2)$$

$$e \cap n: \frac{4}{3}x - 2 = \frac{3}{4}x + 2 \cdot 12$$

$$16x - 24 = 9x + 24$$

$$x = \frac{48}{7} \quad y = \frac{50}{7}$$

$$e \cap n = C\left(\frac{48}{7}; \frac{50}{7}\right)$$

$$m \cap t: \frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2 \cdot 12$$

$$16x - 9x = -48$$

$$x = -\frac{48}{7} \quad y = -\frac{50}{7}$$

$$m \cap t = D\left(-\frac{48}{7}; -\frac{50}{7}\right)$$

Решение системы - внутренняя
штрихованная область

D - точка с наим. зн. x и y
 $14x + 7y = -96 + -50 = -146$

Ответ: -146



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

1 случай: $A = 13p^2$; $B = 3q^2$, ~~$p \in \mathbb{P}, q$ -простое~~

$$13p^2 = (m-n)(m-n+9)$$

Рассм. возможные значения $m-n$

① $m-n=1 \Rightarrow m-n+9=13p^2$

$$10 = 13p^2$$

$$p^2 = \frac{10}{13}$$

p -простое \Rightarrow противоречие

② $m-n=13 \Rightarrow m-n+9=p^2$

$$22 = p^2$$

p -простое \Rightarrow противоречие

③ $m-n=13p \Rightarrow m-n+9=p$

$$13p+9=p$$

$$p = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$$

p -простое \Rightarrow противоречие

④ $m-n=13p^2 \Rightarrow m-n+9=1$

$$13p^2 = -8 \Rightarrow$$
 противоречие

$p \in \mathbb{N}$

⑤ $m-n=p \Rightarrow m-n+9=13p$

$$p+9=13p$$

$$p = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$p \in \mathbb{N}$

\Rightarrow противоречие

⑥ $m-n=p^2 \Rightarrow m-n+9=13$

$$p^2 = 4$$

$$p = 2$$

$$m-n=4$$

$$m=n+4$$

$$B = n(n+4) \cdot 7 = 3q^2 \Rightarrow q \neq 7, q\text{-простое}$$

$$\Rightarrow q \neq 7; q^2 = 49$$

$$n^2 + 4n = 21 \Leftarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 + 4n = 21$$

$$\begin{cases} n = 3 \\ n = -7 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow m = 7$$

2 случая: $A = 3q^2$ $B = 13p^2$, q, p - простые
 $q \in \mathbb{N}$ $p \in \mathbb{N}$

$$3q^2 = (m-n)(m-n+9)$$

① $m-n=1 \Rightarrow m-n+9=3q^2$

$$q^2 = \frac{10}{3} \mid \Rightarrow \text{противоречие}$$

$$q \in \mathbb{N}$$

② $m-n=3 \Rightarrow m-n+9=q^2=12 \mid \Rightarrow \text{противоречие}$
 $q \in \mathbb{N}$

③ $m-n=3q \Rightarrow m-n+9=q=3q+9$
 $q = -\frac{9}{2} \mid \Rightarrow \text{противоречие}$
 $q \in \mathbb{N}$

④ $m-n=3q^2 \Rightarrow m-n+9=1$
 $3q^2 = -8$
 $q^2 = -\frac{8}{3} \mid \Rightarrow \text{противоречие}$
 $q \in \mathbb{N}$

⑤ $m-n=q \Rightarrow m-n+9=3q$
 $2q=9$
 $q = \frac{9}{2} \mid \Rightarrow \text{противоречие}$
 $q \in \mathbb{N}$

⑥ $m-n=q^2 \Rightarrow m-n+9=3$
 $q^2 = -6 \mid \Rightarrow \text{противоречие}$
 $q \in \mathbb{N}$

\Rightarrow из 2 случаев, подходит пара $(7; 3)$

Ответ: $(7; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

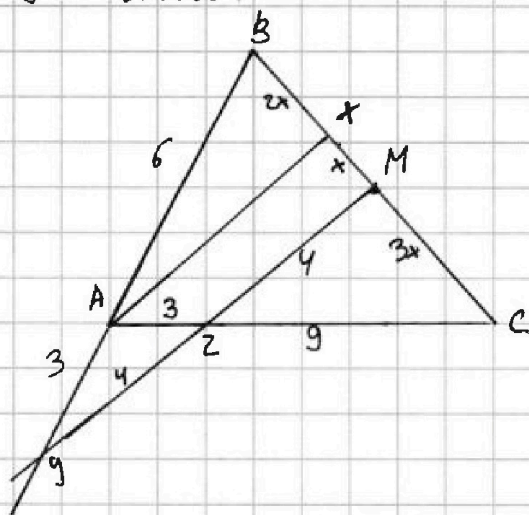
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
 $\triangle ABC$
 AH -бис.
 $MZ \parallel AH, Z \in AC$
 $MZ \cap AB = Y$
 $AC = 12$
 $AZ = 3$
 $YZ = 4$

Решение:



1) $AH \parallel ZM \Rightarrow \angle AXC = \angle ZMC$ (по соответств. углам при пересечении паралл. пр. и сек.)

