



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a_n - n -ый член арифметической прогрессии, тогда

$a_n = a_1 + d(n-1)$, где a_1 - первый член прогрессии, а d - ее разность

$$\text{Тогда: } \begin{cases} \textcircled{1} a_2 = a_1 + d = 12 - 12x; \\ \textcircled{2} a_4 = a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2; \\ \textcircled{3} a_8 = a_1 + 7d = (-6x^2); \end{cases}$$

$$\textcircled{3} - \textcircled{1} : a_1 + 7d - a_1 - d = -6x^2 + 12x - 12 ;$$

$$6d = -6(x^2 - 2x + 1) ;$$

$$d = -(x-1)^2 ; (*)$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} : a_1 + 3d - a_1 - d = x^2(x+4)^2 - 12 + 12x ;$$

$$2d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 ; (**)$$

Объединим (*) и (**):

$$-2x^2 + 4x - 2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 ;$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 10 = 0 ;$$

$$\textcircled{3} - \textcircled{2} : 4d = -6x^2 - x^2(x+4)^2 ;$$

$$4d = -x^2(6 + x^2 + 8x + 16) ;$$

$$4d = -(x^4 + 8x^3 + 22x^2) ; (***)$$

Объединим (*) и (***):



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4(x-1)^2 = x^4 + 8x^3 + 22x^2;$$

$$4x^2 - 8x + 4 = x^4 + 8x^3 + 22x^2;$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 4 = 0;$$

Заметим, что $a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2}$, а $a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2}$;

$$a_6 = \frac{x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 6x^2}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{2};$$

$$2a_4 = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{2} + 12 - 12x;$$

$$2(x^4 + 8x^3 + 16x^2) = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 24x + 24}{2};$$

$$4x^4 + 32x^3 + 64x^2 = x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 24x + 24;$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x) - 8 = 0;$$

Пусть $(x^2 + 4x) = t$, тогда $t^2 + 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2, \\ t = -4; \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2 + 4x = 2 \\ x^2 + 4x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x - 2 = 0 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - \sqrt{6} \\ x = -2 + \sqrt{6} \\ x = -2 \end{cases}$$

Ответ: $\{-2 - \sqrt{6}; -2; -2 + \sqrt{6}\}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 & \textcircled{1} \\ |3x - 2y| \leq 4 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \Leftrightarrow -12 \leq 4x - 6y \leq 12 \Leftrightarrow -18 \leq 6x - 9y \leq 18;$$

$$\textcircled{2} \Leftrightarrow -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \Leftrightarrow -12 \leq 9x - 6y \leq 12 \Leftrightarrow -8 \leq 6x - 4y \leq 8;$$

$$\begin{cases} -12 \leq 4x - 6y \leq 12, \\ -12 \leq 9x - 6y \leq 12; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 \geq 6y - 4x \geq -12, \\ -12 \leq 9x - 6y \leq 12; \end{cases} \begin{cases} -12 \leq 6y - 4x \leq 12, \\ -12 \leq 9x - 6y \leq 12; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -24 \leq 5x \leq 24, \\ -12 \leq 9x - 6y \leq 12; \end{cases} \begin{cases} -\frac{24}{5} \leq x \leq \frac{24}{5}, \\ -12 \leq 9x - 6y \leq 12, \end{cases}$$

$$\begin{cases} -18 \leq 6x - 9y \leq 18, \\ -8 \leq 6x - 4y \leq 8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -18 \leq 9y - 6x \leq 18, \\ -8 \leq 6x - 4y \leq 8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -26 \leq 5y \leq 26, \\ -8 \leq 6x - 4y \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{26}{5} \leq y \leq 26, \\ -8 \leq 6x - 4y \leq 8; \end{cases}$$

Возьмем $x = \frac{24}{5}$ и $y = -\frac{26}{5}$

Проверим: $\left| -\frac{48}{5} + \frac{78}{5} \right| \leq 6$ - верно.

$\left| -\frac{72}{5} + \frac{52}{5} \right| \leq 4$ - верно.