2) $\triangle AXC \sim \triangle ZMC$ ($\angle C$ -общ., $\angle AXC = \angle ZMC$) \Rightarrow
 \Rightarrow по кривиз. пропорц. треугол.)

$$\Rightarrow \text{по сир.}, \frac{MC}{XC} = \frac{ZC}{AC} = \frac{9}{12}$$

$$ZC = AC - AZ = 12 - 3 = 9$$

$$\frac{MC}{XC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}; \quad MC + XM = XC \Rightarrow XM = XC - MC$$

$$\text{Пусть } MC = 3x, \quad XC = 4x \Rightarrow XM = 4x - 3x = x$$

3) M -сер. BC (по усл.) $\Rightarrow BM = MC = 3x, \quad BX = 2x$

4) AH -бис. по усл. \Rightarrow по св. бис., $\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2x}{4x} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow AB = \frac{1}{2} AC = 6$$

5) $AH \parallel YM \Rightarrow$ по теореме о пропорц. сир., $\frac{BY}{YM} = \frac{AB}{AY} = \frac{2x}{x}$

$$\Rightarrow AY = \frac{1}{2} AB = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) По т. Менелая для $\triangle MYB$ и пр. AC :

$$\frac{YA}{AB} \cdot \frac{BC}{CM} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1$$

$$\frac{MZ}{ZY} = \frac{CM}{BC} \cdot \frac{AB}{AY} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 1 \Rightarrow MZ = ZY = Y$$

7) По т. косинусов для $\triangle AZY$:

$$AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2 \cdot AY \cdot YZ \cdot \cos \angle Y$$

$$\cos \angle Y = \frac{AY^2 + YZ^2 - AZ^2}{2 \cdot AY \cdot YZ}$$

$$\cos \angle Y = \frac{AY^2 + YZ^2 - AZ^2}{2 \cdot AY \cdot YZ}$$

$$\cos \angle Y = \frac{9 + 16 - 9}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{16}{8 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

8) По т. косинусов для $\triangle BYM$:

$$BM^2 = BY^2 + MY^2 - 2 \cdot BY \cdot MY \cdot \cos \angle Y$$

$$BM^2 = 81 + 64 - 2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \frac{2}{3} = 145 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 49$$

$$BM = 7 = \frac{1}{2} BC$$

$$BC = 14$$

Ответ: ~~14~~ $BC = 14$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~С учётом ограничений:~~

~~$$(1) x+6+25+10\sqrt{x+6} = 120-4x-4x^2+5-x+4\sqrt{(5-x)(6+x)}\sqrt{5-x}$$~~

~~$$4x^2+6x-94 = 4 \cdot (5-x) \sqrt{6+x} - 10\sqrt{x+6}$$~~

~~$$4x^2+6x-94 = \sqrt{x+6} (10-x)$$~~

~~$$16x^4+36x^2+8836+48x^3-1128x-752x^2 = (x+6)(100-20x+x^2)$$~~

~~$$16x^4+48x^3-716x^2-1128x+8836 = 100x-20x^2+x^3+600-20x+1x^2$$~~

~~$$16x^4+47x^3-702x^2-1108x+8236=0$$~~

С учётом ограничений:

$$(1) \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(5-x)(6+x)}$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{5-x}(\sqrt{6+x} + 1)$$

$$x+11+2\sqrt{x+6} = \sqrt{5-x} \left(\frac{12+2x+4\sqrt{6+x}+4}{4(5-x)(6+x+1+2\sqrt{6+x})} \right)$$

$$x+11+2\sqrt{x+6} = (20-4x)(x+7+2\sqrt{6+x})$$

$$x+11+2\sqrt{x+6} = 20x+140-16x-8x\sqrt{6+x}$$

$$\sqrt{x+6}(2+8x) = 3x+129$$

$$(x+6)(4+32x+64x^2) = 9x^2+774x+1664$$

$$4x+32x^2+64x^3+24+192x+384x^2 = 9x^2+774x+1664$$

$$64x^3+361x^2-578x-1664=0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \quad (1)$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \quad (2)$$

$$(2) \quad 4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt[4]{y}$$

Ограничения: $x \geq 0, y \geq 0$

Пусть $f(t) = 4t^4 + t + 5\sqrt[4]{t}$

$f(t)$ ^{монотонно} ~~возр.~~ на промежутке ~~$t \in (-\infty; 0]$~~ $[0; +\infty)$
и ^{монотонно} ~~убывает~~ на промежутке $(-\infty; 0]$