Тогда минимальное значение $(10x + 5y) = -\frac{24}{5} \cdot 10 + \left(-\frac{26}{5}\right) \cdot 5 =$

$= -48 - 26 = -74$. Ответ: -74 .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) =$$

$$= (m-2n)(m-2n+13).$$

$$B = m^2n - 2m^2n^2 - 2mn = mn(m-2n-2).$$

$$\begin{cases} (m-2n)(m-2n+13) = 14p^2, & \textcircled{1} \\ mn(m-2n-2) = 15q^2, & \textcircled{2} \end{cases}$$

① С учетом того, что p - простое имеем следующие случаи:

$$1) \begin{cases} m-2n = 1, \\ m-2n+13 = 14p^2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} m-2n = 14p^2, \\ m-2n+13 = 1; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} m-2n = 17, \\ m-2n+13 = p^2; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} m-2n = p^2, \\ m-2n+13 = 17; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} m-2n = 17p, \\ m-2n+13 = p; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} m-2n = p, \\ m-2n+13 = 17p; \end{cases}$$

1) Так как $m-2n \geq 1$, то $m-2n+13 = 14$, то есть $14 = 14p^2$, $m \in \emptyset$.

2) Так как $m-2n+13 = 1$, то $m-2n = -12$, то есть $-12 = 14p^2$, \emptyset .

3) Так как $m-2n = 17$, то $m-2n+13 = 30$, то есть $30 = p^2$, \emptyset .

4) Так как $m-2n+13 = 17$, то $m-2n = 4$, то есть $4 = p^2$, так p - простое, то $p = 2$.

5) Так как $m-2n = 17p$, то имеем $14p+13 = p$, $\Leftrightarrow 13 = -16p$, \emptyset .

6) Так как $m-2n = p$, то имеем $p+13 = 17p \Leftrightarrow 13 = 16p$, \emptyset .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2) \begin{cases} (m-2n)(m-2n+13) = 15q^2 & \textcircled{1} \\ mn(m-2n-2) = 17p^2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} m-2n=1 \\ m-2n+13=15q^2; \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} m-2n=15q^2 \\ m-2n+13=1 \end{cases} \quad \textcircled{3} \begin{cases} m-2n=15 \\ m-2n+13=q^2 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} m-2n=q^2 \\ m-2n+13=15; \end{cases} \quad \textcircled{5} \begin{cases} m-2n=15q \\ m-2n+13=q \end{cases} \quad \textcircled{6} \begin{cases} m-2n=q \\ m-2n+13=15q \end{cases}$$

Итого ответ:

Ответ: (10; 3)

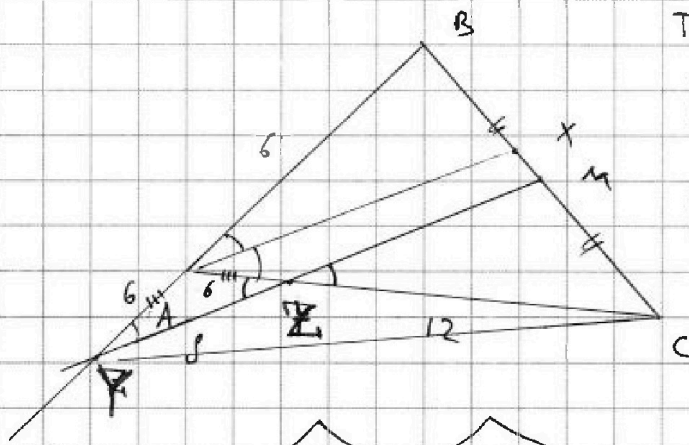


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



ТК $(YM) \parallel (AX)$, то

$$\widehat{XAC} = \widehat{M'ZC}$$

или $\widehat{M'ZC} = \widehat{A'ZY}$ как вертикал.

$$\widehat{BAX} = \widehat{BYM} \text{ как соответств.}$$

Тогда, тк $\widehat{AYZ} = \widehat{A'ZY}$, то $\triangle AYZ - \text{р/б}$, $|AY| = |A'Z|$.

По теореме косинусов найдем угол \widehat{YAZ} :

$$\cos \widehat{YAZ} = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{4}{6 \cdot 6} = \frac{1}{9}$$

Тогда $\cos \widehat{BAC} = -\frac{1}{9}$. ($\triangle BAC - \text{тупоугол.}$)

Найдем $\cos \widehat{A'ZY}$:

$$\cos \widehat{A'ZY} = \frac{36 + 64 - 36}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8 \cdot 4}{2 \cdot 8} = \frac{2}{3}$$

Тогда $\cos \widehat{Y'ZC} = -\frac{2}{3}$.

Решаем $\triangle YC$, по т. косинусов $\triangle Y'ZC$: ($|ZC| = |AC| - |A'Z| = 12$)

$$|YC|^2 = |YZ|^2 + |ZC|^2 - 2|YZ||ZC| \cdot \cos \widehat{Y'ZC};$$

$$|YC|^2 = 64 + 144 - 2 \cdot 8 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = 208 + \frac{4 \cdot 8 \cdot 4}{123} = 336$$

$$|YC| = 4\sqrt{21};$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Решение задачи~~ $\triangle ABC$

$$\triangle MAZ \sim \triangle XA \text{ по 1-му: } \frac{|XC|}{|AC|} = \frac{18}{12} \Leftrightarrow |XC| = \frac{3}{2} |AC|,$$

тогда X - середина (BM) .

Самыми, это $\triangle BAX \sim \triangle BYM$ по 1-му:

$$\frac{|BA|}{|BY|} = \frac{|BX|}{|BM|} \Leftrightarrow \frac{|BA|}{|BY|} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2|BA| = |BY|$$

$$|BY| = |BA| + |AY|, \text{ тогда}$$

$$|BA| = |AY| = 6.$$

По 7. косинусов для $\triangle ABC$

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 - 2|AB||AC| \cdot \cos \widehat{BAC}$$

$$|BC|^2 = 36 + 324 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right);$$

$$|BC|^2 = 360 + 2 \cdot 6 \cdot 2$$

$$|BC|^2 = 384$$

$$|BC| = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решим ②: $4t^2 - 18t + 18 = 0$
 $2t^2 - 9t + 9 = 0$
 $D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 9$

$$t_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} u^2 + v^2 = 7 \\ uv = 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} u^2 + v^2 = 7 \\ uv = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} u^2 + v^2 = 7 \\ 2uv = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u - v = 1 \\ (u+v)^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} u^2 + v^2 = 7 \\ 2uv = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

~~$$\begin{cases} u^2 + v^2 = 7 \\ uv = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u - v = 1 \\ (u+v)^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow$$~~

$$\begin{cases} u - v = 1 \\ u + v = \sqrt{13} \\ u + v = -\sqrt{13} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (u+v)^2 = 10 \\ (u-v)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{\sqrt{13}+1}{2} \\ v = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \end{cases}; \begin{cases} u = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \\ v = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \end{cases}; \text{не } y \text{ не } \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} u+v = -\sqrt{10} \\ u-v = -2 \end{cases}; \begin{cases} u = \frac{-\sqrt{10}-2}{2} \\ v = \frac{\sqrt{10}-2}{2} \end{cases}; \begin{cases} u+v = \sqrt{10} \\ u-v = -2 \end{cases}; \begin{cases} u = \frac{\sqrt{10}-2}{2} \\ v = \frac{\sqrt{10}+2}{2} \end{cases}; \begin{cases} u+v = -\sqrt{10} \\ u-v = 2 \end{cases}; \begin{cases} u = \frac{-\sqrt{10}+2}{2} \\ v = \frac{-\sqrt{10}-2}{2} \end{cases}; \begin{cases} u+v = \sqrt{10} \\ u-v = 2 \end{cases}; \begin{cases} u = \frac{\sqrt{10}+2}{2} \\ v = \frac{\sqrt{10}-2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} = \frac{\sqrt{13}+1}{2} \\ \sqrt{3-x} = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$1) \begin{cases} \sqrt{x+4} = 2 \\ \sqrt{3-x} = \frac{\sqrt{10}-2}{2} \end{cases}; \begin{cases} x+4 = 4 \\ 3-x = \frac{12-4\sqrt{10}}{4} \end{cases} \quad x < 0 \text{ не } \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+4 = 4 \\ 3-x = \frac{14-2\sqrt{13}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{13}-2}{2} \Leftrightarrow$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{x+4} = 2 \\ \sqrt{3-x} = \frac{\sqrt{10}-2}{2} \end{cases}; \begin{cases} x+4 = 4 \\ 3-x = \frac{12-4\sqrt{10}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{13} - 1 \text{ не } \mathbb{R} \text{ не } \in \mathbb{R} \text{ не } \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10} - 1 \\ x = \sqrt{10} \end{cases}$$

Ответ: $(\sqrt{13}-1; \sqrt{13}-1)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, & \textcircled{1} \\ 2x^3 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2; & \textcircled{2} \end{cases}$$

Дана система уравнений тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ y \leq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \in [0; 3] \end{cases}$$

1) Заметим, что уравнение $\textcircled{2}$ выполняется тогда и только тогда, когда

$$x = y.$$

Проверим какие значения по уравнению $\textcircled{1}$:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{12-x-y^2} - 5$$