$f(x)$ ~~возр.~~ на при $x \geq 0$, $f(y)$ ~~возр.~~ при $y \geq 0$

~~$f(x) = f(y)$ - ур-е имеет не более 1 решения~~

~~$$f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$$~~

~~$$(1) \quad \sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} + \sqrt{5-y}$$~~

~~Ограничения: $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 5-y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 30-x-y^2 \end{cases}$~~

$$f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$$

$$(1) \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} + \sqrt{5-x}$$

Ограничения: $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ x-5 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 30-x-x^2 \geq 0 \end{cases}; x \in [0; 5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего узлов $10 \cdot 10 = 100$

Необходимо выбрать 2 узла, это можно сделать C_{100}^2 способами

Квадрат может иметь 4 поворота, поэтому сред усложняется то, что расширения поворотами считаются одинаковыми, то способов сделать это равно $\frac{C_{100}^2}{4}$

Ответ: $\frac{C_{100}^2}{4}$ способов

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$$a_5 = 6x + 18 = a_1 + 4d$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2 = a_1 + 6d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x + 18 = 2d$$

$$a_{11} = -3x^2 = a_1 + 10d \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(5-x)(6+x)}$$

$$-3x^2 = 6x + 18 + 3x^4 - 24x^3 + 48x^2 - 18x + 18$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x + 36 = 0 \quad 16 - 64 + 78 - 8 + 12$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$81 - 216 +$$

$$\frac{16}{7 \cdot 8} \cdot \frac{48 \cdot 4}{7 \cdot 8}$$

$$-2 = \frac{64 - 14}{7} = \frac{50}{7}$$

$$-(3x^2 - 6x - 18) =$$

$$\frac{1}{16} - \frac{8}{8} + \frac{17}{4} - \frac{4}{2} + 12$$

$$\frac{16}{7 \cdot 8} \cdot \frac{48 \cdot 4}{7 \cdot 8}$$

$$6x + 18 = a_1 + 4d$$

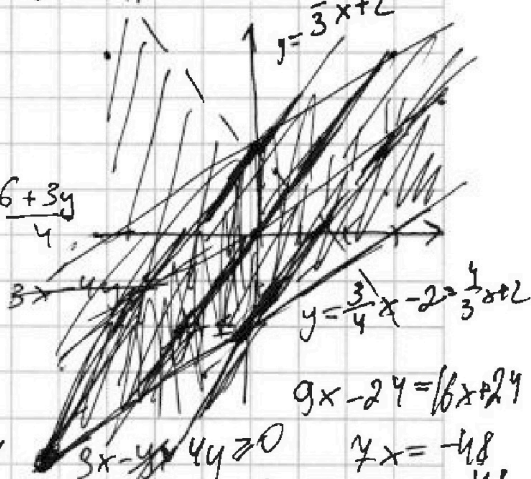
$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 = a_1 + 6d$$

$$-3x^2 = a_1 + 10d$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 = 6x + 18 + 2d$$

$x \leq$

$$\frac{6+3y}{4}$$



$$|4x - 3y| \leq 6$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$|3x - 4y| \leq 8$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14$$

$$7x \leq 14 + 7y$$

$$14x \leq 28 + 14y$$

$$y \leq \frac{3}{4}x$$

$$y \geq \frac{3}{4}x - 2$$

$$y > \frac{3}{4}x$$

$$y \leq \frac{3}{4}x + 2$$

$$6x + 18 = a_1 + 4d$$

$$x^2 - 4x = a_1 + 6d$$

$$-3x^2 = a_1 + 10d$$

$$2a_1 + 10d = x^2 + 2x + 18$$

$$a_1 + 10d = -3x^2$$

$$a_1 = 4x^2 + 2x + 18$$

$$6x + 18 = 4x^2 + 2x + 18 + 4d$$

$$4d = -4x^2 + 4x$$

$$d = -x^2 + x$$

$$x^2 - 4x = 4x^2 + 2x + 18 - 6x^2 + 6x$$

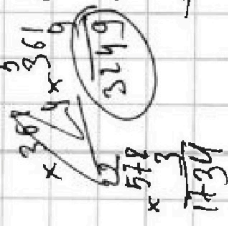
$$3x^2 - 12x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 6 = 10$$

$$x = 2 + \sqrt{10}$$

$$x = 2 - \sqrt{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$f(t) = 4t^8 + t^4 + 5t$

$f'(t) = 32t^7 + 4t^3 + 5$

$f''(t) = 224t^6 + 12t^2$

$f''(t) = 0 \Rightarrow 224t^6 + 12t^2 = 0$

$12t^2(18\frac{2}{3}t^4 + 1) = 0$

$t^2 = 0 \Rightarrow t = 0$

$18\frac{2}{3}t^4 + 1 = 0 \Rightarrow t^4 = -\frac{3}{36} = -\frac{1}{12}$

$t = \sqrt[4]{-\frac{1}{12}}$

Критические точки: $t = 0$, $t = \sqrt[4]{-\frac{1}{12}}$

Проверка на экстремум:

При $t = 0$: $f''(0) = 0$, $f'''(0) = 120t^5 = 0$, $f^{(4)}(0) = 1344t^4 = 0$, $f^{(5)}(0) = 10752t^3 = 0$, $f^{(6)}(0) = 85984t^2 = 0$, $f^{(7)}(0) = 687872t = 0$, $f^{(8)}(0) = 6878720 > 0$

При $t = \sqrt[4]{-\frac{1}{12}}$: $f''(t) = 0$, $f'''(t) = 224 \cdot 6t^5 + 24t = 1344t^5 + 24t = 24t(56t^4 + 1) = 24t(56(-\frac{1}{12}) + 1) = 24t(-\frac{14}{3} + 1) = 24t(-\frac{11}{3}) < 0$

Максимум при $t = \sqrt[4]{-\frac{1}{12}}$

Значение функции: $f(\sqrt[4]{-\frac{1}{12}}) = 4(\sqrt[4]{-\frac{1}{12}})^8 + (\sqrt[4]{-\frac{1}{12}})^4 + 5\sqrt[4]{-\frac{1}{12}}$

$= 4 \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + 5\sqrt[4]{-\frac{1}{12}}$

$= \frac{5}{12} + 5\sqrt[4]{-\frac{1}{12}}$

Геометрическая задача:

Треугольник ABC, высота AM, медиана BN, пересечение M, N.

AM = 3, AN = 6, BN = 9.

Найти длину стороны BC.

Решение:

В треугольнике ABN медиана AN делит его на два равных по площади треугольника ANM и ANB.

В треугольнике BMC медиана BM делит его на два равных по площади треугольника BMC и BMC.

Площадь треугольника BMC равна площади треугольника ANB.

$\frac{1}{2} \cdot BC \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6$

$BC \cdot 3 = 54$

$BC = 18$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

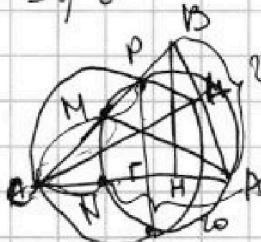
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$A = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

5) $A = 13p^2$
 $B = 3q^2$
 CM.MP=CN.AN



1) $m-n = 13$
 $m-n+9 = p^2$
 $22 = p^2$ W

2) $m-3p = 13p$
 $m-n+9 = p$
 $13p+9 = p$
 $12p = -9$

3) $m-n = 13p^2$
 $m-n+9 = 1$
 $13p^2 = -8$
 $p^2 = -\frac{8}{13}$ W

$m-n = 4$ $m = n+4$
 $4 \cdot mn = 3q^2$
 $q^2 = 7$
 $q = 7$

$7mn = 147$
 $mn = 21$
 $n^2 + 4n - 21 = 0$
 $(n+7)(n-3) = 0$
 $n = 3$
 $m = 7$

$x+31 + 2\sqrt{x+6} = 125 - 5x - 4x^2 +$
 $4\sqrt{x+6} = 5-x$
 $(5-x) \cdot x = 4x + 6$
 $2(x^2 + 3x - 4) = 0$

2) $A = 3q^2$
 $B = 13p^2$

1) $m-n = 1$
 $m-n+9 = 3q^2$
 $3q^2 = 10$ W

2) $m-n = 3$
 $m-n+9 = q^2$
 $q^2 = 12$ W

3) $m-n = 3q$
 $3q+9 = q^2$
 $q^2 - 3q - 9 = 0$
 $q = 9+81 = 100$
 $q = \frac{3+10}{2} = 7.5$
 $q = \frac{3-10}{2} = -3.5$

4) $m-n = 3q^2$
 $3q^2 + 9 = 1$

5) $m-n = 9$
 $q+9 = 3q^2$

6) $m-n = 9$
 $q^2 + 9 = 3$
 $q^2 = -$

$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x}$
 $x+6+25+10\sqrt{x+6} = 5-x+4\sqrt{30-x}$
 $+4\sqrt{120-4x-4x^2+4\sqrt{30-x}}$
 $\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x}$
 $x+6+25+2\sqrt{x+6} =$
 $= 120 - 4x - 4x^2 + 5 - x + 4\sqrt{5-x} \cdot 6$
 $x+31 + 2\sqrt{x+6} = 125 - 5x - 4x^2 +$

$4\sqrt{x+6} = 5-x$
 $(5-x) \cdot x = 4x + 6$
 $2(x^2 + 3x - 4) = 0$

$\frac{11}{6} = 4$
 $2 < 4$
 $0 < x$

$\sqrt{x^2 + 5x + 4} = x + 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