Пусть $\sqrt{x+4} = u$, а $\sqrt{3-x} = v$. Получаем: ($u \geq 0$ и $v \geq 0$)

$$u - v = 2uv - 5 \Leftrightarrow u - 2uv - v + 5 = 0.$$

Тогда $-u^2 + 4 = v^2$. Получим систему:

$$\begin{cases} u^2 + v^2 = 4 \\ u - v = 2uv - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + v^2 = 4 \\ u^2 + v^2 - 2uv = 4u^2v^2 - 20uv + 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^2 + v^2 = 4 \\ 4u^2v^2 - 18uv + 13 = 0, & \textcircled{2} \end{cases} \text{ Пусть } uv = t$$

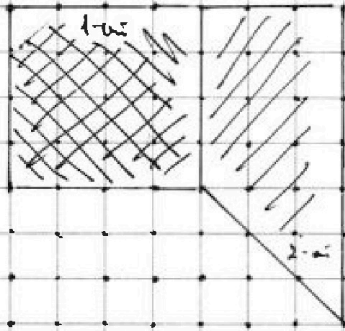


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть A - количество узлов;

Всего узлов: $(7+1) \cdot (7+1) = 64$.

1) если мы рассмотрим 1-ый узел в
одном из узлов квадрата:

Возможностей выбрать первый узел остается 4.

1.1) Если второй узел лежит на левой границе ()

Возможностей выбрать второй узел - 6 (т.к. 2 узла уже не могут быть

выбраны). ~~тогда~~ $A = 4 \cdot 6 : 4$; $A = 6$.

т.к. рассмотрим узел по 4 сторонам для этого узла.

1.2) Если второй узел лежит не на левой границе (а не в углу)

Расширивая какой-либо ^{второй} узел в левую сторону добавим еще

4 случая, ведь ~~он~~ ~~на~~ ~~его~~ ~~длина~~ ~~составит~~ ~~поверхности~~:

$$A = 4 \cdot \frac{(64 - 4 - 6)}{4}; \quad A = 6 + \frac{54}{4} = 60$$

1.3) Если второй узел тоже будет расположен в углу:

~~тогда~~ если оба узла на одной границе 1 случай и если

они на одной стороне квадрата: тоже еще 1 случай: $A = 2$; $A = 62$.

2) Если первый узел лежит вне узла, то не в углу:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Возможности 2 квадрата 1-ый узел: 60.~~

~~Возможности 2 квадрата 2-ой узел: $60 + 89$ (ответ не совпадает)~~

Возьмем квадрат 5×5 . В данном квадрате мы сможем выбрать

выбрать 1-ый узел (крае узел). Дело в том, что если

выбрать 1-ый узел во всем квадрате, то коррктных 1-ых узлов будет

в 4 раза меньше из-за совпадающих отрезков после поворотов. Но также

при выборе 2-ого узла он может совпасть с до этого ранее рассмотренным

первым узлом. Поэтому возьмем случайный квадрат, который будет

занимать $\frac{1}{4}$ квадрата и стороны (+ также средин).

Второй узел будем выбирать из части (трапеции) которого квадрат,

глава равная четв квадрат, вычитаемые совпадения.

Итого возможностей квадрате 1-ый узел: $25 - 1 = 24$ (из угла).

Возможностей выбрать 2-ой узел: 43. (убрав угол и 1-ый узел).

$$A = 24 \cdot 43; \quad A = 24 \cdot 43 + 62 = 1032 + 62 = 1094.$$

Ответ: 1094.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 10 = 0$$

$$B^2 \text{ min } (m - 2n - 2)$$

$$1 \quad 8 \quad 18 \quad 8 \quad -10 \quad a_2$$

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7$$

$$a_2 - d + a_3 - d$$

$$|2x - 3y| \leq 6$$

$$|3x - 4y| \leq 4$$

$$a_4 = \frac{a_1 + a_4}{2}$$

$$2a_4 = a_2 + a_3 - 2d$$

$$2n = 1 \quad n = \frac{1}{2}$$

$$-6 \leq 2x - 3y \leq 6 \quad | \cdot 3 \cdot 2$$

$$-4 \leq 3x - 4y \leq 4 \quad | \cdot 2 \cdot 3$$

$$-2 \leq x - y \leq 2$$

$$m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

$$-13 \leq 6x - 9y \leq 18$$

$$4n^2 + 8n - 64$$

$$m = 39$$

$$n = 5$$

$$-8 \leq 6x - 4y \leq 8 \quad | \cdot 2 \cdot 2$$

$$-12 \leq 4x - 6y \leq 12 \quad | \cdot 3$$

$$-8 + 18 \leq 6x - 4y - 6x + 8y \leq 8 - 18$$

$$-12 \leq 9x - 6y \leq 12 \quad | \cdot 6 \cdot (4 + 15q^2)$$

$$10 \leq 5y \leq -10$$

$$2n^2 - 4n$$

$$-12 \leq 5x \leq 12 \quad | \cdot 2$$

$$64 + 4 \cdot 4 \cdot 64$$

$$-2 \leq y \leq 2 \quad | \cdot 14 \cdot m = 2m + 4$$

$$0 \leq 5x \leq 10 \quad | \cdot 16 \cdot (4 + 15q^2)$$

$$36 \cdot 4 - 6 \leq 5y \leq 60$$

$$24 - 4n$$

$$x \leq 0 \quad | \cdot 15q^2$$

$$16(4 + 64)$$

$$32 - 8 \leq 3z$$

$$24 - 4n$$

$$| \cdot 15q^2$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = 12p^2$$

$$360 - 12 \cdot 6$$

$$y^2 - 10$$

$$m \quad n \quad x \quad mn + 30$$

$$B = m^2n - 2mn^2 = 2mn$$

$$348$$

$$4 \cdot 15 \cdot 64$$

$$15q^2$$

$$(m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = 36 + 32m + 18 \cdot 6$$

$$3 \cdot 5q^2$$

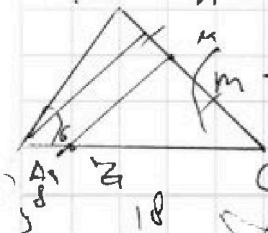
$$5 \cdot 3q^2$$

$$C = (m - 2n)(m - 2n + 13) = 14p^2 \text{ min } 15q^2$$

$$342$$

$$12 \cdot 64 \cdot 6 + 15 \cdot q^2$$

$$q \cdot 15q$$



$$\frac{384}{36} \cdot \frac{4}{136}$$

$$384 = 4 \cdot 96 = 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6$$

$$1 \quad 3q \quad 5q$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1) $d = -(x-1)^2$ a_2
 $y \leq 3 \vee y = -4$
 $y \geq 0 \vee y = 0$

 $\begin{matrix} 4 & 8 \\ 16 & -24 \end{matrix}$

(2) $2d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12$ $3x, 46d$

(3) $4d = -x^4 - 8x^3 - 22x^2$
 $\begin{matrix} 4 & 8 \\ 2(a_1 + 5b) \\ 46 \end{matrix}$

(2) $2(2) = (3) \Rightarrow 2x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 24x - 24 = -x^4 - 8x^3 - 22x^2$

(1) $4(1) = (3) \Rightarrow -4x^2 + 8x - 4 = -x^4 - 8x^3 - 22x^2$

$x^4 + 8x^3 + 22x^2 + 24x - 24 = 0$ $a_1 = 2, a_2 = 2$

$\begin{cases} x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \\ x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 4 = 0 \end{cases}$
 $(x^2 + 4x)^2 + 6(x^2 + 4x - 4) = 0$
 $d^2 + 6(d - 4) = 0$
 $a_1 = a_2 = 3d$
 $d^2 + 6d - 24 = 0$

$x = 0$
 $d^2 + 6d - 4 = 0$
 $D = 36 + 16 = 52$
 $d_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{52}}{2}$

 $a_1 = a_2 = d$
 $a_1 - a_2 = 2d$

$2(1) = (2)$
 $d_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{52}}{2}$
 $16 - 36 = 2d$
 $-20 = 2d$
 $d = -10$

$-2x^2 + 4x - 2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12$

$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 10 = 0$
 $(x=1)$
 $x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 24x + 24 = 2(x^4 + 8x^3 + 16x^2)$

$2) + (3) : 6d = -6x^2 + 12x - 12$
 $d = -(x-1)^2$ $a_1 = \frac{a_5 + a_2}{2}$

$2a_6 = \frac{a_1 + a_8}{(x^2 + 4x)^2 - 6x^2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 16x^2}{2} + 12 - 12x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Анализ (1): $(m - 2n = 4)$

- 1) $\begin{cases} m = 3 \\ n = 5 \\ m - 2n - 2 = 9^2 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} m = 5 \\ n = 3 \\ m - 2n - 2 = 9^2 \end{cases}$; 3) $\begin{cases} m = 9 \\ n = 5 \\ m - 2n - 2 = 3g \end{cases}$;
- 4) $\begin{cases} m = 9 \\ n = 3g \\ m - 2n - 2 = 5 \end{cases}$; 5) $\begin{cases} m = 1 \\ n = 15 \\ m - 2n - 2 = 9^2 \end{cases}$; 6) $\begin{cases} m = 1 \\ n = 9^2 \\ m - 2n - 2 = 15 \end{cases}$
- 7) $\begin{cases} m = 1 \\ n = 15g^2 \\ m - 2n - 2 = 9 \end{cases}$; 8) $\begin{cases} m = 1 \\ n = 15g \\ m - 2n - 2 = 9 \end{cases}$; 9) $\begin{cases} m = 1 \\ n = 25g \\ m - 2n - 2 = 3g \end{cases}$; 10) $\begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \\ m - 2n - 2 = 15g^2 \end{cases}$
- 11) $\begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \\ m - 2n - 2 = 5g^2 \end{cases}$; 12) $\begin{cases} m = 1 \\ n = 5 \\ m - 2n - 2 = 3g^2 \end{cases}$; 13) $\begin{cases} m = 1 \\ n = 9 \\ m - 2n - 2 = 15g \end{cases}$; 14) $\begin{cases} m = 1 \\ n = 3g \\ m - 2n - 2 = 5g \end{cases}$

(2): $mn(m - 2n - 2) = 15g^2 \Leftrightarrow mn \cdot 2 = 15g^2 \Leftrightarrow g : 2$.

Учитывая, что $m - 2n = 4$, оставаясь левее, получаем:

~~15g^2 = 4n~~; ~~15g^2 = 4n~~ $4n^2 + 8n - 15g^2 = 0$.

$D = 64 + 4 \cdot 4 \cdot 15g^2 = 16(4 + 15g^2)$.

$n_{1,2} = \frac{-8 \pm 4\sqrt{4+15g^2}}{8} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+15g^2}}{2}$;

$15g^2 + 4 = x^2$, имеет единственное решение при $g = 2$ и $x = 8$ в нашем случае.

Тогда: $n_{1,2} = \frac{-2 \pm 8}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \in \mathbb{N} \\ n = -3 \notin \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow m = 10$

Проверяем у условия (1) (10; 3).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

44

$a_1 =$
 $a_2 =$

$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$

$d = 2$
 $a_1 = 1$
 $a_2 = 3$
 $a_3 = 5$
 $a_4 = 7$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_1 = 12 - 12x$
 $a_2 = a_1 + 3d = (x^2 + 11x)^2$
 $a_3 = a_1 + 4d = (-6x^2)$

$(3) - (2) = 4d = -6x^2 - (x^2 + 11x)^2 = -x^2(6 + (x^2 + 11x)^2)$

$4(x-1)^2 = -x^2(x^2 + 8x + 22)$

$4x^2 - 8x + 4 = x^2 + 8x^3 + 22x^2$
 $4 + 8x^3 + 18x^2 - 8x - 4d = -x^2(x^2 + 8x + 22)$

$(2) - (1)^2 = 2d = x^2(x+4)^2 - 12 + 12x$

$2d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12$

$4d = -x^4 - 8x^3 - 22x^2$

$(3) - (1) = 6d = -6x^2 - 12 + 12x$

$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 24x - 24 = 0$

$-x^2 + 2x = 1$

$d = -(x-1)^2$

$x^3(x+2) + 6x^2(x+2) + 6x(x+2) - 4(x+2)$

$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0$

$x^2(x+2) + 4x(x+2) - 2(x+2) = 0$

$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Лорча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper. The main equation is $x^2 + 2 \cdot 4x^2 \cdot x + (4x)^2 + 2(x^2 + 4x) - 8 = 2$. The student derives $(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x) - 4 = 2$ and $x^2 + 2x - 2 = 0$. They calculate the discriminant $D = 4 + 16 = 20$ and find roots $x = -1 \pm \sqrt{5}$. A diagram shows a triangle with sides x and $4x$. The student also works on a system of inequalities: $4x - 6y \leq 12$, $9x - 6y \leq 12$, and $12 \leq 6y - 4x \leq 12$. They find the feasible region and its vertices, including $(-2, 4)$ and $(2, 4)$. Various calculations and diagrams are scattered throughout the page.